OBOF

Olimpiada Brasileña Online de Física

1ª Fase - 12 al 14 de septiembre de 2025

Nombre: ______________________________

Grado: ______________________________

César Lattes
Nivel Abierto
Español

Instrucciones de la Prueba

I. Esta prueba consta de **15** preguntas.

II. Cada pregunta tiene 5 alternativas de respuesta y solo una de ellas es correcta.

III. La duración máxima de esta prueba es de **cuatro horas**. Además del tiempo de prueba, se concederán **5 minutos** para completar la hoja de respuestas Online.

IV. **Se permite** el uso de calculadoras científicas.

V. La prueba debe realizarse de forma individual y no está permitido discutir las soluciones de las preguntas durante el período de aplicación de la prueba del **12 al 14 de septiembre de 2025**.

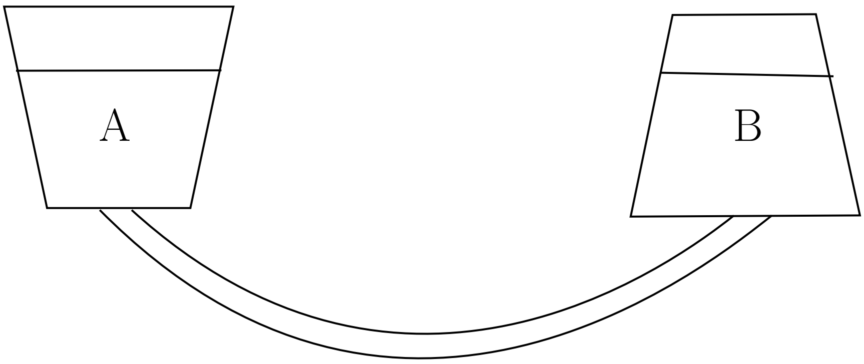
VI. Si es necesario, y a menos que se indique lo contrario, use: aceleración gravitacional en la superficie de la Tierra $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$; calor específico del agua líquida $c_a = 1\,\mathrm{cal/(g\,^\circ C)}$; calor latente de fusión del hielo $L = 80\,\mathrm{cal/g}$; $1\,\mathrm{cal} = 4,2\,\mathrm{J}$; densidad del agua líquida $\rho = 1,0\,\mathrm{g/cm^3}$; constante de Wien $b = 2,898 \times 10^{-3}$ m $\cdot$ K; constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J $\cdot$ s; velocidad de la luz $c = 3 \times 10^8$ m/s; energía del hidrógeno en el estado fundamental $E_n = -\dfrac{13,6}{n^2}$ eV; 1 eV $= 1,6 \times 10^{-19}$ J.

Apoyo:

Curiosidades:

Cesare Mansueto Giulio Lattes, más conocido como César Lattes (Curitiba, 11 de julio de 1924 — Campinas, 8 de marzo de 2005), fue un físico brasileño, codescubridor del mesón-π (mesón pi o pión), descubrimiento que llevó a la concesión del Premio Nobel de Física de 1950 a Cecil Frank Powell, líder de la investigación. Lattes es uno de los físicos más ilustres de Brasil y su trabajo fue fundamental para el desarrollo de la física atómica en el país. También fue un gran líder en el ámbito científico brasileño y uno de los principales responsables de la creación del Consejo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico (CNPq).

Pregunta 1. 2 contenedores en forma de trapecio están conectados por un tubo, como se muestra en la imagen. Ambos contienen agua en reposo, como también se muestra en la figura. Así, es posible realizar dos acciones: calentar el contenedor A (acción I) o calentar el contenedor B (acción II). En ambas acciones, el agua sufre expansión, mientras que los contenedores no tienen una expansión considerable. ¿Cómo se comporta el flujo de agua ante cada acción?



a) En ambas, no existe flujo resultante.

b) En ambas, existe un flujo de A hacia B.

c) En ambas, existe un flujo de B hacia A.

d) En I, el flujo es de A hacia B. Mientras tanto, en II, el flujo es de B hacia A.

e) En I, el flujo es de B hacia A. Mientras tanto, en II, el flujo es de A hacia B.

Solución:

Inicialmente, la presión en la parte superior de ambos contenedores es $P = \rho g h = mgh/V$, donde ρ es la densidad volumétrica, m la masa, V el volumen y h la profundidad. Note que V/h es el "área promedio"de un contenedor. Por lo tanto, la forma del contenedor es relevante para determinar el flujo. Ante una expansión del agua, en A el área promedio aumenta, reduciendo la presión, mientras que en B ocurre lo contrario. Como el flujo va del área de mayor presión a la de menor presión, el flujo es de B hacia A en ambas situaciones.

Pregunta 2. Se da un espejo cóncavo cuyo foco está a 2 m del vértice. Además, se sabe que la altura del objeto (colocado a la izquierda del espejo) está descrita por la función

$$f(x) = \frac{x^5}{2} - 2x^4 + 3x^3 - \frac{9x}{2} + 1, \quad \text{para } x < 0,$$

donde el origen del sistema de coordenadas coincide con el centro óptico del espejo.

