

Olimpíada Brasileira Online de Física

1ª Fase - 12 a 14 de setembro de 2025

Nome: _____

Série: _____

Nível EP
Ensino Médio
3ª e 4ª série

Instruções de Prova

- I. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos dos **3ª série do ensino médio e 4ª série do ensino técnico**. Ela contém **30** questões.
- II. Cada questão tem 5 alternativas de resposta e apenas uma delas é correta.
- III. A duração máxima desta prova é de **quatro horas**. Além do tempo de prova, serão concedidos **5 minutos** correspondentes ao preenchimento online do gabarito.
- IV. Não é permitido o uso de calculadoras.
- V. A prova deve ser feita individualmente e não é permitido falar sobre a solução das questões durante o período de aplicação da prova **dias 12 a 14 de setembro de 2025**.
- VI. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: $\pi = 3,0$; $\sqrt{2} = 1,4$; $\sqrt{3} = 1,7$; $\sqrt{5} = 2,2$; $\sin 30^\circ = 0,50$; $\cos 30^\circ = 0,85$; $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0,70$; aceleração gravitacional na superfície da terra $g = 10 \text{ m/s}^2$; calor específico da água líquida $c_a = 1 \text{ cal/(g}^\circ\text{C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80 \text{ cal/g}$; $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$.

Apoio:





Curiosidades:

Elisa Frota Pessoa, nascida Elisa Esther Habbema de Maia (Rio de Janeiro, 17 de janeiro de 1921 — Rio de Janeiro, 28 de dezembro de 2018) foi uma física experimental brasileira. Pioneira da ciência no Brasil, foi uma das fundadoras do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF). Elisa também foi uma das primeiras mulheres a se formar em física no Brasil, em 1942. Destacou-se pelos seus estudos de radioatividade com emulsões nucleares; reações e desintegrações de mésons- K e π em emulsões nucleares; e reações de prótons e dêuterons com núcleos de massas médias



Questão 1. Após roubar a Lua, Gru decidiu que buscaria roubar um planeta em uma galáxia distante. Diante disso, o mesmo analisa a órbita do planeta e percebe que ela pode ser descrita por meio das seguintes funções do tempo(t):

$$x = C_1 \sin(\omega t)$$

$$y = C_2 \cos(\omega t)$$

Com C_1 maior que C_2 . Dessa forma, sabendo que a excentricidade da órbita é e , encontre C_2 como função de e e C_1 .

- a) $C_2 = C_1 e$
- b) $C_2 = \frac{C_1}{e}$
- c) $C_2 = C_1(1 - e)$
- d) $C_2 = C_1 \sqrt{1 - e}$
- e) $C_2 = C_1(1 - e^2)$

Solução:

Como C_1 é maior que C_2 , C_1 representa o semi-eixo maior da órbita e C_2 o semi-eixo menor. Essa é uma maneira de representar uma elipse por meio da projeção de dois movimentos circulares (por isso que em $C_1 = C_2$, temos uma circunferência). Então, o que precisamos é encontrar B (semi-eixo menor) em função de A (semi-eixo maior) e e (excentricidade). Fazendo as contas:

$$e = \frac{C}{A} = \frac{\sqrt{A^2 - B^2}}{A} \rightarrow (eA)^2 = A^2 - B^2 \rightarrow B^2 = A^2(1 - e^2)$$

Então, transformando $B = C_2$ e $A = C_1$, temos:

$$B = A \sqrt{1 - e^2}$$

Infelizmente, a questão não tem alternativa correta, então ela está **anulada**.

Questão 2. Após assistir "Stranger Things", o jovem Lupin aprendeu um pouco sobre a importância do campo magnético e decidiu estudar mais. Assim, ele ficou com certas dúvidas sobre as propriedades tanto do campo magnético quanto do campo elétrico. Dessa forma, ajude Lupin e marque a alternativa que corretamente fala sobre as propriedades de tais campos.



- (a) Tanto o campo magnético quanto o campo elétrico apresentam linhas de campo fechadas(ou seja, todas as linhas que saem de uma região eventualmente voltam) independentemente da situação
- (b) Tanto o campo magnético quanto o campo elétrico apresentam linhas de campo abertas(ou seja, começam em um objeto e terminam em outro local) independentemente da situação
- (c) As linhas de campo são muito complexas e por isso seus formatos não podem ser esboçados.
- (d) O campo magnético possui linhas de campo fechadas(ou seja, todas as linhas que saem de uma região eventualmente voltam), enquanto o campo elétrico pode ter linhas fechadas ou abertas(ou seja, começam em um objeto e terminam em um outro local) dependendo da região de análise.
- (e) O campo elétrico possui linhas de campo fechadas(ou seja, todas as linhas que saem de uma região eventualmente voltam), enquanto o campo magnético pode ter linhas fechadas ou abertas(ou seja, começam em um objeto e terminam em outro local) dependendo da região de análise.

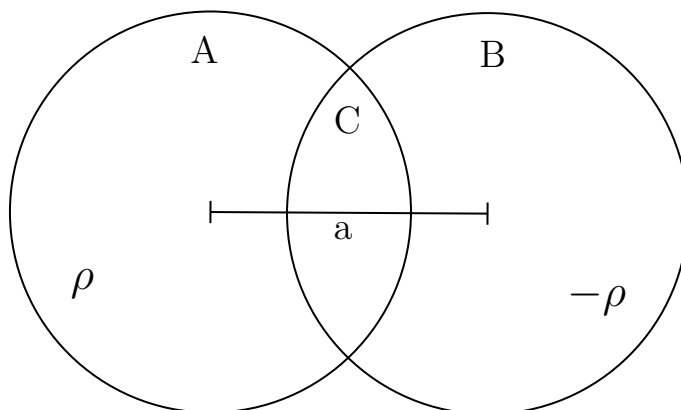
Solução:

Pela Lei de Gauss, o fluxo elétrico resultante na superfície de um corpo é proporcional à carga interna do corpo. Então, se existir carga interna, haverá um fluxo resultante e, conseqüentemente, as linhas de campo serão abertas. Porém, se não existir carga interna, o fluxo resultante será 0 e, conseqüentemente, as linhas serão fechadas.

Por outro lado, as linhas de campo magnético são sempre fechadas. Isso ocorre por não existirem monopolos magnéticos. Ou seja, em todo corpo magnético existe um polo positivo e negativo; as linhas de campo vão de um polo para outro, retornando para o mesmo corpo no final.

Sendo assim, a alternativa que corretamente comenta as propriedades dos dois campos é a letra (d).

Questão 3. Uma nuvem eletrônica em formato de esfera possui densidade de carga homogênea ρ . Muito curioso, o estudante Conan decide investigar o que acontece quando você junta duas dessas nuvens eletrônicas, mas com uma delas tendo uma densidade de carga $-\rho$. Assim, ele pensou na situação mostrada nessa figura:



Onde a é a distância entre os centros das esferas e R é o raio de ambas as esferas. Nesse contexto, determine o campo elétrico na região de interseção entre as esferas(região C).

- (a) $E = \frac{\rho a}{\epsilon_0}$
- (b) $E = \frac{\rho a}{2\epsilon_0}$
- (c) $E = \frac{\rho a}{3\epsilon_0}$



(d) $E = \frac{\rho R}{\epsilon_0}$

(e) $E = \frac{\rho R}{2\epsilon_0}$

Solução:

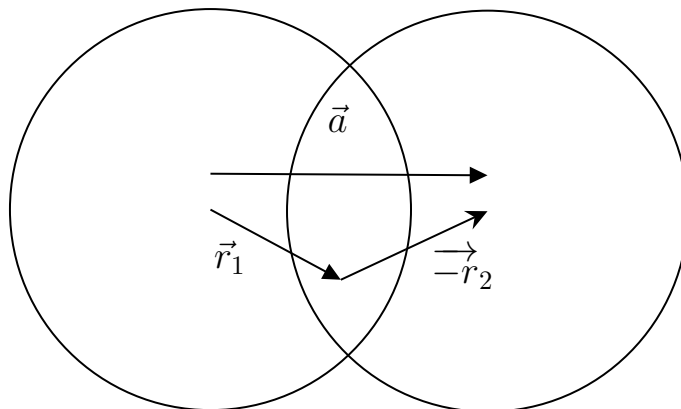
Para resolver essa questão, vamos encontrar primeiro o campo causado por uma nuvem eletrônica e depois aplicar o princípio da superposição para encontrar o campo final. Utilizando a Lei de Gauss, podemos encontrar o campo elétrico a uma distância $r < R$ do centro da nuvem:

$$E \cdot A = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\rho 4\pi r^3/3}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$$

No formato vetorial, $\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r}$. Então, o campo resultante é:

$$\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

Agora, observe a imagem:



Logo:

$$E = \frac{\rho a}{3\epsilon_0}$$

Questão 4. Trucas é muito interessado em sistemas eletrônicos. Por causa disso, ele decidiu estudar algumas das propriedades importantes de um solenoide. Ele investigou a energia armazenada em um longo solenoide de raio R , comprimento l , número de voltas N e corrente I . Qual expressão abaixo representa a energia armazenada em tal solenoide?

