



SELETIVA ONLINE

GABARITO EXTRA-OFICIAL P2

1. (1 ponto) O campo visual representa a área aparente do céu que conseguimos ver através do telescópio. Essa característica depende de dois fatores principais:

1. Campo aparente da ocular (O) – o ângulo que a ocular “projeta” para o olho.
2. Ampliação do telescópio (A) – quanto o telescópio amplia a imagem do céu.

Quanto maior a ampliação, menor será o campo visual, pois estamos “aproximando” apenas uma parte menor do céu. Quanto maior o campo aparente da ocular, maior será o campo visual, permitindo observar regiões maiores do céu. Sendo assim, qual o campo visual de um telescópio usando uma ocular de 50° e aumento de 100 vezes?

- a) 50°
- b) 5°
- c) 1°
- d) 2°
- e) 0.5°

Solução:

O campo real visto $\approx O/A$.

Logo $C = 50^\circ/100 \rightarrow C = 0,5^\circ$

Item e)

2. (1 ponto) O raio de Schwarzschild (R_S), que define o horizonte de eventos de um buraco negro não rotativo, é diretamente proporcional à sua massa M :

$$R_S = \frac{2GM}{c^2},$$

onde $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ e $c = 3,00 \times 10^5 \text{ km/s}$.

Considere Sagitário A* (Sgr A*), o buraco negro supermassivo no centro da Via Láctea, com massa $M_{\text{SgrA}^*} \approx 4 \times 10^6 M_{\text{Sol}}$, e um buraco negro estelar típico, formado pelo colapso de uma estrela massiva, com massa $M_{\text{Estelar}} \approx 10 M_{\text{Sol}}$.

Qual é a razão entre o volume contido dentro do horizonte de eventos de Sgr A* e o volume contido dentro do horizonte de eventos do buraco negro estelar? (Assuma que os horizontes são esféricos).

- a) $4,0 \times 10^5$
- b) $2,0 \times 10^3$
- c) $6,4 \times 10^{16}$
- d) $8,0 \times 10^{15}$

e) $6,0 \times 10^{11}$

Solução:

$R_S \propto M$ e $V \propto R_S^3 \Rightarrow V \propto M^3$. Assim

$$\frac{V_{\text{SgrA}^*}}{V_{\text{est}}} = \left(\frac{M_{\text{SgrA}^*}}{M_{\text{est}}} \right)^3 = \left(\frac{4 \times 10^6}{10} \right)^3 = (4 \times 10^5)^3$$

$$\frac{V_{\text{SgrA}^*}}{V_{\text{est}}} = 6,4 \times 10^{16}$$

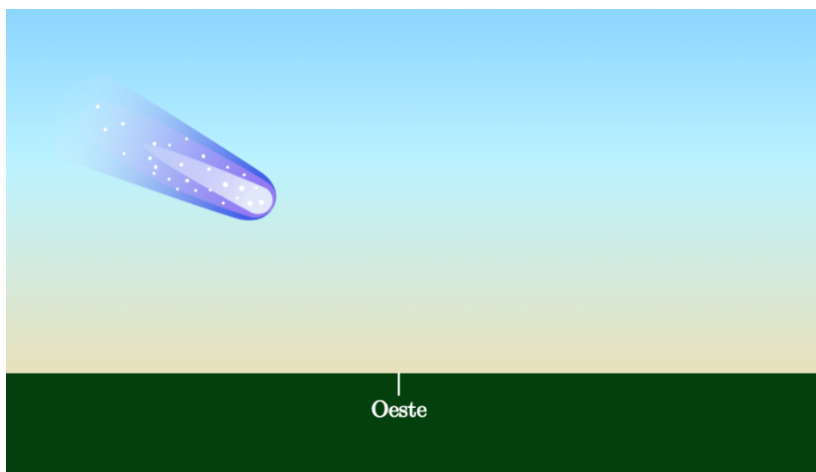
Item c)

3. (1 ponto) Com toda a repercussão do cometa 3I/Atlas, muitas pessoas têm aprendido mais sobre cometas.

No mês de agosto, astrônomos conseguiram registrar claramente a cauda *antisolar* desse cometa.

Essa é uma propriedade muito interessante: ao contrário do que muitos imaginam, a cauda de um cometa não aponta para trás do sentido de seu movimento, e sim na direção oposta ao Sol.

Na imagem abaixo, temos a representação de um cometa fictício observado por um astrônomo no Hemisfério Sul, olhando para o ponto cardinal Oeste.



Com base nessas informações e em seus conhecimentos de astronomia, assinale o que podemos afirmar:

- a) O observador está no verão.
- b) O Sol está mais para esquerda e para cima do que conseguimos ver na imagem
- c) Em relação às estrelas, o cometa está indo em direção ao Sol, que acabou de se pôr.
- d) O observador está no inverno ou outono.
- e) No dia anterior, nesse mesmo horário, o Sol estava mais alto no céu.

Solução:

O enunciado nos elucida que a cauda do cometa aponta na direção oposta ao Sol. Portanto, ao traçarmos a órbita do cometa e considerarmos o movimento diurno do Sol aproximadamente coplanar a essa órbita, podemos inferir que o Sol está se pondo na direção oeste ou noroeste (à direita e para baixo na imagem), o que caracteriza um pôr do sol típico do outono ou do inverno do Hemisfério Sul.

As informações fornecidas não são suficientes para determinar a velocidade angular do cometa; portanto, não é possível afirmar nada sobre o seu movimento relativo em relação às estrelas. Em relação à altura do Sol, não dispomos de informações suficientes sobre a estação ou a época do ano; portanto, não é possível afirmar se o Sol estava mais alto no dia anterior.