Solo con esta información, determine la altura mínima (en módulo) que puede tener el objeto, en metros:

a) 1

b) 3

c) 16

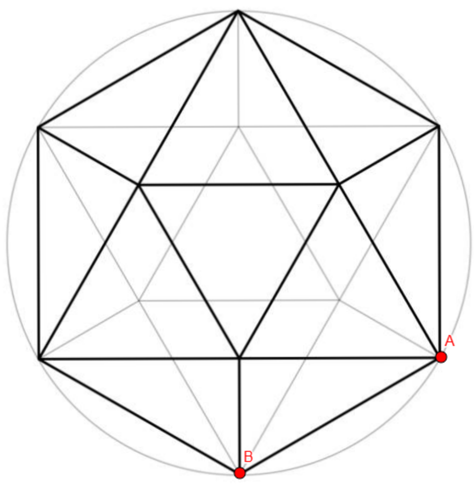
d) 17

e) Ninguna de las alternativas anteriores

Solución: En esta pregunta hubo un error de digitación. En lugar de la altura mínima del objeto, debería haber sido la altura mínima de la **imagen**. Sin embargo, esto no altera la solución ni la respuesta de la pregunta.

Aunque un polinomio de quinto grado es intimidante, es fácil notar, probando casos simples, que -1 es una raíz. Esto indica que el objeto tendrá un punto donde su altura será 0, y por lo tanto, la imagen también. De esta forma, la opción correcta es la (e), ya que la altura mínima es 0.

Pregunta 3. La siguiente imagen representa un icosaedro, una figura espacial regular con 12 vértices, 20 caras triangulares y 30 aristas. Cada arista tiene una resistencia eléctrica de valor R. Determine la resistencia equivalente entre los dos vértices adyacentes destacados en rojo (A y B).



a) R

b) $\frac{2R}{3}$

c) $\frac{11R}{30}$

d) $\frac{9R}{20}$

e) $\frac{R}{2}$

Solución: Para resolver este problema, podemos explorar la simetría del circuito para simplificarlo. Sin embargo, en lugar de simplificar el circuito directamente, podemos aplicar el principio de superposición de manera elegante, aislando los terminales A y B. Para ello, abordaremos el problema en dos etapas simétricas.

Etapa 1: Inyección de Corriente en A

Primero, inyectamos una corriente I en el vértice A y asumimos que se drena uniformemente por todos los otros 11 vértices. Cada uno de estos 11 vértices, incluido B, extrae una corriente de $\frac{I}{11}$.

Por la simetría local perfecta alrededor del vértice A, la corriente I que entra se divide por igual entre las 5 aristas conectadas a él. Así, la corriente que fluye por la arista directa AB es $\frac{I}{5}$. Esto genera una primera parte de la diferencia de potencial entre A y B:

$$U_{AB,1} = \frac{I}{5} \cdot R$$

Etapa 2: Extracción de Corriente de B

Ahora, de forma independiente, extraemos una corriente I del vértice B, asumiendo que es alimentada uniformemente por todos los otros 11 vértices. Cada uno de estos vértices, incluido A, inyecta una corriente de $\frac{I}{11}$.

Nuevamente, por la simetría local alrededor de B, la corriente I que sale está formada por contribuciones iguales de sus 5 aristas vecinas. La corriente que fluye de A a B en esta etapa es, por lo tanto, $\frac{I}{5}$. Esto genera la segunda parte de la diferencia de potencial:

$$U_{AB,2} = \frac{I}{5} \cdot R$$

Superposición y Resultado Final

Al superponer las dos etapas, las corrientes en todos los vértices intermedios se anulan (ya que en cada uno entra $\frac{I}{11}$ en la Etapa 2 y sale $\frac{I}{11}$ en la Etapa 1). El resultado neto es:

- Una corriente total entrando en A: $I_{\text{total}} = I_{\text{inyectada}} + I_{\text{alimentadora}} = I + \frac{I}{11} = \frac{12I}{11}$
- Una corriente total saliendo de B: $I_{\text{total}} = I_{\text{extraída}} + I_{\text{drenada}} = I + \frac{I}{11} = \frac{12I}{11}$

La diferencia de potencial total U_{AB} es la suma de las contribuciones de cada etapa:

$$U_{AB} = U_{AB,1} + U_{AB,2} = \frac{I}{5}R + \frac{I}{5}R = \frac{2I}{5}R$$

Por la Ley de Ohm para el circuito completo, $U_{AB} = I_{\text{total}} \cdot R_{eq}$. Igualando las expresiones:

$$\frac{12I}{11} \cdot R_{eq} = \frac{2I}{5}R$$

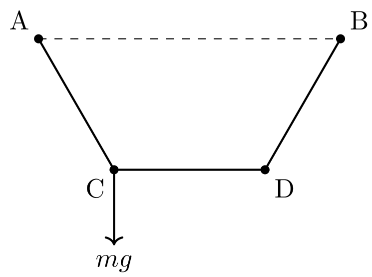
Simplificando y aislando R_{eq}, encontramos:

$$R_{eq} = \frac{2R}{5} \cdot \frac{11}{12} = \frac{22R}{60} = \frac{11R}{30}$$

$$\boxed{\text{11R/30}}$$

Alternativa C

Pregunta 4. Tres barras sin masa e idénticas (AC, CD y BD) están conectadas por pivotes ideales entre sí. Las barras se posicionan de tal manera que la línea AB y la barra CD son paralelas, siendo AB el doble de largo que CD. Se cuelga una masa m en C, como se muestra en la figura de abajo. ¿Cuál es la menor fuerza que se necesita aplicar en D para que el sistema esté en equilibrio estático?



a) $F = 4mg$

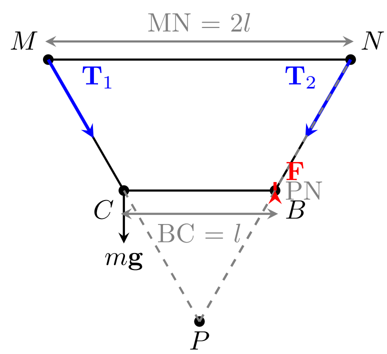
b) $F = 2mg$

c) $F = mg$

d) $F = \dfrac{mg}{2}$

e) $F = \dfrac{mg}{4}$

Solución:



Primero, observe la disposición geométrica: el problema puede visualizarse como parte de un triángulo equilátero más grande MNP. Las barras sin masa conectan $M - C$, $C - B$ y $B - N$, y la masa m está suspendida de C. Tomamos el punto P como el pivote para calcular los torques.