(a) $E = \frac{\mu_0 \pi R^2 N^2 I^2}{l}$

(b) $E = \frac{\mu_0 \pi R^2 N^2 I^2}{2l}$

(c) $E = \frac{2\mu_0 \pi R^2 N^2 I^2}{l}$

(d) $E = \frac{\mu_0 \pi R^2 N^2 I^2}{4l}$



(e) $E = \frac{3\mu_0\pi R^2 N^2 I^2}{l}$

Solução:

Para resolver esse problema, vamos lembrar do campo magnético de um solenoide:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{l}$$

Como existem N espiras, o fluxo magnético é:

$$\Phi = NBA = N \cdot \frac{\mu_0 I N}{l} \cdot (\pi R^2) = \frac{\mu_0 \pi R^2 N^2 I}{l}$$

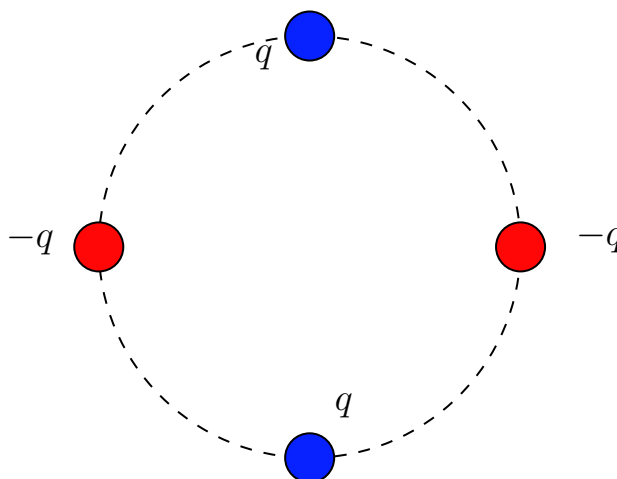
Logo, a indutância é:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 \pi R^2 N^2}{l}$$

Então, usando a expressão da energia em função da indutância:

$$E = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu_0 \pi R^2 N^2 I^2}{2l}$$

Questão 5. 4 cargas são colocadas em um plano. Todas estão a uma mesma distância R da origem do sistema e são posicionadas como mostrado na figura. Como é possível ver pela imagem, duas delas possuem carga q e as outras duas carga $-q$. Todas as cargas possuem uma velocidade tangencial inicial v , como também mostrado na figura. Sabe-se que $\frac{kq^2}{R} = 2mv^2$.



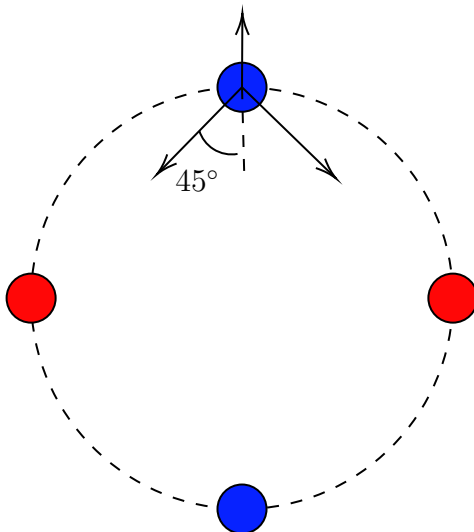
Sendo assim, escolha a alternativa que melhor descreve o que acontecerá no movimento que irá se seguir.

- a) Todas as cargas ficarão paradas.
- b) Todas as cargas irão realizar uma órbita circular com raio R , como se uma carga com módulo de $Q = q$ e sinal oposto estivesse na origem do sistema.
- c) Todas as cargas irão realizar uma órbita hiperbólica, como se uma carga com módulo de $Q = f(q)$ e mesmo sinal estivesse na origem do sistema.



- d) Todas as cargas irão realizar uma órbita parabólica.
- e) Todas as cargas irão realizar uma órbita elíptica, como se uma carga com módulo de $Q = f(q)$ e sinal oposto estivesse na origem do sistema.

Solução: Vamos analisar o equilíbrio de forças. Para isso, veja a figura:



Na direção tangencial, as forças se cancelam. Assim, vamos analisar a força radial resultante:

$$F = \frac{kq^2}{R^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{kq^2}{R^2} \left(\frac{2\sqrt{2} - 1}{4} \right)$$

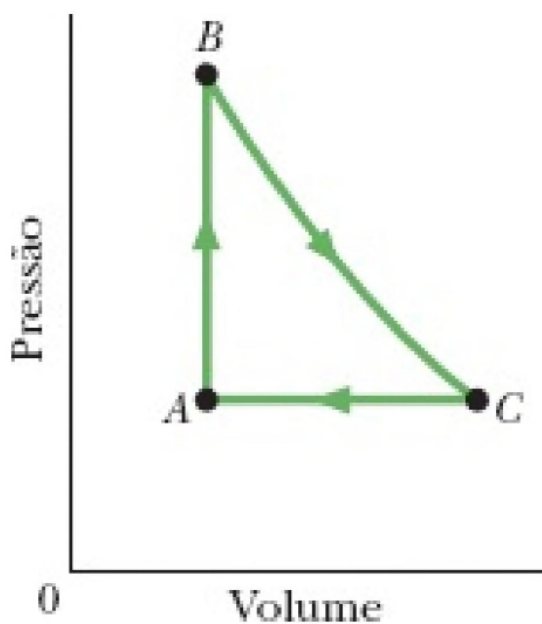
Apontando para o centro da origem. Então, é como se uma carga de módulo $Q = q \left(\frac{2\sqrt{2} - 1}{4} \right)$ e sinal oposto ao da carga de análise estivesse na origem do sistema, puxando as cargas. Para descobrir o formato da órbita, temos que encontrar a energia total do sistema:

$$E = 4 \frac{mv^2}{2} + 2 \frac{kq^2}{2R} - 4 \frac{kq^2}{R\sqrt{2}} = 2mv^2 - \frac{kq^2}{R} (2\sqrt{2} - 1) = -2 \frac{kq^2}{R} (\sqrt{2} - 1)$$

Como a energia total do sistema é negativa e o sistema é simétrico, todas as cargas devem estar em órbita fechadas (elípticas). Logo, a alternativa correta é a letra (e)

Questão 6. Um gás ideal em uma câmara fechada realiza um ciclo termodinâmico conforme mostrado no gráfico. Durante o processo AB, a energia transferida para o sistema sob a forma de calor é de 20,0 J e durante o processo BC nenhuma energia é transferida em forma de calor. Ao longo de todo o ciclo, o trabalho realizado pelo sistema é de 25,0 J. Quanto calor é transferido durante o processo CA?

- a) 10J
- b) 20J
- c) 5J
- d) -5J
- e) 15J



Solução:

O enunciado descreve um ciclo termodinâmico completo realizado por um gás ideal. Para um ciclo fechado temos $\Delta U_{\text{ciclo}} = 0$. Pela primeira lei da termodinâmica:

$$\Delta U = Q - W \quad \Rightarrow \quad \Delta U_{\text{ciclo}} = Q_{\text{total}} - W_{\text{total}}.$$

Como $\Delta U_{\text{ciclo}} = 0$, segue que

$$Q_{\text{total}} = W_{\text{total}}.$$

No enunciado são fornecidos:

$$Q_{AB} = +20,0 \text{ J}, \quad Q_{BC} = 0, \quad W_{\text{total}} = 25,0 \text{ J}.$$

Portanto, o calor total trocado no ciclo é

$$Q_{\text{total}} = W_{\text{total}} = 25,0 \text{ J}.$$

Como $Q_{\text{total}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$, obtemos

$$Q_{CA} = Q_{\text{total}} - (Q_{AB} + Q_{BC}) = 25,0 - (20,0 + 0) = 5,0 \text{ J}.$$

Observação sobre o sinal: $Q_{CA} = +5,0 \text{ J}$ indica que, durante o processo CA , houve entrada líquida de calor no sistema.

$$Q_{CA} = +5,0 \text{ J}$$

Letra C

Questão 7. Em um dia comum, o renomado pesquisador Felipe Asteca estava dirigindo e viu um cone de trânsito, assim decidindo fazer um experimento. Asteca construiu um cone compacto A com altura 10 cm e o



submergiu verticalmente na água, com a base voltada para dentro do líquido, de modo que a altura do cone não submerso no equilíbrio é 2,5 cm. Se um cone idêntico em dimensões, que denominaremos B , e com metade da densidade, fosse submerso da mesma maneira, o que se pode dizer sobre a altura h' do cone não submerso no equilíbrio?

- a) $h' = 5$ cm
- b) $h' > 5$ cm
- c) $h' < 5$ cm
- d) $h' = 2,5$ cm
- e) Não podemos tirar nenhuma informação de h'

Solução: Primeiramente, sabemos que se B possui as mesmas dimensões de A , seu volume é o mesmo. Logo, sabendo que a densidade de A é duas vezes a de B , B possui metade do peso de A . A força de empuxo em um objeto com volume submerso V_{sub} em um líquido de densidade ρ_l é:

$$E = \rho_l V_{sub} g$$

No equilíbrio, o peso do objeto deve ser igual a força de empuxo. Logo, sendo P o peso do cone A , temos que:

$$P = \rho_l V_{sub,A} g \quad \text{e} \quad P/2 = \rho_l V_{sub,B} g$$

Ou seja, $V_{sub,B} = V_{sub,A}/2$.

Considere o tronco do cone A submerso em água, com altura $10 - 2,5 = 7,5$ cm. Sabemos que se dividirmos esse tronco de cone em metade da sua altura, esse tronco se dividiria em dois outros troncos, com o de cima possuindo menor volume do que o de baixo, pois o volume não é linear com a altura do tronco (como é representado na figura abaixo).

Logo, teremos que a altura do cone B submerso na água deve ser menor que $7,5/2 = 3,75$ cm, pois o volume desse tronco de cone é metade do tronco do cone A submerso. Ou seja, temos que a altura do cone não submerso h' é maior que $10 - 3,75 = 6,25$ cm.

Portanto, a alternativa correta é (b).