Item d)

4. (1 ponto) Cefeidas são estrelas pulsantes cuja luminosidade varia de forma periódica. Observações mostram que existe uma relação empírica entre o período de pulsação (T , em dias) e a magnitude absoluta (M): estrelas com períodos maiores são mais luminosas. Essa relação pode ser escrita como:

$$M = -2,76 \cdot \log(T) - 1,4$$

onde M é a magnitude absoluta e T o período em dias. Considere duas Cefeidas: a primeira com período T_1 e magnitude M_1 , e a segunda com período T_2 e magnitude M_2 . Sabendo que T_1 é 10 vezes maior que T_2 , qual é o valor de $M_1 - M_2$?

- a) $-2,76$
- b) $2,76$
- c) $-1,4$
- d) $1,4$
- e) 0

Solução:

A relação das Cefeidas é:

$$M = -2,76 \cdot \log(T) - 1,4$$

Para duas estrelas com períodos T_1 e T_2 :

$$M_1 = -2,76 \cdot \log(T_1) - 1,4, \quad M_2 = -2,76 \cdot \log(T_2) - 1,4$$

Queremos encontrar o valor de $M_1 - M_2$ então subtraímos uma da outra:

$$M_1 - M_2 = [-2,76 \cdot \log(T_1) - 1,4] - [-2,76 \cdot \log(T_2) - 1,4]$$

$$M_1 - M_2 = -2,76[\log(T_1) - \log(T_2)]$$

Usando a propriedade do logaritmo:

$$\log(T_1) - \log(T_2) = \log\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$$

Como $T_1 = 10T_2$:

$$M_1 - M_2 = -2,76 \log(10) = -2,76$$

$$\boxed{M_1 - M_2 = -2,76}$$

Item a)

5. (1 ponto) O Diagrama de Hertzsprung-Russell (HR) é o mapa do tesouro dos astrofísicos! Ele mostra a vida das estrelas, relacionando a luminosidade delas com a sua temperatura. A gente sabe que a luminosidade de uma estrela (L) depende do seu raio (R) e da sua temperatura efetiva (T) pela Lei de Stefan-Boltzmann:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Imagine que, em um desses diagramas, a gente encontrou duas estrelas muito interessantes:

- Estrela Alfa: Uma estrela quente e azul da Sequência Principal, com temperatura de 20.000 K e luminosidade 1.000 vezes a do Sol ($10^3 L_{\text{Sol}}$).
- Estrela Beta: Uma supergigante vermelha, bem mais fria, com temperatura de apenas 4.000 K, mas com uma luminosidade impressionante de 400.000 vezes a do Sol ($4 \times 10^5 L_{\text{Sol}}$).

Com base nessas informações, quantas vezes o raio da Estrela Beta é maior que o raio da Estrela Alfa?

- 20 vezes
- 100 vezes
- 5 vezes
- 500 vezes
- 2.000 vezes

Solução:

Da relação $L \propto R^2 T^4$ segue $R \propto \sqrt{L}/T^2$. Portanto

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\sqrt{L_B/L_A}}{(T_B/T_A)^2} = \sqrt{\frac{4 \times 10^5}{10^3}} \cdot \left(\frac{20\,000}{4\,000}\right)^2 = \sqrt{400} \cdot 5^2 = 20 \cdot 25$$

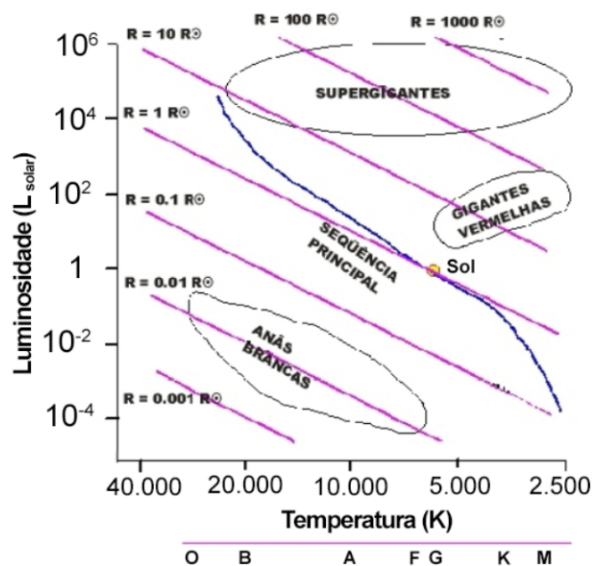
$$\boxed{\frac{R_B}{R_A} = 500}$$

Item d)

6. (1 ponto) O Diagrama HR, a seguir, mostra a relação entre a Luminosidade e a Temperatura efetiva das estrelas e outras informações correlatas, como o raio estelar R , em função do raio do Sol, e o tipo espectral. Nele podemos ver a Sequência Principal, além das regiões das gigantes vermelhas, supergigantes e anãs-brancas.

Baseado em seus conhecimentos e no diagrama apresentado, analise as afirmações a seguir e assinale a resposta certa.

- Uma estrela de tipo espectral K tem o mesmo raio do que uma estrela de tipo espectral B. Portanto, a estrela do tipo B é mais luminosa.
 - Quanto maior a Luminosidade e maior a temperatura efetiva de uma estrela, necessariamente maior será seu raio.
 - É impossível para uma estrela ser ao mesmo tempo maior, menos luminosa e mais fria que outra uma estrela.
- Somente a I está correta.
 - Somente a II e III estão corretas.
 - Somente a I e III estão corretas.



- d) Somente a II está correta.
e) Somente a III está correta.