Como las barras de soporte solo transmiten fuerzas de tensión a lo largo de sí mismas, sus fuerzas en M y N no producen torque alrededor de P (el brazo de palanca es cero o las fuerzas son colineales con los brazos). Por lo tanto, los únicos torques relevantes con respecto a P se deben al peso mg en C y a la fuerza F aplicada en B.

Ahora determinamos los brazos de palanca en función de la longitud de la barra l. A partir de la geometría dada:

$$AC = CD = DB = l \quad \text{y} \quad AB = 2l.$$

La posición de C en relación con P da un brazo de palanca para el peso igual a $b_{mg} = \frac{l}{2}$. Para que la fuerza F sea mínima, se requiere un brazo de palanca máximo, y esto ocurre cuando F actúa perpendicularmente al segmento PN. Este brazo de palanca más grande es $b_F = l$.

Escribiendo el equilibrio de torques (signos elegidos para que los torques se anulen):

$$mg\, b_{mg} = F\, b_F.$$

Sustituyendo $b_{mg} = \frac{l}{2}$ y $b_F = l$:

$$mg \cdot \frac{l}{2} = F \cdot l \quad \Rightarrow \quad F = \frac{mg}{2}.$$

Por lo tanto, la fuerza mínima en D requerida para el equilibrio es **Alternativa D**

Pregunta 5. Betão intentaba llegar a otro planeta A y, para evitar la fatiga, quería saber la velocidad mínima para hacerlo. Considere que el planeta de Betão tiene una masa $4M$ y un radio R, mientras que el planeta A tiene una masa cuatro veces menor y el mismo radio que el planeta de Betão. Sabiendo que la distancia entre los centros de los planetas es $7R$ y que Betão puede despegar desde cualquier punto de su planeta, marque la alternativa que presenta la velocidad mínima con la que Betão necesita lanzarse para salir de su planeta y llegar a A con velocidad nula.

a) $v = \sqrt{\frac{59GM}{12R}}$

b) $v = \sqrt{\frac{61GM}{12R}}$

c) $v = \sqrt{\frac{53GM}{12R}}$

d) $v = \sqrt{\frac{27M}{12R}}$

e) $v = \sqrt{\frac{8GM}{R}}$

Solución:

Primeramente, sea v la velocidad mínima del enunciado y m la masa de la nave. Por conservación de la energía, tenemos que:

$$\frac{mv^2}{2} + U_i = U_f \iff v = \sqrt{\frac{2(U_f - U_i)}{m}} \tag{1}$$

Por lo tanto, debemos elegir los puntos inicial y final de tal modo que v sea mínimo. Así, podemos escribir las energías potenciales inicial y final de la siguiente forma:

$$\begin{cases} U_i = -\dfrac{G(4M)m}{R_{lanzamiento}} - \dfrac{GMm}{r_i} \\ U_f = -\dfrac{GMm}{R_{llegada}} - \dfrac{G(4M)m}{r_f} \end{cases}$$

Como queremos v mínimo, debemos maximizar U_i (hacerla menos negativa) y minimizar U_f (hacerla más negativa). Para maximizar U_i, necesitamos maximizar los denominadores. El punto de lanzamiento en el planeta de partida más alejado del planeta A está a una distancia de $r_i = 7R + R = 8R$ del centro del planeta A. Para minimizar U_f, necesitamos minimizar los denominadores. El punto de llegada en la superficie del planeta A más cercano al planeta de partida está a una distancia de $r_f = 7R - R = 6R$ del centro del planeta de partida. Con esto, podemos concluir que:

$$\begin{cases} r_i = 7R + R = 8R \\ r_f = 7R - R = 6R \end{cases} \iff \begin{cases} U_i = -\dfrac{G(4M)m}{R} - \dfrac{GMm}{8R} \\ U_f = -\dfrac{GMm}{R} - \dfrac{G(4M)m}{6R} \end{cases} \iff \begin{cases} U_i = -\dfrac{33GMm}{8R} \\ U_f = -\dfrac{5GMm}{3R} \end{cases}$$

Por lo tanto, sustituyendo estos valores en **(1)**, tenemos que:

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}}\sqrt{-\frac{5GMm}{3R} - \left(-\frac{33GMm}{8R}\right)} \iff \boxed{v = \sqrt{\frac{59GM}{12R}}}$$

luego, la alternativa correcta es **Alternativa A**

Pregunta 6. Considere un bloque de masa m que se suelta para recorrer un movimiento circular en una pista circular lisa de radio R, como se representa en la figura de abajo. Si la normal en el punto A es igual a $N = \alpha\, mg$, ¿cuál es la altura h' del bloque cuando pierde contacto con la pista?