Questão 8. Um líquido de coeficiente de dilatação volumétrica $\gamma_l = 1 \cdot 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ preenche completamente um recipiente de volume $V_0 = 100 \text{ L}$ e coeficiente de dilatação volumétrica $\gamma_r = 2 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Se ambos são esquentados igualmente, até uma diferença de temperatura de 50°C e nenhum deles sofrem mudanças de fase, qual é a o volume, em litros, de líquido que irá transbordar?

- a) 1 L
- b) 2 L
- c) 5 L
- d) 10 L
- e) 20 L

Solução: Primeiramente, sabemos que o coeficiente de dilatação volumétrica γ_l do líquido é maior do que o coeficiente γ_r do recipiente. Portanto, utilizando que o líquido e o recipiente ocupavam o mesmo volume inicialmente, então o volume de líquido que transbordará será igual ao aumento do volume do líquido menos o aumento do volume do recipiente. Assim, utilizando os conceitos de dilatação térmica, o volume ΔV de



líquido que transborda é:

$$\Delta V = V_0 \gamma_l \Delta T - V_0 \gamma_r \Delta T = V_0 \Delta T (\gamma_l - \gamma_r) \Rightarrow \Delta V = 100 \text{ L} \cdot 50^\circ \text{C} \cdot (10 - 2) \cdot 10^{-3}^\circ \text{C}^{-1}$$

Portanto:

$$\Delta V = 2 \text{ L}$$

E a resposta correta é **(b)**.

Questão 9. Maia e Praça estavam disputando um "racha" (corrida de carros) na Avenida Brito Farias. No início da corrida, Maia percorre a primeira metade do percurso a uma velocidade constante de 90 km/h, enquanto Praça percorre, durante toda a corrida, a 120 km/h.

Sabendo que o percurso total da corrida é de 2 km, qual deve ser a velocidade média mínima de Maia na segunda metade da corrida para que ele chegue à frente de Praça no final?

- a) 120 km/h
- b) 150 km/h
- c) 180 km/h
- d) 210 km/h
- e) 240 km/h

Solução: Sabendo que Praça percorreu os 2 km a uma velocidade constante de 120 km/h, o tempo gasto por ele foi

$$t_P = \frac{2}{120} = \frac{1}{60} \text{ h.}$$

Além disso, considerando que Maia percorreu a primeira metade do trajeto (1 km) a uma velocidade constante de 90 km/h, temos que o tempo gasto nesse trecho foi

$$t_{M_1} = \frac{1}{90} \text{ h.}$$

Para que Maia chegue antes de Praça, o tempo total de percurso de Maia deve satisfazer a inequação

$$t_{M_1} + t_{M_2} \leq t_P,$$

ou seja,

$$t_{M_2} \leq t_P - t_{M_1}.$$

Substituindo os valores:

$$t_{M_2} \leq \frac{1}{60} - \frac{1}{90},$$

$$t_{M_2} \leq \frac{1}{180} \text{ h.}$$

Logo, Maia deve gastar no máximo $\frac{1}{180}$ h na segunda metade do percurso.



Pela definição de velocidade média:

$$v_{M_2} = \frac{1}{t_{M_2}}.$$

Portanto,

$$\frac{1}{v_{M_2}} \leq \frac{1}{180} \implies v_{M_2} \geq 180 \text{ km/h}.$$

Assim, a velocidade média mínima que Maia deve atingir na segunda metade do trajeto é 180 km/h

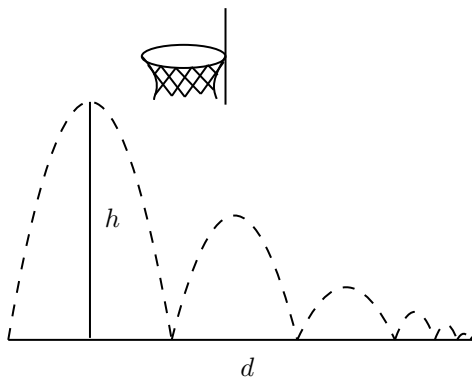
Letra c) 180 km/h

Questão 10. Biasse estava jogando basquete com Eduardo quando foi cobrar um arremesso livre. Como Biasse não é muito habilidoso, ele errou feio a cesta, como mostra a figura. No entanto, ele observou que, após o arremesso, a bola percorreu uma distância horizontal d até que sua velocidade vertical se tornasse zero ao atingir o chão.

Sabe-se que:

- a altura máxima atingida pela bola foi h ;
- o coeficiente de restituição entre a bola e o chão é 0,5;
- a componente horizontal da velocidade, v_{0_x} , permanece constante após cada colisão com o chão.
- a resistência do ar é desprezível.

A distância d percorrida pela bola é dada por:



Dica: O somatório $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2$

- a) $4v_{0_x}\sqrt{\frac{2h}{g}}$
- b) $2v_{0_x}\sqrt{\frac{2h}{g}}$
- c) $v_{0_x}\sqrt{\frac{2h}{g}}$
- d) $\frac{v_{0_x}}{2}\sqrt{\frac{2h}{g}}$
- e) $\frac{v_{0_x}}{4}\sqrt{\frac{2h}{g}}$



Solução: Antes da primeira colisão com o chão, a posição da bola é descrita por:

$$x = v_{0_x} t$$

$$y = v_{0_y} t - \frac{gt^2}{2}$$

Além disso, sabemos que a colisão acontece quando $y = 0$. Logo,

$$0 = v_{0_y} t - \frac{gt^2}{2}$$

$$t_{T_1} = \frac{2v_{0_y}}{g}$$

Onde t_{T_1} é o tempo total que a bola fica no ar antes da primeira colisão com o chão.

Entretanto, essa equação depende de v_{0_y} e as alternativas não dependem dele. Logo, devemos encontrar uma equação que relacione v_{0_y} com h (altura máxima). Para isso, podemos usar que no ponto mais alto da trajetória, a velocidade vertical se anula. O instante desse ponto é: $t = \frac{t_T}{2} = \frac{v_{0_y}}{g}$

Substituindo,

$$h = v_{0_y} t - \frac{gt^2}{2}$$

$$h = v_{0_y} \frac{v_{0_y}}{g} - \frac{g \left(\frac{v_{0_y}}{g} \right)^2}{2}$$

$$h = \frac{v_{0_y}^2}{g} - \frac{v_{0_y}^2}{2g}$$

$$h = \frac{v_{0_y}^2}{2g}$$

$$v_{0_y} = \sqrt{2gh}$$

Logo, o tempo total que a bola percorre antes de colidir pela primeira vez é dado por:

$$t_{T_1} = \frac{2v_{0_y}}{g}$$

$$t_{T_1} = \frac{2\sqrt{2gh}}{g}$$

$$t_{T_1} = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}$$



Portanto, a distância percorrida entre uma colisão e outra é dada por:

$$x = v_{0x} t$$

$$d_1 = v_{0x} t_{T_1}$$

$$d_1 = 2v_{0x} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Entretanto, d_1 corresponde a distância horizontal percorrida desde o arremesso de Biasse até a primeira colisão com o chão. Para encontrarmos a distância d total percorrida, devemos somar todas as distâncias horizontais entre as colisões. Isto é, a distância d_1 + a distância entre a primeira e segunda colisão + a distância entre a segunda e terceira colisão + ...

Para encontrar a distância entre a primeira e segunda colisão (d_2), podemos recorrer a fórmula de d_1 :

$$d_1 = 2v_{0x} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Podemos perceber que a fórmula depende apenas de v_{0x} (não muda), g (não muda) e de h (muda).

Então, podemos reescrever a fórmula de d_1 para d_2 como sendo:

$$d_2 = 2v_{0x} \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$$

Onde h_2 é a altura máxima na segunda trajetória (entre a primeira e segunda colisão).

Logo, precisamos apenas descobrir qual é a altura máxima nessa segunda trajetória para encontrar a distância percorrida nela.

Para isso, devemos recorrer ao coeficiente de restituição $e = 0,5$:

$$e = \frac{|v_{y_{\text{depois}}}|}{|v_{y_{\text{antes}}}|}$$

Onde $v_{y_{\text{antes}}}$ corresponde a velocidade em y logo antes da colisão com o chão, e $v_{y_{\text{depois}}}$ corresponde a velocidade em y logo após a colisão com o chão. Apenas levamos a componente da velocidade em y , pois esta está perpendicular ao chão.

Logo, devemos encontrar a velocidade logo antes da colisão com o chão para entrar a velocidade depois. Para isso, podemos utilizar a fórmula da velocidade em y :

$$v_y = v_{0y} - gt$$

Como já tínhamos encontrado o tempo total da trajetória anteriormente

$$t_{T_1} = \frac{2v_{0y}}{g}$$



$$v_y = v_{0y} - gt_{T_1}$$

$$v_y = v_{0y} - g \frac{2v_{0y}}{g}$$

$$v_y = -v_{0y}$$

Logo, a velocidade logo antes da colisão é a mesma da velocidade inicial. Entretanto, seus sentidos são contrários.

Temos, portanto, que $v_{y_{\text{antes}}} = -v_{0y}$

Então,

$$e = \frac{|v_{y_{\text{depois}}}|}{|-v_{0y}|}$$

$$e = \frac{|v_{y_{\text{depois}}}|}{v_{0y}}$$

$$v_{y_{\text{depois}}} = ev_{0y}$$

Fisicamente, temos que a velocidade inicial em y da bola na segunda trajetória (entre a primeira e segunda colisão) é igual a velocidade na primeira (entre o arremesso e a primeira colisão) multiplicado pelo coeficiente de restituição e .