Solução:

I **Verdadeiro:** Se pegarmos duas estrelas com o mesmo raio a estrela de tipo espectral B é mais luminosa que a de tipo K

II **Falso:** Não necessariamente o raio aumentará, lembre na escala de temperatura, mais quente é mais a esquerda.

III **Falso:** Se pegarmos como exemplo o sol, qualquer estrela a direita, abaixo do sol e acima da diagonal rosa é um exemplo de estrela maior, menos luminosa e mais fria que o sol

Item a)

7. (1 ponto) O explorador Juvenal viajava pelas altas latitudes do Norte quando chegou exatamente ao Polo Norte da Terra. Lá, sob um céu repleto de estrelas, ele podia observar o firmamento de uma forma única.

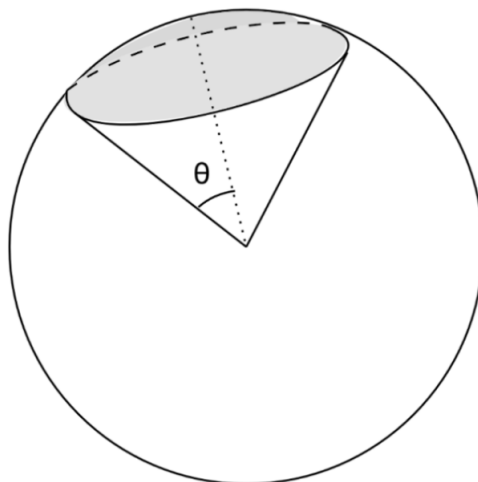
De repente, por motivos desconhecidos, o eixo de rotação da Terra se inclina em 30° em relação à posição que possuía antes. Juvenal permanece no mesmo ponto da superfície terrestre, mas o movimento do céu muda significativamente. Agora, o Polo Celeste Norte havia baixado 30° .

Calcule a porcentagem da totalidade da esfera celeste que a região circumpolar visível ocupa, tanto antes quanto depois da súbita inclinação do eixo terrestre, respectivamente.

Para isso, use o fato de que uma região da esfera celeste de raio angular θ ocupa uma fração f de todo o céu dado pela fórmula abaixo:

$$f = \frac{1 - \cos(\theta)}{2}$$

- a) 50% e 25%
b) 50% e 6,7%
c) 100% e 50%



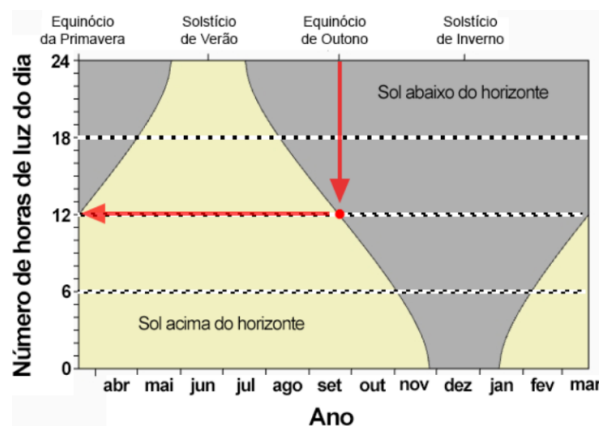
- d) 0 % e 6,7%
- e) 50% e 30%

Solução:

No primeiro caso, temos $\theta = 90^\circ$, (polo norte no zênite), logo $f = (1 - \cos 90^\circ)/2 = 0,5 = 50\%$.
O próximo caso, temos um ângulo de $\theta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, logo $f = (1 - \cos 60^\circ)/2 = 25\%$.

Item a)

8. (1 ponto) A figura a seguir traz o gráfico da variação do número de horas de luz do dia (ou seja, o Sol acima do horizonte) de uma região da Terra ao longo do ano. Nele podemos ver, por exemplo, que no dia do Equinócio de Outono, nesta região o dia terá 12 horas de luz.



Baseado em seus conhecimentos e nas informações contidas nesse gráfico, avalie as afirmações, a seguir, e assinale a resposta certa.

- I) Essa região fica entre o Polo Sul e Círculo Polar Antártico.
- II) Essa região fica entre o Círculo Polar Ártico e o Trópico de Câncer.
- III) Nessa região, o Sol fica sempre abaixo do horizonte por cerca de 3 meses.
- IV) Nessa região o Sol fica sempre acima do horizonte por cerca de 3 meses.

- a) Nenhuma está correta.
- b) Apenas a II e III estão corretas.
- c) Apenas a I e IV estão corretas.
- d) Apenas a II, III e IV estão corretas.
- e) Todas estão corretas.

Solução:

- I. Falso.** Pelo gráfico, é possível verificar que a época do ano de máximo número de horas de luz do dia se dá no solstício de junho, que é o solstício de Verão do hemisfério Norte.
- II. Falso.** O gráfico nos permite observar que, durante o solstício de junho, o Sol fica por alguns meses 24h acima do horizonte (fenômeno conhecido como "Sol da meia-noite"), ao passo que, em dezembro, passa 24h abaixo do horizonte. Isso é uma característica da região polar da Terra, de modo que o local, considerando o que já foi discutido, esteja entre o Polo Norte e o Círculo Polar Ártico.
- III. Falso.** Como é possível observar, existe sim uma época do ano em que o Sol permanece o dia inteiro abaixo do horizonte, mas esse evento dura menos que 3 meses.
- IV. Falso.** Veja a justificativa acima.

Item a)

9. (1 ponto) Os cometas frequentemente exibem duas caudas distintas: uma cauda de íons (gás ionizado) e uma cauda de poeira. A interação com o ambiente interplanetário define a orientação dessas caudas.



Qual das seguintes afirmações descreve mais precisamente a direção e a causa predominante da orientação de ambas as caudas?