Considere que α es un número real tal que $R \leq h' \leq 2R$.

a) αR
b) $(2+\alpha)R$
c) $(1+\alpha/2)R$
d) $(1+\alpha/3)R$
e) $(2+\alpha/4)R$

Solución: Primeramente, la fuerza centrípeta en el punto A es:

$$\frac{mv_a^2}{R} = N = \alpha\, mg \iff \frac{mv_a^2}{2} = \frac{\alpha\, mgR}{2}$$

Así, la energía del bloque en el punto A es:

$$E_A = \frac{mv_a^2}{2} + mgR = \frac{\alpha\, mgR}{2} + mgR \Rightarrow E_A = \frac{(\alpha+2)mgR}{2}$$

Sea P el punto en que el bloque pierde contacto con la pista circular y θ el ángulo entre la vertical y el radio que conecta el centro con P.
La fuerza centrípeta en el punto P es:

$$\frac{mv_P^2}{R} = mg\cos\theta = mg\frac{(h'-R)}{R} \Rightarrow \frac{mv_P^2}{2} = \frac{mg(h'-R)}{2}$$

Donde usamos $N = 0$, pues ya no hay contacto, y $\cos\theta = (h' - R)/R$.
Luego, la energía del bloque en el punto P es:

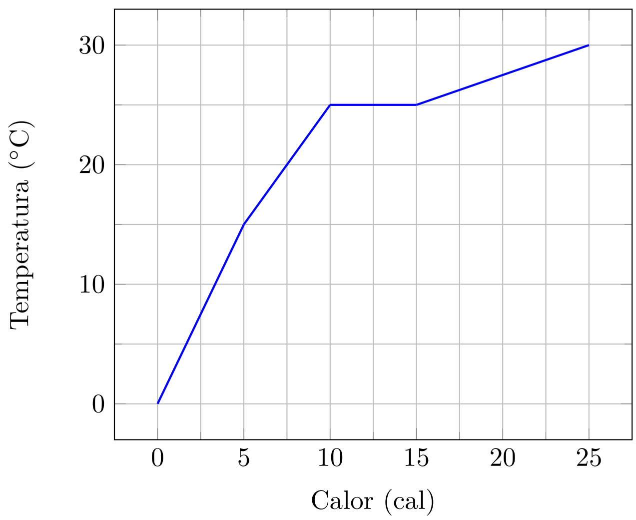
$$E_P = \frac{mv_P^2}{2} + mgh' = \frac{mg(h'-R)}{2} + mgh' \Rightarrow E_P = \frac{mg(3h'-R)}{2}$$

Así, por conservación de la energía:

$$E_A = E_P \iff \frac{(\alpha+2)mgR}{2} = \frac{mg(3h'-R)}{2} \iff (\alpha+2)R = 3h' - R \iff \boxed{h' = \left(1+\frac{\alpha}{3}\right)R}$$

Por lo tanto, la alternativa correcta es la **(d)**.

Pregunta 7. Grujoão, en su laboratorio en Campinas, investigaba el comportamiento térmico de dos sustancias distintas, A y B, ambas con una masa de 1 g. Para ello, calentó la mezcla utilizando una fuente de calor y registró la variación de la temperatura del sistema en función de la cantidad de calor suministrado, como muestra el siguiente gráfico:



Inicialmente, ambas sustancias se encontraban en estado **sólido** y a una temperatura de 0°C. Al final del experimento, Grujoão observó que la sustancia A se encontraba en equilibrio entre las fases **sólida y líquida**, mientras que la sustancia B estaba completamente en **estado líquido**.

Con base en esta información y en los datos proporcionados por el gráfico, los calores específicos de las sustancias A y B en estado sólido (en cal/g · °C) y el calor latente de fusión de la sustancia B (en cal/g) son, respectivamente:

a) 1, 2, 10
b) $\frac{1}{2}, 1, 10$
c) $\frac{1}{2}, 2, 20$
d) 2, 1, 10
e) $\frac{1}{2}, 1, 20$

Solución: Anulada

La sustancia A no puede estar en equilibrio entre las fases sólida y líquida al final del experimento, porque la temperatura del sistema está aumentando con el suministro de calor, como muestra el gráfico. Lo correcto sería que este calor se destinara inicialmente a la fusión de A (sin variación de temperatura) y, solo después de la fusión completa, a la elevación de la temperatura del sistema.

La intención inicial de la pregunta era considerar que el gráfico de calor vs. temperatura de las dos sustancias era la "suma"de los gráficos de las sustancias iniciales. Sin embargo, ¡esto es completamente erróneo!

En el caso de dos sólidos inmiscibles, tendríamos que el calor total es simplemente la suma de los calores de cada componente:

$$Q = m_A c_A \Delta T + m_B c_B \Delta T = (m_A c_A + m_B c_B)\Delta T$$

Esto significa que, mientras ninguno de ellos alcance su punto de fusión, todo el sistema se calienta de forma lineal.

Cuando uno de ellos alcanza la temperatura de fusión, todo el calor se destinará a la fusión, ya que no puede ocurrir un cambio de temperatura. Por lo tanto, en el punto de fusión, el gráfico se mantendría a una temperatura constante.

Una vez completada la fusión, la temperatura continuaría aumentando de forma lineal, hasta que la otra sustancia se funda.

Sin embargo, como se puede ver, el gráfico de la pregunta no sigue este patrón.

Por lo tanto, se podría pensar que los dos sólidos son miscibles. En ese caso, antes de la fusión, el sistema se comportaría de la misma manera:

$$Q = m_A c_A \Delta T + m_B c_B \Delta T = (m_A c_A + m_B c_B)\Delta T$$

Cuando se alcanza la temperatura de fusión, la situación es un poco más compleja. En este caso, tenemos que considerar que el potencial químico es el mismo en ambas fases.

$$\mu_A^{\text{sólido}} = \mu_A^{\text{líquido}}$$

donde μ_A es el potencial químico del componente A.