Além disso, encontramos anteriormente que:

$$v_{0y} = \sqrt{2gh}$$

$$v_{y_{\text{depois}}} = e\sqrt{2gh}$$

Podemos substituir $v_{y_{\text{depois}}} = \sqrt{2gh_2}$, onde h_2 é a altura máxima na segunda trajetória.

$$\sqrt{2gh_2} = e\sqrt{2gh}$$

$$2gh_2 = e^2 \cdot 2gh$$

$$h_2 = e^2 h$$

Logo, a altura máxima na segunda trajetória é igual a altura máxima na primeira vezes o coeficiente de restituição ao quadrado.

Portanto, a distância d_2 é dada por:



$$d_2 = 2v_{0x} \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$$

$$d_2 = 2v_{0x} \sqrt{\frac{2e^2 h}{g}}$$

$$d_2 = 2v_{0x} e \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Relembrando, d_1

$$d_1 = 2v_{0x} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Logo,

$$d_2 = e d_1$$

Para as próximas distâncias, podemos afirmar, portanto, que

$$d_3 = e d_2$$

$$d_4 = e d_3$$

...

Como a distância total $d = d_1 + d_2 + d_3 + \dots$

$$d = d_1 + e d_1 + e^2 d_1 + e^3 d_1 + \dots$$

Substituindo $e = 0,5 = \frac{1}{2}$

$$d = d_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \right)$$

Pela dica: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 2$

$$d = 2d_1$$

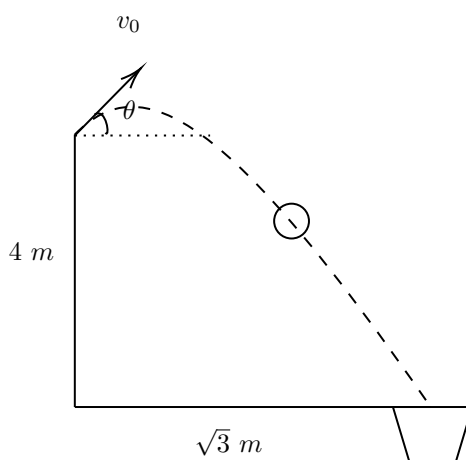
$$d = 4v_{0x} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



Letra a) $4v_{0x}\sqrt{\frac{2h}{g}}$

Questão 11. Patrick (conhecido como o “Einstein Capixaba”) estava “farmando aura” no “Espírito Santo”. Para isso, ele decidiu arremessar uma bolinha de papel em uma lixeira posicionada a uma distância horizontal de $\sqrt{3}$ m. A altura do ponto de arremesso é 4 m.

Considerando apenas a ação da gravidade e desprezando efeitos como resistência do ar, qual das alternativas abaixo apresenta um ângulo (em relação à horizontal) e uma velocidade inicial adequados para que Patrick acerte o arremesso, e, assim, “ganhe aura”?



- a) $V_0 = 2,0 \text{ m/s}$; $\theta = 30^\circ$
- b) $V_0 = 4,0 \text{ m/s}$; $\theta = 30^\circ$
- c) $V_0 = 2,0 \text{ m/s}$; $\theta = 60^\circ$
- d) $V_0 = 4,0 \text{ m/s}$; $\theta = 60^\circ$
- e) $V_0 = 4,0 \text{ m/s}$; $\theta = 45^\circ$

Solução: Considerando a posição de lançamento como a origem e o eixo y como sendo vertical e positivo para cima e x como horizontal e positivo para direita.

Temos que:

$$x = v_0 \cos \theta t$$

$$y = v_0 \sin \theta t - \frac{gt^2}{2}$$

Na posição final, ($x = \sqrt{3}$ m; $y = -4$ m)

$$\sqrt{3} = v_0 \cos \theta t$$

$$-4 = v_0 \sin \theta t - \frac{10t^2}{2}$$



Substituindo uma equação na outra,

$$-4 = \frac{\sqrt{3}v_0 \sin \theta}{v_0 \cos \theta} - \frac{15}{v_0^2 \cos^2 \theta}$$

$$-4 = \sqrt{3} \tan \theta - \frac{15}{v_0^2 \cos^2 \theta}$$

Agora, basta testar as alternativas:

Letra *a*):

$$-4 = \sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{15}{4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2}$$

$$-4 = 1 - 5$$

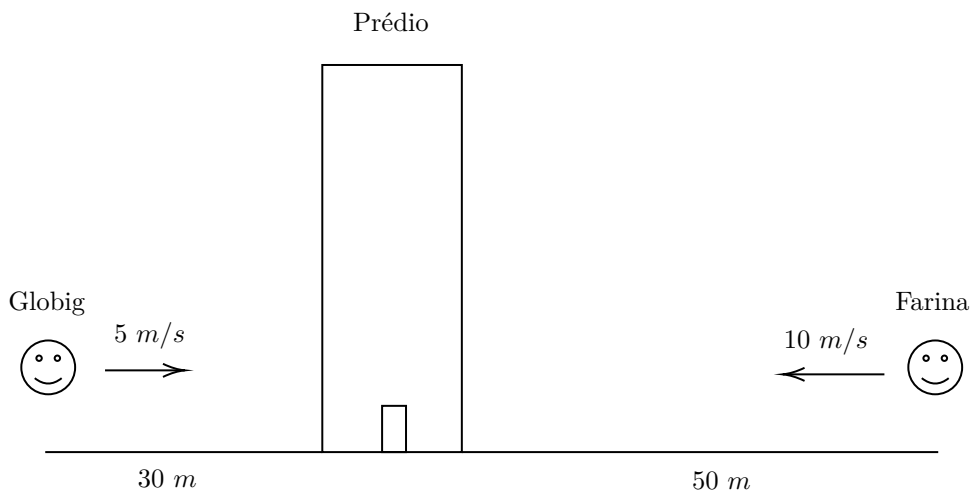
$$-4 = -4$$

Logo, a letra *a*) é correta!

Letra a) $V_0 = 2,0 \text{ m/s}; \theta = 30^\circ$

Questão 12. Globig e Farinha apostaram uma corrida até um prédio, conforme mostra a figura. No momento da disputa, Globig está a 30 m do prédio e corre a uma velocidade constante de 5 m/s, enquanto Farinha está a 50 m, mas com uma velocidade de 10 m/s.

Quem chegará primeiro ao prédio?



- a) Globig chega primeiro com 5 segundos de vantagem.
- b) Farinha chega primeiro com 6 segundos de vantagem.
- c) Farinha e Globig chegam ao mesmo tempo.
- d) Globig chega primeiro com 1 segundo de vantagem.
- e) Farinha chega primeiro com 1 segundo de vantagem.



Solução: Utilizando a definição de velocidade:

Sabemos que a distância de Globig até o prédio é de $d_G = 30$ m e sua velocidade é $v_G = 5$ m/s. Portanto, o tempo que ele leva para chegar é:

$$t_G = \frac{d_G}{v_G} = \frac{30}{5} = 6 \text{ s}$$

Já Farinha está a $d_F = 50$ m do prédio e corre a $v_F = 10$ m/s. Assim, o tempo gasto por ele é:

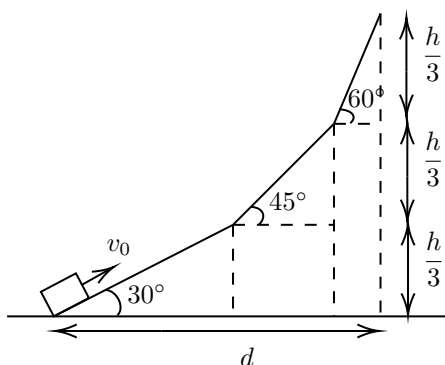
$$t_F = \frac{d_F}{v_F} = \frac{50}{10} = 5 \text{ s}$$

Como $t_F < t_G$, concluímos que Farinha chegará primeiro ao prédio com $t_G - t_F = 1$ segundo de vantagem.

Letra e)

Questão 13. Um pequeno bloco é lançado com velocidade inicial de módulo v_0 e percorre três trechos inclinados, conforme ilustrado na figura. O bloco sobe ao longo dos planos inclinados até atingir uma altura máxima h , onde momentaneamente para.

Sabendo que todos os trechos possuem o mesmo coeficiente de atrito dinâmico μ e que a distância horizontal total percorrida pelo bloco é d , determine o valor de v_0 .



- a) $\sqrt{2g(h - \mu d)}$
- b) $\sqrt{2g(h + \mu d)}$
- c) $\sqrt{2g(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(h + \mu d)}$
- d) $\sqrt{g(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(h + \mu d)}$
- e) $\sqrt{g(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(h - \mu d)}$

Solução: Considere um bloco em um plano inclinado com atrito, formando um ângulo θ com a horizontal. A força resultante que atua sobre o bloco ao longo do plano é dada por:

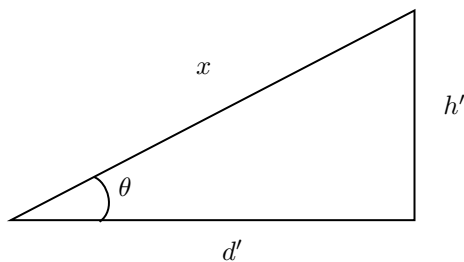
$$F = mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta$$

onde m é a massa do bloco, g é a aceleração da gravidade e μ é o coeficiente de atrito.

Assim, o trabalho realizado pelas forças sobre o bloco ao percorrer uma distância x ao longo do plano é:



$$\tau = -(mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta) x$$



Pela definição de $\sin \theta$ e $\cos \theta$:

$$\sin \theta = \frac{h'}{x}$$

$$\cos \theta = \frac{d'}{x}$$

Podemos reescrever a equação do trabalho, portanto, como:

$$\tau = -mgh' - mg\mu d'$$

Então, podemos expressar o trabalho apenas a partir dos catetos.