- a) Ambas as caudas apontam geralmente na direção oposta ao Sol, mas a cauda de íons segue mais retilineamente as linhas do campo magnético do vento solar, enquanto a cauda de poeira tende a curvar-se ligeiramente para trás da órbita devido à sua inércia.
- b) Ambas as caudas apontam diretamente para trás da trajetória orbital do cometa, devido à "resistência" do espaço.
- c) A cauda de íons aponta diretamente na direção anti-solar devido ao vento solar, enquanto a cauda de poeira curva-se significativamente em direção ao Sol devido à gravidade.

- d) A cauda de poeira aponta para longe do Sol devido à pressão de radiação, e a cauda de íons aponta para o planeta magneticamente mais forte nas proximidades.
- e) Ambas as caudas apontam em direção ao Sol, pois são formadas por material ejetado que ainda está gravitacionalmente ligado a ele.

Solução:

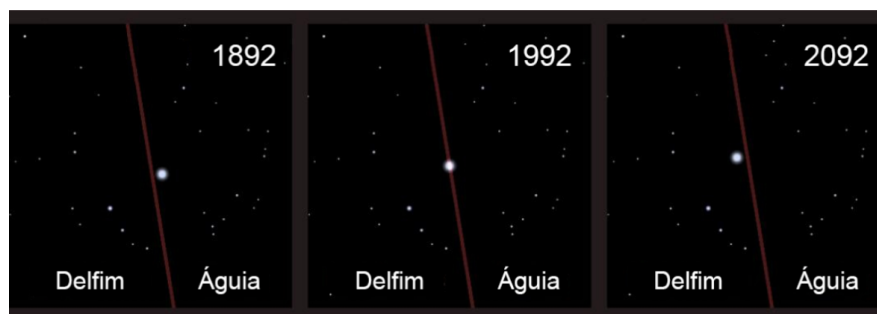
A alternativa correta é a **(a)**. Ambas as caudas dos cometas apontam na direção oposta ao Sol. A cauda de íons é formada por gases ionizados que são empurrados pelo vento solar, seguindo as linhas do campo magnético e mantendo-se quase retilínea. Já a cauda de poeira é composta por partículas sólidas que sofrem ação da pressão da radiação solar e da inércia, o que faz com que ela se curve ligeiramente para trás da órbita do cometa.

Por que as outras estão erradas:

- (b)** Incorreta, pois as caudas não apontam para trás da trajetória, mas para o lado oposto ao Sol.
- (c)** Incorreta, a cauda de poeira não se curva em direção ao Sol, e sim para longe dele.
- (d)** Incorreta, a cauda de íons não aponta para planetas, mas segue o campo magnético do vento solar.
- (e)** Incorreta, as caudas nunca apontam em direção ao Sol, mas sempre no sentido contrário.

Item a)

10. **(1 ponto)** Em 1992, a estrela **Rho Aquilae** cruzou a fronteira da sua constelação original, **Águia**, para sua constelação vizinha **Delfim**.



Baseado em seus conhecimentos, Rho Aquilae agora pertence à constatação do Delfim devido:

- a) ao Movimento Próprio.
- b) à Evolução Estelar.
- c) à Expansão do Universo.
- d) à Paralaxe Estelar.
- e) ao Efeito Doppler Relativístico.

Solução:

As estrelas não estão fixas no céu; elas se movem pelo espaço. Esse deslocamento lento e gradual na posição aparente de uma estrela, visto da Terra ao longo de muitos anos ou séculos, é precisamente o que chamamos de Movimento Próprio. A imagem ilustra isso perfeitamente:

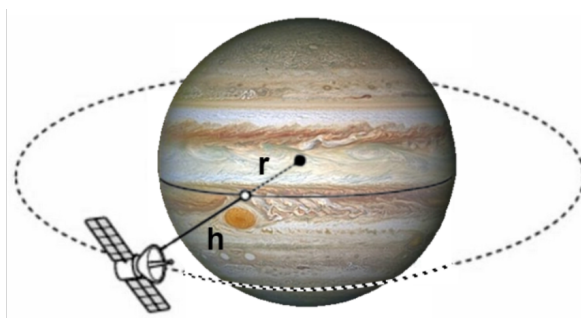
em 1892, a estrela estava em Águia; 100 anos depois, já havia se movido para a fronteira; e pela projeção de 2092, estará claramente dentro de Delfim.

As outras opções são incorretas por diferentes motivos. A Expansão do Universo não se aplica, pois é um fenômeno de escala cosmológica (o afastamento entre galáxias), e não o movimento de estrelas individuais dentro da nossa própria Via Láctea. Além disso, mesmo que se aplicasse, a expansão ocorreria em todo o espaço; as próprias constelações se expandiriam junto, mantendo as posições relativas das estrelas entre si, o que não faria uma estrela "pular" para a fronteira vizinha dessa forma.

A Evolução Estelar altera as propriedades da estrela (brilho, temperatura), mas não sua posição aparente. A Paralaxe Estelar é um movimento aparente e cíclico, causado pela órbita da Terra, e não um deslocamento contínuo. Por fim, o Efeito Doppler mede o movimento radial (de aproximação ou afastamento), e não o movimento lateral observado no céu.

Item a)

11. **(1 ponto)** A Grande Mancha Vermelha (GMV) é uma região de alta pressão persistente na atmosfera de Júpiter, produzindo a maior tempestade anticiclônica do Sistema Solar. Localizada a 22 graus ao sul do equador de Júpiter, produz ventos de até 432 km/h. Acredita-se que ela exista há pelo menos 360 anos. Suponha que a Administração Espacial Nacional da China (em inglês: *China National Space Administration* - CNSA) pretenda colocar um satélite estacionário na direção da GMV para estudar melhor sua evolução ao longo do tempo, como podemos ver na ilustração, a seguir, fora de escala.