Para el componente A en una solución líquida ideal:

$$\mu_A^{\text{líquido}} = \mu_A^0 + RT \ln x_A$$

donde

- μ_A^0 es el potencial químico del líquido puro,
- x_A es la fracción molar de A en la fase líquida,
- R es la constante universal de los gases,
- T es la temperatura.

En el sólido puro, aproximando linealmente por el calor latente de fusión L_A:

$$\mu_A^{\text{sólido}} = \mu_A^0 - \frac{L_A}{T_{f,A}}(T_{f,A} - T)$$

donde $T_{f,A}$ es el punto de fusión del sólido puro A.

Igualando los potenciales químicos:

$$\mu_A^{\text{sólido}} = \mu_A^{\text{líquido}}$$

$$\frac{L_A}{T_{f,A}}(T_{f,A} - T) = -RT \ln x_A$$

$$T = \frac{T_{f,A} L_A}{L_A - T_{f,A} R \ln x_A}$$

Como x_A cambia continuamente, la temperatura T también cambiará durante la fusión. Es decir, la temperatura de fusión será un rango.

Sin embargo, en el gráfico presentado existe una parte "plana". Por lo tanto, la situación no se corresponde con este caso ni con el caso de los sólidos miscibles. Por lo tanto, la pregunta está **anulada**.

Pregunta 8. En uno de sus experimentos locos, Lucas introdujo una papa en un horno de microondas sin el plato giratorio. Después de esperar a que la patata se calentara, notó que aparecía un patrón periódico de temperatura en la patata. Sabiendo que la distancia entre dos máximos de temperatura es de 8.6 mm, estime la permitividad relativa de la patata.

Dato: La frecuencia de un microondas es de 2.45 GHz

a) 7

b) 10

c) 14

d) 50

e) 200

Solución: Se observa que la distancia entre dos máximos de temperatura adyacentes en una cavidad de microondas corresponde a media longitud de onda en el medio (los antinodos consecutivos de una onda estacionaria están separados por $\lambda/2$). Sea λ_{m} la longitud de onda de la microonda dentro de la papa. Entonces

$$\frac{\lambda_{\text{m}}}{2} = 8{,}6 \text{ mm} \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{\text{m}} = 2 \cdot 8{,}6 \text{ mm} = 17{,}2 \text{ mm} = 1{,}72 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

La frecuencia es $f = 2{,}45$ GHz. En la papa (asumida como no magnética, $\mu \approx \mu_0$) la velocidad de la onda es

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

y la relación entre velocidad, frecuencia y longitud de onda en el medio es

$$\lambda_{\text{m}} = \frac{v}{f} = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_r}}$$

Aislando ε_r se obtiene

$$\varepsilon_r = \left(\frac{c}{f\lambda_{\mathrm{m}}}\right)^2$$

Sustituyendo numéricamente $c = 3 \times 10^8$ m/s, $f = 2{,}45 \times 10^9$ s^{-1} y $\lambda_{\mathrm{m}} = 1{,}72 \times 10^{-2}$ m,

$$\varepsilon_r = \left(\frac{3 \times 10^8}{2{,}45 \times 10^9 \cdot 1{,}72 \times 10^{-2}}\right)^2 \approx (7{,}12)^2 \approx 50{,}7 \approx 51$$

Por lo tanto, la permitividad relativa estimada de la papa es aproximadamente $\boxed{50}$ (alternativa D).

Pregunta 9. Una espira circular de radio R y masa M que transporta una corriente constante I se introduce en un campo magnético constante de módulo B en equilibrio estable. El período de pequeñas oscilaciones de este sistema viene dado por:

a) $T = \pi\sqrt{\frac{2M}{IB}}$

b) $T = \pi\sqrt{\frac{4M}{IB}}$

c) $T = \sqrt{\frac{4\pi M}{IB}}$

d) $T = \sqrt{\frac{2\pi M}{IB}}$

e) $T = \sqrt{\frac{\pi M}{IB}}$

Solución: Sea I la corriente en la espira (dada) y M su masa. Denotemos por $\mathcal{I}$ el momento de inercia de la espira con respecto a un diámetro que pasa por su centro (eje de oscilación). Para un anillo delgado de radio R se cumple

$$\mathcal{I} = \tfrac{1}{2}MR^2$$

La corriente produce un momento magnético de la espira dado por

$$\mu = I \cdot A = I \cdot (\pi R^2)$$

Al colocar la espira en un campo magnético uniforme $\mathbf{B}$ (módulo B), la energía potencial magnética del dipolo es

$$U(\theta) = -\mu B\cos\theta$$

donde θ es el pequeño ángulo entre el momento magnético $\boldsymbol{\mu}$ y el campo $\mathbf{B}$. Para pequeñas oscilaciones expandimos en serie de Taylor alrededor de $\theta = 0$:

$$U(\theta) \approx -\mu B\left(1 - \tfrac{\theta^2}{2}\right) = -\mu B + \tfrac{1}{2}\,\mu B\,\theta^2$$

Luego, la energía potencial efectiva cuadrática (restauradora) tiene una constante angular equivalente

$$k_{\mathrm{eff}} = \mu B$$

La ecuación de movimiento para pequeñas oscilaciones del ángulo $\theta(t)$ es

$$\mathcal{I}\,\ddot{\theta} + k_{\mathrm{eff}}\,\theta = 0,$$

por lo tanto, la frecuencia angular es

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{\text{eff}}}{\mathcal{I}}} = \sqrt{\frac{\mu B}{\mathcal{I}}}$$

El período T vale entonces

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\mathcal{I}}{\mu B}}$$

Sustituyendo $\mathcal{I} = \frac{1}{2}MR^2$ y $\mu = I\pi R^2$ obtenemos

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}MR^2}{I\pi R^2 B}} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{2\pi IB}} = \sqrt{2\pi\,\frac{M}{IB}}$$

Por lo tanto

$$\boxed{T = \sqrt{\frac{2\pi M}{IB}}}$$

que corresponde a la alternativa D.