Logo, no caso do enunciado, temos que o trabalho é:

$$\tau = -mgh - mg\mu d$$

Pelo teorema da energia cinética

$$\tau = \Delta E_c = 0 - \frac{mv_0^2}{2}$$

Substituindo,

$$mgh + mg\mu d = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$v_0 = \sqrt{2g(h + \mu d)}$$

Letra b) $v_0 = \sqrt{2g(h + \mu d)}$

Questão 14. Um bloco de massa m é puxado sobre um plano inclinado por uma força F , que forma um ângulo α com a direção do plano. O plano inclinado está inclinado de um ângulo θ em relação à horizontal.

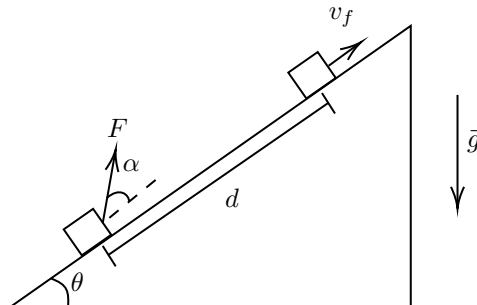
Sabendo que:

- o bloco permanece em contato com a superfície o tempo todo,
- o plano é perfeitamente liso (sem atrito),



- o bloco percorre uma distância d ao longo da rampa,

determine a velocidade final v_f do bloco.



a) $v = \sqrt{\frac{2Fd \cos(\alpha + \theta)}{m} - 2gd \sin \theta}$

b) $v = \sqrt{\frac{2Fd \cos(\alpha + \theta)}{m} + 2gd \sin \theta}$

c) $v = \sqrt{\frac{Fd \cos(\alpha + \theta)}{m} - gd \sin \theta}$

d) $v = \sqrt{\frac{2Fd \cos \alpha}{m} + 2gd \sin \theta}$

e) $v = \sqrt{\frac{2Fd \cos \alpha}{m} - 2gd \sin \theta}$

Solução: Pela definição de trabalho, temos que

$$\tau_F = Fd \cos \alpha$$

Para força F . Já para força peso, temos que:

$$\tau_P = -mg \sin \theta d$$

Logo, o trabalho total é dado por:

$$\tau = \tau_F + \tau_P = Fd \cos \alpha - mg \sin \theta d$$

Pelo Teorema da energia cinética, obtemos:

$$\tau = \Delta E_c = \frac{mv_f^2}{2} - 0$$

$$\frac{mv_f^2}{2} = Fd \cos \alpha - mg \sin \theta d$$

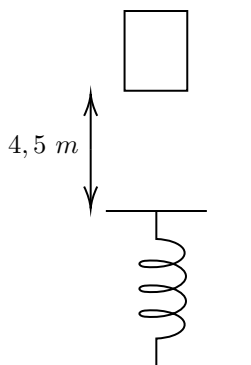
$$v_f = \sqrt{\frac{2Fd \cos \alpha}{m} - 2gd \sin \theta}$$



Letra e) $\sqrt{\frac{2Fd \cos \alpha}{m} - 2gd \sin \theta}$

Questão 15. Na figura a seguir, um cubo de massa $m = 5,0 \text{ kg}$ é abandonado a partir do repouso caindo em queda livre até colidir com um aparador acoplado a uma mola de constante elástica $k = 2,0 \times 10^3 \text{ N/m}$.

Considere desprezíveis as massas da mola e do aparador, bem como quaisquer formas de dissipação de energia mecânica. Calcule a compressão máxima da mola.



- a) 0,5 m
- b) 1,0 m
- c) 1,5 m
- d) 2,0 m
- e) 2,5 m

Solução:

Vamos calcular as energias inicial e final, considerando o ponto de início da mola como referencial.

$$E_i = mgh$$

com $h = 4,5 \text{ m}$.

A energia final é composta pela energia elástica da mola e pela energia potencial gravitacional do bloco:

$$E_f = -mgx + \frac{1}{2}kx^2,$$

onde x é a compressão máxima da mola.

Por conservação de energia:

$$mgh = -mgx + \frac{kx^2}{2}$$

Substituindo os dados do enunciado:

$$225 = -50x + 10^3x^2$$

$$10^3x^2 - 50x - 225 = 0$$



$$40x^2 - 2x - 9 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 1440}}{80}$$

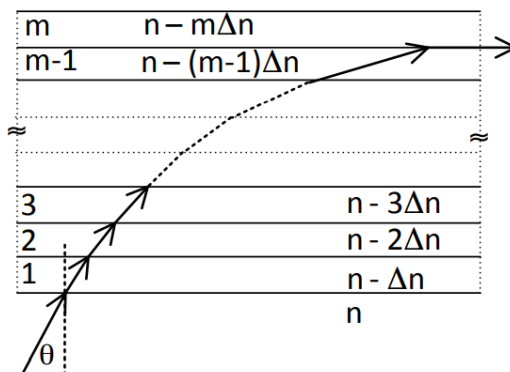
$$x = \frac{2 \pm 38}{80}$$

Como $x > 0$:

$$x = 0,5 \text{ m}$$

Letra a) 0,5 m

Questão 16. Uma luz monocromática se propaga em um meio com índice de refração $n = 1.6$. Ela entra em uma pilha de camadas de vidro pela parte inferior em um ângulo $\theta = 30^\circ$. As interfaces das camadas de vidro são paralelas entre si. Os índices de refração das diferentes camadas de vidro diminuem monotonamente à medida que $n_m = n - m\Delta n$, onde n_m é o índice de refração da m -ésima placa e $\Delta n = 0.1$ (veja a figura). O raio é refratado paralelamente à interface entre as $(m - 1)$ -ésima e m -ésima placas do lado direito da pilha. Qual é o valor de m ?



- a) $m = 6$
- b) $m = 7$
- c) $m = 8$
- d) $m = 9$
- e) $m = 10$

Solução: Temos uma luz monocromática que vem de um meio com índice de refração $n = 1.6$ e incide na pilha de placas com ângulo $\theta = 30^\circ$ (medido em relação à normal). As placas têm índices

$$n_m = n - m\Delta n, \quad \Delta n = 0.1,$$

com $m = 1, 2, \dots$ seguindo a figura; as interfaces são paralelas.



Ao atravessar sucessivas interfaces entre meios de índices decrescentes, a quantidade

$$n_{\text{origem}} \sin \theta_{\text{origem}} = n \sin \theta$$

é conservada em todas as interfaces (pela Lei de Snell), ou seja

$$n \sin \theta = n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 = \dots = n_k \sin \theta_k = \dots$$

onde θ_k é o ângulo do raio dentro da k -ésima placa (medido em relação à normal).

O enunciado pede o valor de m tal que o raio seja refratado *paralelamente à interface* entre a $(m-1)$ -ésima e a m -ésima placa *do lado direito* da pilha. “Paralelo à interface” significa que, no meio m , o raio sai com direção tangente à interface, isto é, o ângulo de refração em relação à normal vale 90° . Portanto, no limite de refração para a placa m temos $\sin \theta_m = 1$, e pela conservação acima:

$$n \sin \theta = n_m \sin \theta_m = n_m \cdot 1 = n_m.$$

Logo a condição para que o raio seja refratado paralelamente à interface entre $(m-1)$ e m é

$$n_m = n \sin \theta.$$

Usando $n_m = n - m\Delta n$ obtemos

$$n - m\Delta n = n \sin \theta \quad \Rightarrow \quad m = \frac{n - n \sin \theta}{\Delta n}.$$

Substituindo os valores numéricos $n = 1.6$, $\theta = 30^\circ$ (logo $\sin 30^\circ = 1/2$) e $\Delta n = 0.1$,

$$m = \frac{1.6 - 1.6 \cdot \frac{1}{2}}{0.1} = \frac{1.6 - 0.8}{0.1} = \frac{0.8}{0.1} = 8.$$

Portanto, o valor procurado é $m = 8$. (item C)

Questão 17. Ao tirar algumas selfies, Gibolg notou que algumas lentes faziam seu nariz parecer maior e outras faziam seu rosto parecer mais achatado. Por ser um ótimo aluno de física, ele se recordou que isso está relacionado à distância focal da lente e à geometria do sistema. Com base nisso, analise as afirmações ditas por Gibolg:

1. Uma lente grande-angular (menor distância focal) tende a causar uma distorção que aumenta visualmente o tamanho do nariz em relação ao restante do rosto, pois exige que o fotógrafo se aproxime mais do rosto.
2. Em uma lente teleobjetiva (maior distância focal), a diferença de distância entre o nariz e as orelhas torna-se desprezível em comparação à distância total até a câmera, resultando em uma imagem com proporções mais naturais e menos distorção.
3. A distorção de perspectiva que altera as proporções do rosto em uma fotografia é causada pela curvatura da lente, e não pela posição relativa da câmera em relação ao rosto.

Assinale a alternativa correta:

- a) Apenas I é verdadeira.
- b) Apenas I e II são verdadeiras.
- c) Apenas II e III são verdadeiras.



- d) Todas são verdadeiras.
e) Nenhuma é verdadeira.