Baseado em seus conhecimentos e nos dados disponíveis, assinale a opção que traz a altitude h , aproximada, desta órbita em torno de Júpiter.

Dica: use a fórmula da velocidade orbital v de um satélite em torno de um planeta de massa M a uma distância d do centro do planeta:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{d}}$$

Dados:

- Raio equatorial de Júpiter = 7.15×10^4 km
- Período de rotação de Júpiter = 9h 50min
- Massa de Júpiter = 2.00×10^{27} kg
- Constante Gravitacional $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²

- a) 91.250 km
b) 92.000 km

- c) 90.500 km
- d) 89.750 km
- e) 89.000 km

Solução:

Um satélite estacionário possui a mesma velocidade angular da rotação do corpo que orbita, por isso temos a impressão de estar parado. Utilizando a fórmula dada no enunciado:

$$v^2 = \frac{4\pi^2 d^2}{T^2} = \frac{GM}{d}$$

$$d = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} \approx 1,62 \times 10^8$$

$$h = d - R = 1,62 \times 10^8 - 7,15 \times 10^7$$

$$h \approx 90.300 \text{ km}$$

Item c)

12. (1 ponto) A Lei de Hubble descreve a expansão do Universo: $v = H_0 d$. Medições precisas indicam que a constante de Hubble H_0 tem um valor próximo a 70 km/s/Mpc.

O Tempo de Hubble (t_H) é definido como o inverso da constante de Hubble ($t_0 = 1/H_0$) e representa, sob certas simplificações, uma estimativa da idade do Universo.

Considerando que o valor exato seja $H_0 = 70$ km/s/Mpc, calcule o Tempo de Hubble em bilhões de anos (Gyr).

Dados: 1 Mpc (Megaparsec) $\approx 3,09 \times 10^{19}$ km , 1 ano $\approx 3,15 \times 10^7$ s, 1 bilhão de anos (Gyr) = 10^9 anos

- a) $\approx 14,0$ Gyr
- b) $\approx 1,4$ Gyr
- c) $\approx 7,0$ Gyr
- d) $\approx 10,0$ Gyr
- e) $\approx 70,0$ Gyr

Solução:

Usando a fórmula do enunciado:

$$t_H = \frac{1}{H_0}$$

Substituindo o valor de H_0 :

$$t_H = \frac{1}{70 \text{ km/s/Mpc}} = \frac{1 \text{ Mpc}}{70 \text{ km/s}}$$

Usando o dado 1 Mpc $\approx 3,09 \times 10^{19}$ km para converter as unidades de distância:

$$t_H = \frac{3,09 \times 10^{19} \text{ km}}{70 \text{ km/s}} = \left(\frac{3,09 \times 10^{19}}{70} \right) \text{ s}$$

Agora, convertamos segundos (s) para bilhões de anos (Gyr). Usando os dados $1 \text{ ano} \approx 3,15 \times 10^7 \text{ s}$ e $1 \text{ Gyr} = 10^9 \text{ anos}$:

$$1 \text{ Gyr} = 10^9 \text{ anos} \times \left(3,15 \times 10^7 \frac{\text{s}}{\text{ano}} \right) = 3,15 \times 10^{16} \text{ s}$$

Convertendo t_H para Gyr:

$$t_H = \left(\frac{3,09 \times 10^{19}}{70} \right) \text{ s} \times \left(\frac{1 \text{ Gyr}}{3,15 \times 10^{16} \text{ s}} \right)$$

$$t_H = \left(\frac{3,09 \times 10^{19}}{70 \times 3,15 \times 10^{16}} \right) \text{ Gyr}$$

$$t_H = \left(\frac{3,09}{220,5} \right) \times \left(\frac{10^{19}}{10^{16}} \right) \text{ Gyr}$$

$$t_H = \left(\frac{3,09}{220,5} \right) \times 10^3 \text{ Gyr} \approx 14,0136 \text{ Gyr}$$

$$t_H \approx 14 \text{ Gyr}$$

Item a)

13. **(1 ponto)** O Sol emite a maior parte de sua radiação na faixa do visível, com pico em torno de 500 nm, enquanto um forno doméstico emite principalmente no infravermelho, com pico em torno de 2.900 nm. A Lei de Wien relaciona o comprimento de onda do pico λ_{max} com a temperatura T do corpo negro pela fórmula:

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = 2,9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

Usando essa Lei, calcule a temperatura aproximada do Sol e do forno.

- a) Sol: $\sim 5.800 \text{ K}$; forno: $\sim 1.000 \text{ K}$
- b) Sol: $\sim 3.000 \text{ K}$; forno: $\sim 500 \text{ K}$
- c) Sol: $\sim 5.800 \text{ K}$; forno: $\sim 1.500 \text{ K}$
- d) Sol: $\sim 10.000 \text{ K}$; forno: $\sim 1.000 \text{ K}$
- e) Sol: $\sim 4.200 \text{ K}$; forno: $\sim 1.500 \text{ K}$

Solução:

A Lei de Wien é $\lambda_{\text{max}} \cdot T = 2,9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$, que pode ser reescrita como:

$$T = \frac{2,9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{\lambda_{\text{max}}}$$

O pico de emissão é $\lambda_{\text{Sol}} = 500 \text{ nm} = 500 \times 10^{-9} \text{ m} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$.