Pregunta 10. Vitor Takashi está en su bicicleta probando un aparato que emite una frecuencia de 500 Hz y se acerca a una pared a 36 km/h. ¿Cuál es la frecuencia del sonido reflejado por la pared que percibe Vitor?

a) 500

b) 510

c) 515

d) 520

e) 530

Solución: Convirtiendo la velocidad a m/s, descubrimos que Vitor se desplaza a 10 m/s. Considerando la pared como un observador, aplicando la fórmula del efecto Doppler:

$$f = 500 \cdot \frac{340}{340 - 10} \approx 515,15$$

Ahora consideraremos la pared como la nueva fuente y a Vitor como el observador que se acerca, por lo tanto:

$$\boxed{f = 515,15 \cdot \frac{340 + 10}{340} \approx 530}$$

Luego, la respuesta correcta es $\boxed{\textbf{Alternativa e)}}$

Pregunta 11. Un cilindro vertical térmicamente aislado, con un pistón móvil de área A y masa despreciable, contiene n moles de un gas ideal monoatómico inicialmente en equilibrio bajo presión atmosférica P_0, volumen V_0 y temperatura T_0. Cuando se coloca una masa M sobre el pistón, el sistema sufre una compresión adiabática reversible hasta un nuevo equilibrio. Considerando la aceleración de la gravedad g y la constante de los gases R, determine:

a) $T_f = T_0\left(1 + \frac{Mg}{P_0A}\right)^{2/5}$

b) $T_f = T_0 \left(\frac{3P_0A}{3P_0A+2Mg}\right)^{3/2}$

c) $T_f = T_0 + \frac{2Mg}{5nR}\sqrt{\frac{V_0}{A}}$

d) $T_f = T_0 \left(1 + \frac{2Mg}{3P_0A}\right)$

e) $T_f = T_0 \left(\frac{P_0A}{P_0A+Mg}\right)^{2/3}$

Solución:

Primeramente, sabemos que la presión del gas en el nuevo equilibrio es:

$$P_f = P_0 + \frac{Mg}{A}$$

Usando las relaciones para un proceso adiabático y la ley de los gases ideales, tenemos que:

$$P_0V_0^\gamma = P_fV_f^\gamma \iff P_0\left(\frac{nRT_0}{P_0}\right)^\gamma = P_f\left(\frac{nRT_f}{P_f}\right)^\gamma \iff T_0^\gamma P_0^{1-\gamma} = T_f^\gamma P_f^{1-\gamma}$$

$$T_f = T_0\left(\frac{P_f}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Por lo tanto, sustituyendo $\gamma = 5/3$ para el gas monoatómico ideal, tenemos $\frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{2/3}{5/3} = 2/5$. Así que:

$$T_f = T_0\left(\frac{P_0 + Mg/A}{P_0}\right)^{2/5} \Rightarrow \boxed{T_f = T_0\left(1 + \frac{Mg}{P_0A}\right)^{2/5}}$$

Luego, la alternativa correcta es la **(a)**.

Pregunta 12. Mientras buscaba la mejor manera de realizar sus ciclos, Gabriel Bap comenzó a estudiar el ciclo $ABCA$, con un gas ideal monoatómico, compuesto por:

- AB: Expansión isobárica ($V_A \to V_B = 2V_A$)
- BC: Expansión adiabática
- CA: Compresión isotérmica de vuelta al estado inicial

Determine la eficiencia térmica η del ciclo de Bap.

a) $\eta = 1 - \dfrac{2\ln 2}{5}$

b) $\eta = 1 - \ln 2$

c) $\eta = 1 - \dfrac{\ln 2}{2^{2/3}}$

d) $\eta = \dfrac{2\ln 2}{5}$

e) $\eta = 1 - \dfrac{1}{2^{2/3}}$

Solución:

Primeramente, para calcular la eficiencia de este ciclo, debemos calcular el calor absorbido durante el proceso AB y el calor cedido durante el proceso CA.

i) AB (Expansión Isobárica): El calor absorbido es dado por $Q_{AB} = nC_p\Delta T$. Para un gas ideal monoatómico, $C_p = \frac{5}{2}R$. Usando la primera ley de la termodinámica y la ley de los gases ideales:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = \frac{3}{2}nR(T_B - T_A) + p_A(V_B - V_A) = \frac{3}{2}(p_B V_B - p_A V_A) + p_A(V_B - V_A)$$

Como $p_A = p_B = p$ y $V_B = 2V_A$:

$$Q_{AB} = \frac{3}{2}(p(2V_A) - pV_A) + p(2V_A - V_A) = \frac{3}{2}pV_A + pV_A = \frac{5}{2}pV_A$$

Este es el calor de entrada, Q_{in}.