Solução: Modelemos o rosto por dois pontos ao longo do eixo óptico: a ponta do nariz (profundidade z_{nariz}) e a orelha (profundidade z_{orelha}), separados por uma diferença de profundidade $\Delta z = z_{\text{orelha}} - z_{\text{nariz}} > 0$. Seja d a distância da câmera ao plano médio do rosto (medida desde a origem de coordenadas onde $z = 0$). A projeção em uma lente delgada dá para a altura angular de um ponto, medida em relação ao centro óptico,

$$\theta(z) = \arctan\left(\frac{y}{d - z}\right)$$

onde y é a coordenada lateral do ponto (por exemplo, meia-largura do rosto). Para comparar tamanhos relativos, podemos considerar a diferença de ângulo entre nariz e orelha ou, mais simplesmente, a razão entre suas distâncias aparentes ao centro:

$$\text{razão} \sim \frac{1/(d - z_{\text{nariz}})}{1/(d - z_{\text{orelha}})} = \frac{d - z_{\text{orelha}}}{d - z_{\text{nariz}}} = 1 + \frac{\Delta z}{d - z_{\text{nariz}}}$$

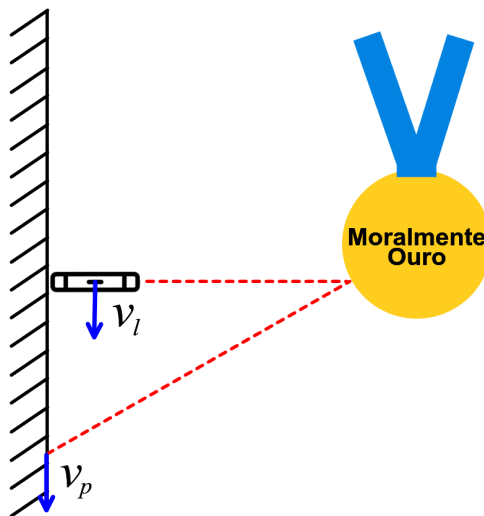
Dessa expressão vê-se claramente que, quando d é pequeno (fotógrafo muito perto, situação típica com lentes grande-angulares), o termo $\Delta z/(d - z_{\text{nariz}})$ é grande e, portanto, a diferença relativa entre nariz e orelha aumenta — o nariz aparece desproporcionalmente maior. Isso confirma a afirmação I.

Para uma lente teleobjetiva, para manter o mesmo enquadramento do rosto o fotógrafo normalmente aumenta d (ficando mais afastado). Quando $d \gg \Delta z$ a razão aproxima-se de $1 + \Delta z/d \approx 1$: as diferenças de profundidade tornam-se desprezíveis e as proporções aparentes ficam mais “comprimadas” e naturais. Isso confirma a afirmação II.

Por fim, a afirmação III atribui a distorção de perspectiva à curvatura da lente em vez da posição relativa da câmera. Isso é incorreto: a *perspectiva* (i.e. a variação relativa de tamanhos devido a diferenças de profundidade) depende exclusivamente da posição do observador/câmera em relação aos objetos (distância e ponto de vista). Imperfeições da óptica (curvatura de campo, distorções de barril/pincushion) causam deformações geométricas adicionais, mas não são a origem da compressão/expansão de profundidade que faz o nariz parecer maior ou menor — essa origem é puramente geométrica (a distância da câmera). Portanto III é falsa. Logo, o item B está correto.

Questão 18. Após polir sua medalha de “moralmente ouro” (raio R) em uma olimpíada de física, Paulo notou que ela refletia muito bem a luz incidente. Com isso, ele construiu o sistema mostrado na figura. Sabendo que o *laser* horizontal se move com uma velocidade constante v_l para baixo enquanto a reflexão da luz na parede se move com velocidade v_p , pode-se concluir que:

- a) O valor máximo de v_p ocorre quando o prolongamento do raio de luz incidente passa pelo centro da medalha.
b) Toda a parede será varrida com a luz refletiva se o *laser* iniciar seu movimento a uma altura $h \geq \frac{R\sqrt{2}}{2}$ em relação ao centro da medalha.
c) Como o *laser* se move com velocidade constante, v_p também é constante.
d) É possível que v_l seja maior que v_p .
e) O ponto da medalha iluminado pelo *laser* realiza um movimento circular uniforme de raio R .



Solução:

- Item A: Falso. Note que para valores de h próximos a $\pm \frac{R\sqrt{2}}{2}$, a velocidade diverge (raio refletivo é paralelo à parede).
- Item B: Verdadeiro. Por um argumento análogo ao do item A, a luz passará por um ponto arbitrariamente distante se a parede e o raio refletido possuírem um ângulo suficientemente pequeno.
- Item C: Falso. v_p pode se tornar arbitrariamente grande.
- Item D: Falso. Note que a mudança do ângulo de incidência “ajuda” o raio refletido a bater mais longe na parede, com igualdade somente quando $h = 0$
- Item E: Falso. Esse ponto realiza um movimento circular, porém, é evidente que ele não é uniforme ($\omega = \text{const}$).

Questão 19. Em 2019, o projeto Event Horizon Telescope (EHT) divulgou a primeira imagem da “sombra” de um buraco negro supermassivo, localizado no centro da galáxia M87. A imagem mostra um anel de luz assimétrico: um lado do anel aparece mais brilhante que o outro. Isso ocorre devido a efeitos relativísticos que envolvem a rotação do gás ao redor do buraco negro e o comportamento da luz em campos gravitacionais intensos.

Os átomos de gás giram ao redor do buraco negro em velocidades próximas à da luz, emitindo radiação principalmente na forma de ondas de rádio. Quando essa radiação é observada da Terra, o lado do anel onde o gás se move na direção do observador aparenta mais brilhante, enquanto o lado oposto aparece mais escuro. Com



base nessas informações, assinale a alternativa correta:



- a) O brilho assimétrico do anel pode ser explicado pelo efeito Doppler relativístico, que aumenta a intensidade da radiação quando a fonte se aproxima do observador.
- b) A assimetria de brilho é causada apenas pela rotação do buraco negro, que arrasta o espaço ao seu redor e emite luz preferencialmente para um lado.
- c) A luz observada vem diretamente da superfície do buraco negro, que brilha mais de um lado por causa do campo magnético interno.
- d) O lado mais escuro do anel representa o jato de matéria emitido pelo buraco negro, que bloqueia parte da radiação.
- e) O lado “claro” do buraco negro emite mais luz devido aos atritos mais intensos no disco de acreção.

Solução: O anel brilhante observado pelo EHT é emissão do gás muito quente que orbita perto do buraco negro com velocidades relativísticas. Quando partículas emissores se movem na direção do observador, a radiação sofre Doppler relativístico e beaming, aumentando a intensidade observada; o lado que se afasta fica atenuado. Esse efeito de reforço/atenuação por movimento relativístico explica naturalmente a assimetria de brilho entre os dois lados do anel. Fatores adicionais (lente gravitacional forte, propriedades do fluxo magnetizado, geometria do disco, e até frame-dragging relativístico) modificam a imagem e devem ser levados em conta para modelos detalhados, mas a explicação qualitativa principal da assimetria de brilho é o Doppler relativístico — portanto o item A está correto.

Questão 20. Os satélites do sistema de GPS orbitam a Terra a cerca de 20 mil km de altitude e se movem a velocidades de aproximadamente 14 mil km/h. Para fornecer coordenadas precisas, eles carregam relógios atômicos extremamente exatos. No entanto, para que o GPS funcione corretamente, é necessário levar em conta efeitos da teoria da relatividade.

De acordo com a relatividade restrita, um relógio em movimento passa a “andar mais devagar” quando comparado a um relógio em repouso. Já pela relatividade geral, um relógio posicionado em um campo gravitacional mais fraco (mais longe da Terra) “anda mais rápido” do que um relógio próximo à superfície.

Sobre o funcionamento do GPS e os efeitos relativísticos envolvidos, assinale a alternativa correta:

- a) Apenas a dilatação do tempo causada pela velocidade do satélite é considerada, pois a gravidade não afeta o tempo.
- b) O GPS não precisa corrigir os efeitos relativísticos, pois a diferença de tempo entre relógios é insignificante.
- c) Os efeitos da relatividade restrita e geral se cancelam exatamente, de modo que não há correção líquida.
- d) A dilatação temporal do satélite é inversamente proporcional à distância ao centro da Terra.
- e) O relógio do satélite marca o tempo mais rapidamente que o da Terra devido ao campo gravitacional mais fraco em sua órbita.

Solução: Os satélites do sistema GPS apresentam uma diferença acumulada de cerca de $38 \mu\text{s}$ por dia em relação aos relógios na Terra. Esse desvio não é trivial e resulta da combinação de dois efeitos relativísticos distintos: por um lado, a **dilatação temporal cinemática** prevista pela relatividade restrita, que faz com que o relógio em movimento (na órbita) atrase em comparação com um em repouso; por outro, o **efeito gravitacional** da relatividade geral, que faz com que um relógio situado em um campo gravitacional mais fraco (isto é, mais distante da Terra) adiante em relação a um mais próximo da superfície. No caso específico da órbita dos satélites GPS, o efeito gravitacional domina sobre o efeito cinemático, resultando em um avanço líquido do tempo registrado pelos satélites. Por isso, a diferença final de aproximadamente



38 μs por dia deve ser corrigida para que o sistema GPS mantenha sua precisão. Assim, conclui-se que o item E está correto.

Questão 21. Astrônomos estudam o espectro da galáxia NGC 7319, uma galáxia espiral ativa que faz parte do famoso Quinteto de Stephan. Em seus espectros, eles identificam a linha $H\alpha$ (alfa do hidrogênio), que é normalmente emitida no comprimento de onda $\lambda = 656.3$. Contudo, no espectro da galáxia, essa linha aparece em $\lambda = 671.1$. A distância e a velocidade de NGC 7319 estão relacionadas pela **lei de Hubble**, dada pela seguinte fórmula:

$$v = H_0 d, \quad H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

Sabendo que a velocidade da luz $c = 3e8$, qual é a distância aproximada da galáxia NGC 7319 à Terra?