$$T_{\text{Sol}} = \frac{2,9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{5 \times 10^{-7} \text{ m}}$$

$$T_{\text{Sol}} = \left(\frac{2,9}{5} \right) \times \left(\frac{10^{-3}}{10^{-7}} \right) \text{ K}$$

$$T_{\text{Sol}} = 0,58 \times 10^4 \text{ K} = 5.800 \text{ K}$$

O pico de emissão é $\lambda_{\text{forno}} = 2.900 \text{ nm} = 2.900 \times 10^{-9} \text{ m} = 2,9 \times 10^{-6} \text{ m}$.

$$T_{\text{forno}} = \frac{2,9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{2,9 \times 10^{-6} \text{ m}}$$

$$T_{\text{forno}} = \left(\frac{2,9}{2,9} \right) \times \left(\frac{10^{-3}}{10^{-6}} \right) \text{ K}$$

$$T_{\text{forno}} = 1 \times 10^3 \text{ K} = 1.000 \text{ K}$$

Os valores calculados são $\sim 5.800 \text{ K}$ para o Sol e $\sim 1.000 \text{ K}$ para o forno.

Sol: $\sim 5.800 \text{ K}$; forno: $\sim 1.000 \text{ K}$

Item a)

14. **(1 ponto)** O horizonte é o limite aparente entre a Terra e o céu. A distância do observador até o ponto localizado exatamente nesta divisa entre a Terra e o céu depende da curvatura terrestre, da altura do observador e da refração atmosférica. Esta distância d pode ser calculada por meio de uma fórmula geométrica simples, se desconsiderarmos a refração atmosférica:

$$d \approx \sqrt{2Rh},$$

onde R é o raio da Terra e h , a altura dos olhos do observador, em relação ao nível do mar.

Vamos considerar a seguinte situação, um pescador está em seu barco no meio do mar, distante da terra firme. Ele fica em pé no seu barco, pega seu potente binóculo e mira na direção da cidade do Rio de Janeiro e vê uma cena inusitada: a Estátua do Cristo Redentor, acima do horizonte, como se ela estivesse flutuando sobre a superfície calma do mar. Ele sabe que isso se deve à curvatura da Terra, mas não deixa de ficar admirado.



Através dos seus conhecimentos e da fórmula dada, assinale a opção que traz, aproximadamente, a que distância D nosso pescador está da base da estátua. Desconsidere qualquer efeito atmosférico.

Dados:

- Raio da Terra $R = 6.371 \text{ km}$
- Altura do Morro do Corcovado $h_{\text{morro}} = 710 \text{ m}$

- Altura da Estátua do Cristo Redentor $h_{\text{ECR}} = 38 \text{ m}$
 - Altura dos olhos do observador $h_{\text{obs}} = 2 \text{ m}$
- a) 95 km
 b) 105 km
 c) 100 km
 d) 90 km
 e) 85 km

Solução:

A situação descrita é a de um observador (pescador) e um objeto (a base do Cristo Redentor) que estão em pontos onde a linha de visada entre eles é exatamente tangente à superfície da Terra (o horizonte). Dessa forma a distância entre o pescador e o Cristo Redentor é a soma de duas distâncias, do pescador ao ponto de tangência (d_p) e do ponto de tangência até a base do Cristo Redentor (d_c).

$$D = d_p + d_c = \sqrt{2 \times 6371 \times 0,002} + \sqrt{2 \times 6371 \times 0,710} = 5 + 95$$

$$D = 100 \text{ km}$$

Item c)

15. **(1 ponto)** Duas estrelas idênticas (1 e 2), de mesma luminosidade L , estão separadas por 60 parsecs. Um observador, situado em algum ponto entre elas, percebe a Estrela 1 nove (9) vezes mais brilhante do que a Estrela 2. Sabendo que o brilho aparente f segue a relação:

$$f = \frac{L}{4\pi r^2}$$

Responda: qual é a distância do observador até a Estrela 1?

- a) 6 pc
 b) 20 pc
 c) 45 pc
 d) 15 pc
 e) 54 pc

Solução:

Duas estrelas idênticas, de mesma luminosidade L , estão separadas por 60 pc.

O brilho aparente é dado por:

$$f = \frac{L}{4\pi r^2}$$

Sabendo que $f_1 = 9f_2$, temos:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = 9 \Rightarrow r_2 = 3r_1$$

Como o observador está entre as estrelas:

$$r_1 + r_2 = 60$$

$$r_1 + 3r_1 = 60$$

$$r_1 = 15\text{pc}$$

Item d)

16. **(1 ponto)** Astrônomos identificaram um enorme “surto de crescimento” em um planeta errante. Ao contrário dos planetas do nosso Sistema Solar, esses objetos não orbitam estrelas, flutuando livremente por conta própria. As novas observações, feitas com o Very Large Telescope do Observatório Europeu do Sul (VLT do ESO), revelam que este planeta errante está consumindo gás e poeira de seus arredores a uma taxa de **6 (seis) bilhões de toneladas por segundo**. O objeto recém-estudado, que tem uma massa de cinco a dez vezes a de Júpiter, está localizado a cerca de 620 anos-luz de distância, na constelação de Camaleão. Oficialmente chamado de **Cha 1107-7626**, este planeta errante ainda está em formação e é alimentado por um disco circundante de gás e poeira (vide a ilustração artística a seguir). Este material cai constantemente sobre o planeta errante, um processo conhecido como acreção.



Supondo que esta taxa de acreção permaneça constante por muito tempo, responda: quanto tempo demora, aproximadamente, para o planeta errante Cha 1107-7626 crescer o equivalente a 1 (um) planeta Terra?

Considere que a massa da Terra = $6,0 \times 10^{24}$ kg e 1 ano $\approx 3,2 \times 10^7$ segundos.