ii) CA (Compresión Isotérmica): Como el proceso es isotérmico, $\Delta U_{CA} = 0$. El calor intercambiado es igual al trabajo realizado sobre el gas:

$$Q_{CA} = W_{CA} = nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right) = p_A V_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)$$

Para encontrar la relación de los volúmenes, analizamos el proceso adiabático BC. Para un proceso adiabático, $T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$. Sabemos que $T_B = 2T_A$ (del proceso AB), $T_C = T_A$ (isotérmico con A), $V_B = 2V_A$, y $\gamma = 5/3$.

$$(2T_A)(2V_A)^{5/3-1} = T_A V_C^{5/3-1} \implies 2 \cdot (2V_A)^{2/3} = V_C^{2/3}$$

$$V_C = (2^{3/2} \cdot 2V_A) = 2^{5/2}V_A$$

Entonces, la relación de volúmenes es $\dfrac{V_A}{V_C} = 2^{-5/2}$. El calor cedido es:

$$Q_{CA} = pV_A \ln\left(2^{-5/2}\right) = -\frac{5}{2}pV_A \ln(2)$$

Este es el calor de salida, Q_{out}. La eficiencia es:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{out}|}{Q_{in}} = 1 - \frac{\frac{5}{2}pV_A \ln 2}{\frac{5}{2}pV_A} \iff \boxed{\eta = 1 - \ln 2}$$

Luego, la alternativa correcta es la **(B)**.

Pregunta 13. Hemétrio, estudiante del Macaé Institute of Technology (MIT), está realizando una investigación sobre el efecto fotoeléctrico. Un cuerpo negro en equilibrio térmico emite radiación con un pico en $\lambda_1 = 6000$ Å. Cuando su temperatura se eleva, la potencia radiante total aumenta 16 veces. Se verifica que:

- A la temperatura inicial, la radiación no causa emisión fotoeléctrica en un metal
- A la temperatura final, la radiación produce fotoelectrones con una energía cinética máxima igual a la energía de la transición $n = 2 \to n = 3$ en el hidrógeno

Determine la función de trabajo ϕ del metal:

a) $1,24$ eV

b) $1,89$ eV

c) $2,62$ eV

d) $3,15$ eV

e) $4,07$ eV

Solución: Primeramente, debemos relacionar las temperaturas inicial y final del cuerpo negro. Para ello, basta recordar que la potencia radiante total P_r de un cuerpo negro a una temperatura T es proporcional a T^4 (ley de Stefan-Boltzmann). Por lo tanto, tenemos que:

$$P_{r,f} = 16P_{r,i} \Rightarrow T_f^4 = 16T_i^4 \Rightarrow T_f = 2T_i$$

Además, por la ley de desplazamiento de Wien, sabemos que $\lambda_{pico}T = \text{constante}$:

$$\lambda_1 T_i = \lambda_2 T_f \implies \lambda_2 = \lambda_1 \frac{T_i}{T_f} = \frac{\lambda_1}{2}$$

Así, la energía de un fotón en el pico de la radiación emitida a la temperatura final es:

$$E_f = hf_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{2hc}{\lambda_1} = \frac{2 \cdot (12400 \text{ eV} \cdot \text{Å})}{6000 \text{ Å}} \iff E_f \approx 4.13 \text{ eV}$$

A continuación, encontramos la energía de transición de $n = 2 \to n = 3$ en el hidrógeno, que es igual a la energía cinética máxima de los fotoelectrones:

$$K_{max} = \Delta E = E_3 - E_2 = \left[-\frac{13.6}{3^2} - \left(-\frac{13.6}{2^2}\right)\right] \text{ eV} = -1.51 - (-3.40) \iff \Delta\text{E} = 1.89 \text{ eV}$$

Finalmente, utilizando la fórmula del efecto fotoeléctrico, $E_{fotón} = K_{max} + \phi$, tenemos que:

$$E_f = K_{max} + \phi \iff \phi = E_f - K_{max} \iff \phi = 4.13 - 1.89 \iff \boxed{\phi = 2.24 \text{ eV}}$$

Desafortunadamente, el resultado no coincide con ninguna de las alternativas, por lo que la pregunta está **anulada**.

Pregunta 14. Un tren de longitud propia $L_0 = 150$ m viaja a $v = 0,6c$. Cuando su parte delantera pasa por un poste, se emite un rayo de luz desde la parte trasera hacia la delantera. El tiempo, medido desde el suelo, para que la luz alcance la parte delantera del tren es:

a) $0,40 \times 10^{-6}$ s

b) $0,75 \times 10^{-6}$ s

c) $1,00 \times 10^{-6}$ s

d) $1,25 \times 10^{-6}$ s

e) $2,50 \times 10^{-6}$ s

Solución:

Primeramente, para usar la transformada de Lorentz de la relatividad, debemos calcular el tiempo $\Delta t'$ que la luz tarda en atravesar el tren en su propio sistema de referencia (observador en reposo con respecto al tren). Así, podemos escribir que:

$$\Delta t' = \frac{L_0}{c}$$

Además, definiendo Δt como el tiempo, medido desde el suelo, que tarda la luz en alcanzar la parte delantera del tren. Usamos las transformaciones de Lorentz para encontrar que:

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'\right)$$

En el sistema de referencia del tren, la luz viaja desde la parte trasera a la delantera, por lo que $\Delta x' = L_0$.