- a) 43 Mpc
- b) 65 Mpc
- c) 87 Mpc
- d) 96 Mpc
- e) 123 Mpc

Solução: Primeiro, identificamos o desvio para o vermelho da galáxia NGC 7319 a partir do espectro observado. A linha $H\alpha$ do hidrogênio tem comprimento de onda de emissão em

$$\lambda_0 = 656,3 \text{ nm},$$

mas foi observada em

$$\lambda = 671,1 \text{ nm}.$$

O desvio relativo é dado por:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{671,1 - 656,3}{656,3} \approx 0,0225$$

Para galáxias próximas, a relação entre o desvio e a velocidade recessional é aproximadamente:

$$v \approx zc,$$

onde $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$. Assim,

$$v \approx 0,0225 \cdot 3 \times 10^5 \text{ km/s} \approx 6750 \text{ km/s}.$$

Aplicando a lei de Hubble:

$$v = H_0 d, \quad H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc},$$

temos:

$$d = \frac{v}{H_0} = \frac{6750}{70} \text{ Mpc} \approx 96 \text{ Mpc}$$

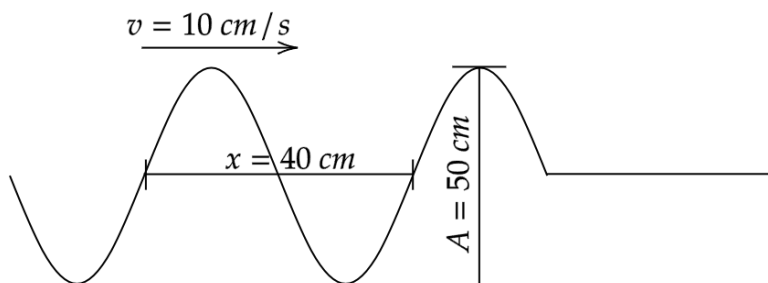
Portanto, a distância aproximada da galáxia NGC 7319 à Terra é

96 Mpc

correspondendo ao item D.



Questão 22. Eduardo adora brincar com cordas. Eduardo produz uma sequência de ondas periódicas ao oscilar a extremidade de uma corda que está presa em uma parede. A partir da imagem que representa as ondas formadas, analise as afirmativas:



I- A amplitude da onda é de 50 cm.

II- A frequência é de 14 Hz.

III- É uma onda transversal.

Assinale o item correto:

- a) Apenas as afirmativas I e II estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas I e III estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas II e III estão corretas.
- d) Há somente uma afirmativa correta.
- e) Todas as afirmativas estão corretas.

Solução: Analisando as alternativas:

I- Incorreta, a amplitude é de 25 cm.

II- Incorreta.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{4}$$

III- Correta.

Logo, a resposta correta é **Letra d)**

Questão 23. Praça está procurando objetos novos para fazer experimentos e encontra um diapásão. O diapásão tem frequência natural de 680 Hz e é tocado na extremidade aberta de uma proveta que está preenchida com água sendo esvaziada. Quando a água atinge uma altura h na proveta, ocorre a primeira ressonância. Sabe-se que a proveta mede 1 metro e a velocidade do som é de 340 m/s. Assinale a alternativa que contém o valor de h .

- a) 12,5 cm.
- b) 25 cm.
- c) 50 cm.



- d) 87,5 cm.
e) 100 cm.

Solução: Tubo aberto em cima e fechado pela água embaixo: ressonância de um tubo aberto-fechado. A primeira ressonância (fundamental) ocorre para:

$$f = \frac{v_{som}}{4L_{ar}}$$

$$680 = \frac{340}{4L_{ar}} \Leftrightarrow$$

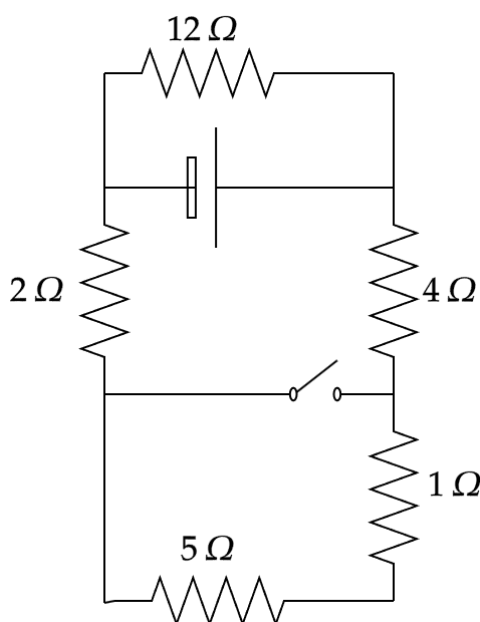
$$L_{ar} = 12,5 \text{ cm}$$

Como a questão pede a altura da água:

$$h = 100 - 12,5 = 87,5 \text{ cm}$$

Logo, a resposta correta é **Letra d)**

Questão 24. João Vitor está montando circuitos e brincando com eles. Para tentar testar seus conhecimentos, João montou o seguinte circuito e se perguntou: qual a resistência equivalente do circuito quando a chave está aberta? E fechada? Para ajudá-lo, assinale a alternativa que contém as respostas de suas perguntas.



- a) 12 Ω e 6 Ω, respectivamente.
b) 6 Ω e 12 Ω, respectivamente.
c) 6 Ω e 4 Ω, respectivamente.
d) 4 Ω e 6 Ω, respectivamente.
e) 12 Ω e 4 Ω, respectivamente.



Solução: Para a chave aberta, associação em série dos resistores de 4, 1, 5 e 2 e tudo isso em paralelo com o de 12:

$$R_{eq1} = 4 + 1 + 5 + 2 = 12 \, \Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{R_{eq1}} + \frac{1}{12}$$

$$R_{eq2} = 6 \, \Omega$$

Para a chave fechada não passará corrente pelos resistores de 1 e 5, portanto:

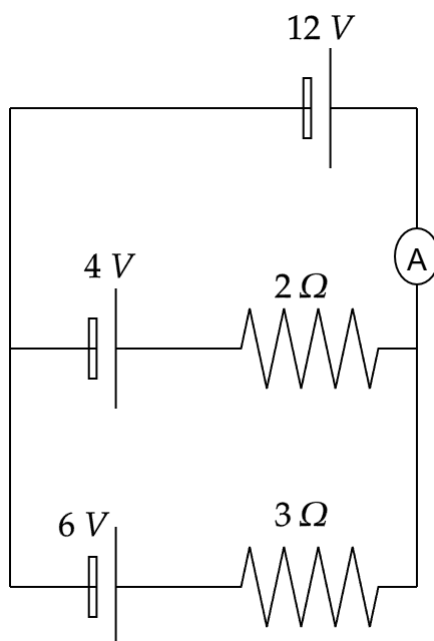
$$R_{eq1} = 4 + 2 = 6 \, \Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{R_{eq1}} + \frac{1}{12}$$

$$R_{eq2} = 4 \, \Omega$$

Logo, a resposta correta é **Letra c)**

Questão 25. João Vitor montou outro circuito para testar seus conhecimentos. Ele está representado na figura a seguir.



O amperímetro que João colocou não está funcionando, então com seus conhecimentos você deve dizer qual deveria ser a corrente apontada por ele.

a) 2 A.



- b) 3 A.
- c) 4 A.
- d) 5 A.
- e) 6 A.

Solução: Por Kirchhoff:

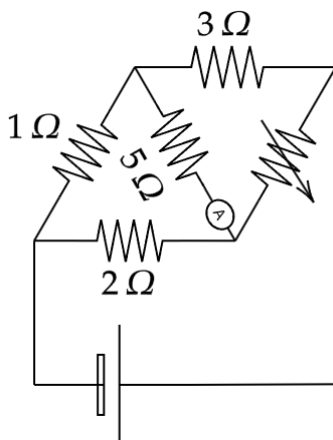
$$12 - 2 \cdot i_1 - 4 = 0 \rightarrow i_1 = 4 \text{ A}$$

$$12 - 3 \cdot i_2 - 6 = 0 \rightarrow i_2 = 2 \text{ A}$$

$$i = i_1 + i_2 = 6 \text{ A}$$

Logo, a resposta correta é **Letra e)**

Questão 26. Felipe Brandão, na tentativa de entender a Ponte de Wheatstone, montou o seguinte circuito. Sabendo que o resistor com uma seta é a representação de um potenciômetro, qual será o valor de sua resistência quando o amperímetro apontar corrente nula?



- a) 4 Ω.
- b) 5 Ω.
- c) 6 Ω.
- d) 9 Ω.
- e) 12 Ω.