- a) 31 mil anos
- b) 29 mil anos
- c) 23 mil anos
- d) 37 mil anos
- e) 41 mil anos

Solução:

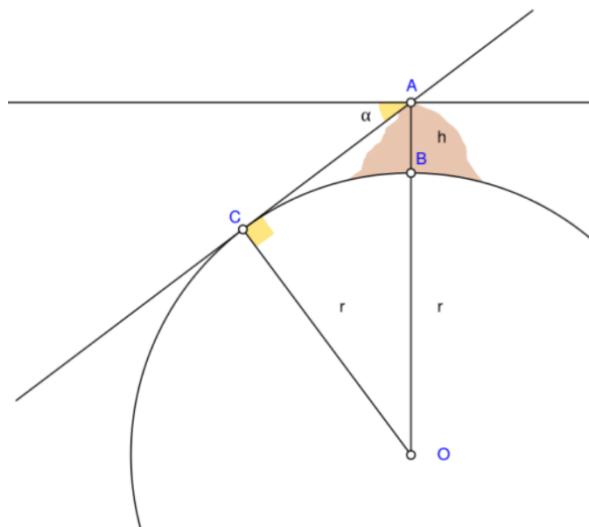
Convertendo a massa da terra para toneladas e depois de segundo para anos obtemos:

$$T = \frac{6 \times 10^{21}}{6 \times 10^9} = 10^{12} s$$

$$T = 31250 \text{ anos}$$

Item a)

17. (1 ponto) *Abu Rayhan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni* (973-1050), conhecido apenas como al-Biruni, foi um estudioso durante a Idade de Ouro Islâmica e é conhecido como o "Pai da Geodésia Moderna". É dele a ideia de calcular o raio da Terra usando medidas da altura de uma colina e da inclinação do horizonte a partir do topo dessa colina, como podemos ver no esquema a seguir, fora de escala.



No esquema, r representa o raio da Terra, o segmento AB representa a altura h da montanha e α é o ângulo de inclinação do horizonte. Pela trigonometria, podemos provar que

$$r = \frac{h \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

Suponha que uma futura alpinista esteja no topo do Monte Olimpo, em Marte. Assinale a opção que traz a inclinação α , aproximada, do horizonte marciano medido por ela. Considere a altura do Monte Olimpo = 25 km e o raio do planeta Marte = 3.375 km.

- a) 7°
- b) 6°
- c) 8°
- d) 5°
- e) 4°

Solução:

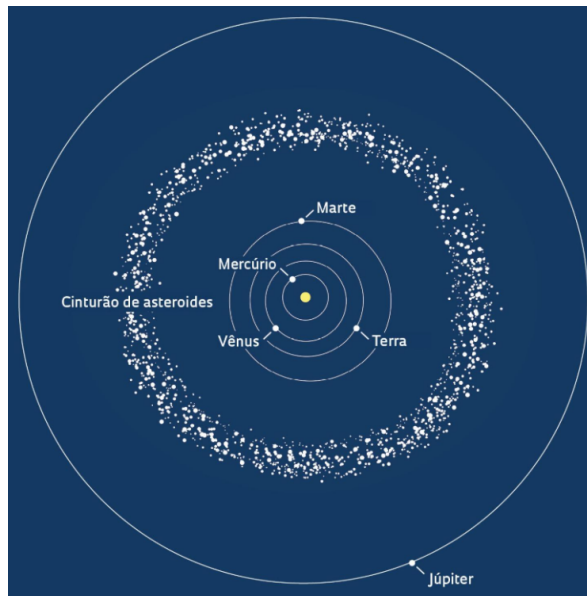
Podemos trabalhar algebricamente com a equação dada, para conseguirmos isolar o cosseno do ângulo:

$$r(1 - \cos \alpha) = h \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha(r + h) = r$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{r}{r + h} \approx 7^\circ$$

Item a)

18. (1 ponto) O Cinturão Principal de Asteroides é uma região do Sistema Solar localizada entre as órbitas de Marte e Júpiter, que abriga a maioria dos asteroides do sistema. É uma zona de milhões de rochas espaciais, consideradas restos da formação do Sistema Solar, com a maioria dos asteroides sendo rochosos e com menos de 100 km de diâmetro. Este cinturão é uma fronteira entre os planetas rochosos internos e os gigantes gasosos externos, como podemos ver no esquema a seguir, fora de escala.



A seguinte função permite estimar o número N de asteroides do Cinturão com raios maiores ou iguais a R , onde R deve ser expresso em quilômetros:

$$N = 2 \times 10^6 R^{-2.5}$$

Utilize essa função para estimar o número de asteroides com raio entre 20 km e 30 km e assinale a opção correta:

- a) 1.118
- b) 406
- c) 2.295
- d) 712
- e) 6.325

Solução:

O número de asteroides que tem raio entre 20 e 30 km pode ser escrito como o número total de asteroides com o raio maior que 20km subtraído do número total de asteroides com o raio maior que 30km. Assim,

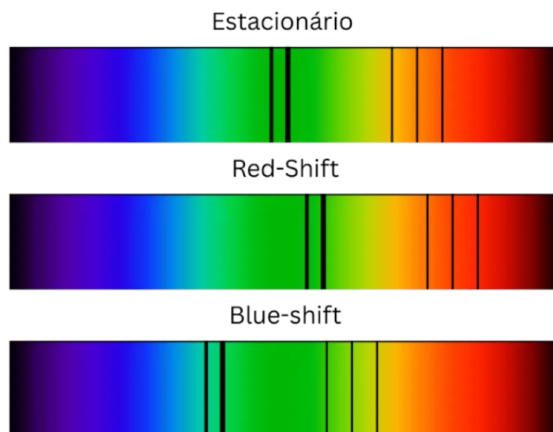
$$N_{30-20} = N_{20} - N_{30}$$

$$N_{30-20} = 2 \times 10^6 (20^{-2.5} - 30^{-2.5})$$

$$N \approx 712$$

Resultando no **Item d**).