$$\Delta t = \gamma\left(\frac{L_0}{c} + \frac{vL_0}{c^2}\right) = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\frac{L_0}{c}\left(1+\frac{v}{c}\right) = \frac{L_0}{c}\frac{1+v/c}{\sqrt{(1-v/c)(1+v/c)}} = \frac{L_0}{c}\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$$

Con $v = 0.6c$:

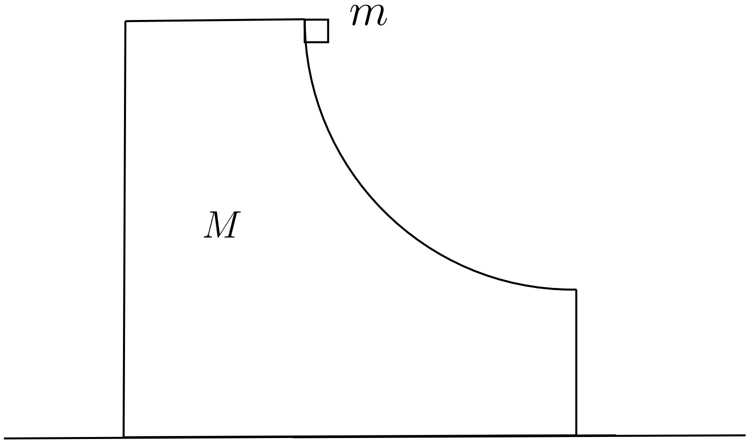
$$\Delta t = \frac{L_0}{c}\sqrt{\frac{1+0.6}{1-0.6}} = \frac{L_0}{c}\sqrt{\frac{1.6}{0.4}} = \frac{L_0}{c}\sqrt{4} = \frac{2L_0}{c}$$

Finalmente, sustituyendo los valores de L_0 y c, tenemos que:

$$\Delta t = \frac{2\cdot 150\,\text{m}}{3\cdot 10^8\,\text{m/s}} \iff \boxed{\Delta t = 1.00\times 10^{-6}\text{ s}}$$

Luego, la alternativa correcta es la **(c)**.

Pregunta 15. Una cuña de masa $M = 4\,\text{kg}$ con una superficie lisa en forma de cuarto de círculo reposa sobre un plano horizontal rugoso. Un bloque de masa $m = 2\,\text{kg}$ se libera desde el reposo en la parte superior de la cuña (punto A), como muestra la figura. Determine el coeficiente de rozamiento estático mínimo μ entre la cuña y el plano para que la cuña permanezca inmóvil durante todo el movimiento del bloque.



a) 0.25

b) 0.37

c) 0.47

d) 0.56

e) 0.68

Solución: Primeramente, vamos a definir θ como el ángulo entre la vertical y la posición de la masa m. Si M está en reposo, la ecuación para las fuerzas sobre m en la dirección radial es:

$$N - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{R} \tag{2}$$

Además, sabemos por conservación de la energía para el bloque m (partiendo del reposo a una altura R) que:

$$E_0 = E_f \iff mgR = \frac{mv^2}{2} + mg(R - R\cos\theta) \iff v^2 = 2gR\cos\theta \tag{3}$$

De este modo, usando **(1)** y **(2)**, encontramos la fuerza normal N:

$$N = mg\cos\theta + m(2g\cos\theta) \iff N = 3mg\cos\theta$$

Además, siendo f_s la fuerza de rozamiento y N_{suelo} la normal entre M y el suelo, el equilibrio de la cuña en las direcciones horizontal y vertical implica que:

$$\begin{cases} N_{suelo} = N\cos\theta + Mg, \\ \\ f_s = N\sin\theta \end{cases} \iff \begin{cases} N_{suelo} = 3mg\cos^2\theta + Mg, \\ \\ f_s = 3mg\sin\theta\cos\theta = (3/2)mg\sin 2\theta \end{cases}$$

La condición para que la cuña no deslice es $f_s \leq \mu N_{suelo}$. Por lo tanto, escribiendo explícitamente $\mu \geq f_s/N_{suelo}$:

$$\mu \geq \frac{(3/2)mg\sin 2\theta}{3mg\cos^2\theta + Mg} \iff \mu \geq \frac{3m\sin 2\theta}{6m\cos^2\theta + 2M}$$

Para garantizar que M no deslice, la inecuación anterior debe ser válida para todo ángulo θ (en el intervalo de 0° a 90°). Así, si encontramos el ángulo que maximiza la expresión de la derecha, podremos encontrar μ_{min}. Por lo tanto, usando un poco de cálculo y maximizando la función $f(\theta)$ de la derecha, se encuentra que el máximo ocurre cuando $\cos(2\theta) = -3/7$.

Sustituyendo esto en la expresión para μ_{min}: $\sin(2\theta) = \sqrt{1-(-3/7)^2} = \sqrt{40}/7 = 2\sqrt{10}/7$. $\cos^2\theta = (1+\cos(2\theta))/2 = (1-3/7)/2 = (4/7)/2 = 2/7$.

$$\mu_{min} = \frac{3m(2\sqrt{10}/7)}{6m(2/7) + 2M} = \frac{6m\sqrt{10}/7}{12m/7 + 2(4kg)}$$

Con $m = 2kg$:

$$\mu_{min} = \frac{6(2)\sqrt{10}/7}{12(2)/7 + 8} = \frac{12\sqrt{10}/7}{24/7 + 56/7} = \frac{12\sqrt{10}}{80} = \frac{3\sqrt{10}}{20} \approx 0.474$$

$$\boxed{\mu_{min} \approx 0,47}$$

Luego, la alternativa correcta es la **(c)**.