Solução: Por Ponte de Wheatstone sabemos que a multiplicação dos resistores opostos deve ser igual, logo:

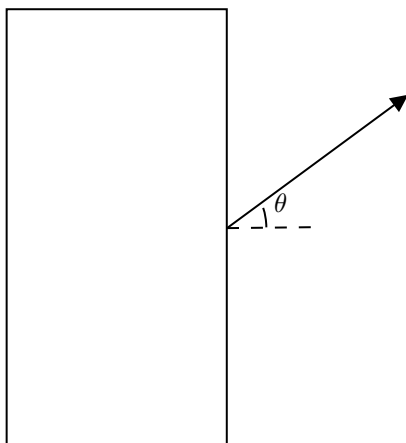
$$3 \cdot 2 = 1 \cdot R$$



$$R = 6 \, \Omega$$

Logo, a resposta correta é **Letra c)**

Questão 27. Enquanto organizava seu quarto durante a madrugada, Alves estava usando uma corda para puxar um armário de massa 160 kg. A força de tração na corda tem intensidade 1000 N e o armário se desloca em MRU. Sendo $\sin \theta = 0,8$, é possível afirmar que o coeficiente de atrito dinâmico entre o armário e o solo horizontal é igual a:



- a) 1,0
- b) 0,75
- c) 0,5
- d) 0,4
- e) 0,1

Solução:

Primeiramente, devemos perceber que o armário se desloca em MRU, ou seja, não está acelerado. Assim, sendo $f_x = \mu_x N$ a força de atrito dinâmico na horizontal, a segunda lei de Newton na horizontal nos fornece:

$$Ma_x = F \cos \theta - f_x \iff 0 = F \cos \theta - \mu_x N \iff \mu_x = \frac{F \cos \theta}{N}$$

Além disso, o equilíbrio na direção perpendicular a mesa nos fornece também que:

$$0 = N - Mg + F \sin \theta \iff N = Mg - F \sin \theta$$

Portanto, utilizando $\cos(\theta) = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = 0,6$ nesse caso, temos que:

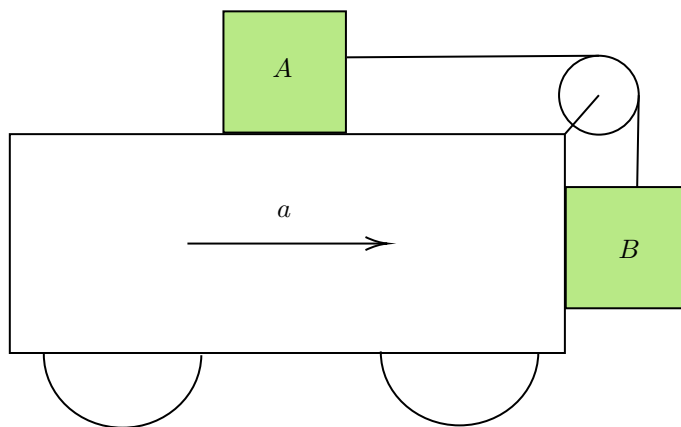
$$\mu_x = \frac{F \cos \theta}{Mg - F \sin \theta} \Rightarrow \mu_x = \frac{1000 \text{ N} \cdot 0,6}{160 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 - 1000 \text{ N} \cdot 0,8} \Rightarrow \boxed{\mu_x = 0,75}$$

Portanto, a alternativa correta é **(b)**.

Questão 28. Um veículo acelera horizontalmente com a . Dois blocos A ($M = 5.5 \text{ kg}$) e B ($m = 1 \text{ kg}$) estão presos por um fio ideal e em repouso relativo ao veículo. Não há atrito entre A e a superfície horizontal, mas



existe atrito ($\mu = 0.5$) entre B e a parede vertical. Determine o valor da aceleração a para que o sistema permaneça em equilíbrio relativo.



- a) 1.67 m/s^2
- b) 1.82 m/s^2
- c) 2.00 m/s^2
- d) 3.33 m/s^2
- e) 5.00 m/s^2

Solução:

No referencial do veículo, o equilíbrio de força no bloco A nos fornece que:

$$Ma = T$$

Onde T é a tração no fio. Além disso, denominando f como a força de atrito e N a força normal no bloco B , podemos escrever seu equilíbrio na vertical e horizontal da seguinte forma:

$$\begin{cases} T = f + mg \\ N = ma \end{cases}$$

Inicialmente, a questão deveria pedir a aceleração **mínima**, porém essa informação ficou de fora. Com isso, aqui nós temos duas situações limites: quando o atrito aponta para baixo ($f = \mu N$) e quando o atrito aponta para cima ($f = -\mu N$). Por isso, nós temos um range de valores para a aceleração entre esses dois casos.

Caso 1: aceleração para baixo.

$$\begin{aligned} T = \mu N + mg &\iff Ma = \mu ma + mg \\ \iff a = \frac{mg}{M - \mu m} &= \frac{1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{5,5 \text{ kg} - 0,5 \cdot 1 \text{ kg}} \Rightarrow \boxed{a = 2 \text{ m/s}^2} \end{aligned}$$

Caso 2: aceleração para cima.

$$\begin{aligned} T = mg - \mu N &\iff Ma = mg - \mu ma \\ \iff a = \frac{mg}{M + \mu m} &= \frac{1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{5,5 \text{ kg} + 0,5 \cdot 1 \text{ kg}} \Rightarrow \boxed{a = 1,67 \text{ m/s}^2} \end{aligned}$$



Com isso, todos os valores para a aceleração no intervalo $1,67 \text{ m/s}^2 \leq a \leq 2 \text{ m/s}^2$ estão corretos
Logo, serão consideradas as alternativas (a), (b) e (c).

Questão 29. Gurjinho, fazendo manobras com seu novo carro, percorre um movimento circular uniforme de raio R numa pista sobrelevada de um ângulo θ . Seja μ o coeficiente de atrito entre os pneus e a pista. A máxima velocidade que ele pode realizar a curva sem derrapar é igual:

- a) $\sqrt{\frac{Rg \cdot (\mu \cdot \cos \theta - \sin \theta)}{\cos \theta + \mu \sin \theta}}$
- b) $\sqrt{\frac{Rg \cdot (\mu \cdot \cos \theta + \sin \theta)}{\cos \theta - \mu \sin \theta}}$
- c) $\sqrt{\frac{Rg \cdot (\mu \cdot \cos \theta + \sin \theta)}{\cos \theta + \mu \sin \theta}}$
- d) $\sqrt{Rg \cdot \tan \theta}$
- e) $\sqrt{\frac{Rg}{\tan \theta}}$

Solução:

Primeiramente, se o carro estiver na velocidade máxima, então a força de atrito f deve apontar para baixo na direção do plano, contribuindo para a força centrípeta e evitando que o carro suba o plano. Assim, utilizando trigonometria para a decomposição de forças, a segunda lei de Newton na horizontal e na vertical nos fornece que:

$$\begin{cases} N \cos(\theta) = mg + f \sin(\theta), \\ \frac{mv^2}{R} = N \sin(\theta) + f \cos(\theta) \end{cases} \iff \begin{cases} f = \frac{mv^2}{R} \cos(\theta) - mg \sin(\theta) \\ N = \frac{mv^2}{R} \sin \theta + mg \cos \theta \end{cases}$$

Logo, utilizando que $\mu N \geq f$, temos a expressão:

$$\mu \left(\frac{mv^2}{R} \sin \theta + mg \cos \theta \right) \geq \frac{mv^2}{R} \cos(\theta) - mg \sin(\theta) \iff \sin(\theta) + \mu \cos(\theta) \geq \frac{v^2}{gR} (\cos(\theta) - \mu \sin(\theta))$$

Ou seja, temos que:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{Rg \cdot (\mu \cos(\theta) + \sin(\theta))}{\cos(\theta) - \mu \sin(\theta)}}$$

E a alternativa correta é (b).

Questão 30. Durante sua viagem à Romênia, o Raul comeu um tofu tão ruim que decidiu recalculer seu calor específico experimentalmente. Ele aqueceu uma porção de 300,0 g a $120,0^\circ\text{C}$ e mergulhou em 500,0 g de água a $20,0^\circ\text{C}$ com 200,0 g de gelo a $-10,0^\circ\text{C}$ (únicos ingredientes palatáveis do restaurante). O equilíbrio térmico a $30,0^\circ\text{C}$ revelou:

- a) $0,150 \text{ cal g}^{-1} ^\circ\text{C}^{-1}$
- b) $0,200 \text{ cal g}^{-1} ^\circ\text{C}^{-1}$
- c) $0,250 \text{ cal g}^{-1} ^\circ\text{C}^{-1}$
- d) $0,300 \text{ cal g}^{-1} ^\circ\text{C}^{-1}$
- e) $0,350 \text{ cal g}^{-1} ^\circ\text{C}^{-1}$



Solução: Primeiramente, temos por conservação de energia que:

$$Q_a + Q_g + Q_t = 0 \quad (1)$$

Onde podemos calcular cada um separadamente:

i) Água: $Q_a = m_a c_a (T_f - T_{i,a}) = 500,0 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal/(g}^\circ\text{C)} \cdot (30^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})$

Portanto, temos que $Q_a = 5000 \text{ cal}$.

ii) Gelo: $Q_g = m_g c_g (0 - T_{i,g}) + m_g L_g + m_g c_g (T_{f,g} - 0) = 200,0 \text{ g} \cdot 0,5 \text{ cal/(g}^\circ\text{C)} \cdot (0^\circ\text{C} - (-10^\circ\text{C})) + 200 \text{ g} \cdot 80 \text{ cal/g} + 200,0 \text{ g} \cdot 0,5 \text{ cal/(g}^\circ\text{C)} \cdot (30^\circ\text{C})$

Portanto, temos que $Q_g = 23000 \text{ cal}$.

Assim, podemos descobrir o valor do calor específico c_t do tofu, basta substituir o valor de Q_a e Q_g em (1) da seguinte forma:

$$5000 \text{ cal} + 23000 \text{ cal} + 300 \text{ g} \cdot c_t \cdot (30^\circ\text{C} - 120^\circ\text{C}) = 0 \iff c_t = \frac{28000}{30 \cdot 90} \text{ cal/g}^\circ\text{C} \iff \boxed{c_t = 1,037 \text{ cal/g}^\circ\text{C}}$$

Infelizmente houve um erro com as alternativas, então a questão está **anulada**