19. (1 ponto) Quando se observa o espectro de uma estrela é comum que as linhas espectrais estejam deslocadas. Veja o exemplo de deslocamento de linhas na figura a seguir.

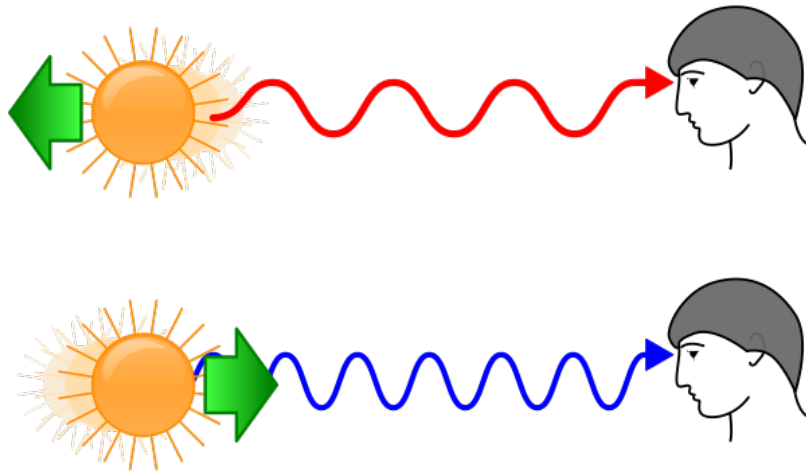


Uma astrônoma mede o espectro de uma estrela distante e nota que as linhas espectrais do Hidrogênio estão deslocadas para comprimentos de onda menores do que os medidos em laboratório. O que isso indica sobre o movimento da estrela em relação a nós e qual dos espectros do exemplo representa melhor o que foi observado pela astrônoma?

- a) A estrela está se afastando de nós (redshift).
- b) A estrela está se afastando de nós (blueshift).
- c) A estrela está se aproximando de nós (redshift).
- d) A estrela está se aproximando de nós (blueshift).
- e) A estrela está parada em relação a nós (estacionário).

Solução:

Observe o seguinte esquema:

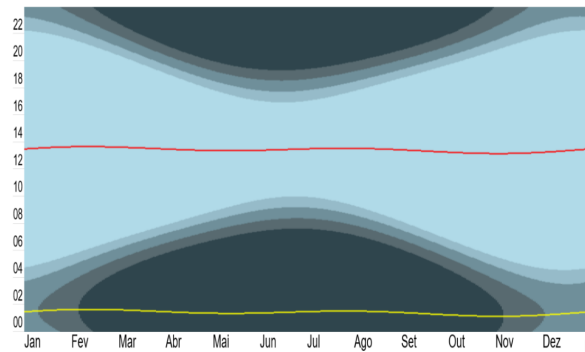


Quando uma fonte luminosa está se afastando de nós, o seu comprimento de onda aparenta a ser maior e quando a mesma está se aproximando, o seu comprimento de onda aparenta diminuir. A relação entre este "comprimento de onda aparente", λ , e o comprimento de onda original, λ_0 , pode ser descrita pela fórmula do redshift,

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} - 1 \approx \frac{v}{c}$$

Onde v é a velocidade do objeto e c é a velocidade da luz (note que esta aproximação só é válida para $v \ll c$). Note que se $\lambda > \lambda_0$, $\lambda/\lambda_0 - 1 > 0$, logo $v > 0$ (objeto se afastando). Caso $\lambda < \lambda_0$, então também $v < 0$ (objeto se aproximando). No caso da questão, temos $\lambda < \lambda_0$, então a estrela está se aproximando de nós. Esse fenômeno é conhecido como Blueshift (pois a luz se aproxima para a parte azulada do espectro). Portanto, a resposta é: **Item d)**

20. (1 ponto) O gráfico a seguir mostra a parte clara e escura do dia, os meses do ano no eixo horizontal e o horário civil no eixo vertical. As linhas vermelha e amarela representam respectivamente o horário do meio-dia e meia-noite. Apenas a parte mais clara central representa o Sol acima do horizonte, as demais camadas ocorrem após o ocaso do Sol conforme o nível de luminosidade decai gradualmente.



Com base em seus conhecimentos e na análise do gráfico, assinale a alternativa correta:

- a) A linha amarela é o horário médio entre o ocaso e o nascer do Sol.

- b) O gráfico corresponde a um observador no Hemisfério Norte.
- c) A linha vermelha corresponde ao meio-dia civil.
- d) A declinação do Sol começa a aumentar por volta do dia 21 de junho.
- e) O observador está mais perto do Equador do que do Polo em seu hemisfério.

Solução:

Vamos analisar alternativas uma à uma,

- a) Imagina que mudemos a escala do gráfico, de maneira que meia noite fique no centro do eixo y. Desse modo, podemos ver que a linha amarela corta a figura escura pelo meio. Portanto, ela é o horário médio entre o ocaso e o nascer do Sol. Verdadeira.
- b) Podemos observar que o Sol passa mais tempo acima do horizonte nos meses finais/iniciais do ano do que nos meses do meio do ano. Isso significa que o verão é nos meses finais/iniciais do ano. Correspondendo ao hemisfério Sul. Falsa.
- c) O eixo y do gráfico já está orientado no tempo civil. Logo a linha correspondendo ao meio dia civil, passaria exatamente pelo 12. Falsa
- d) No dia 21 de junho é o solstício de verão no hemisfério norte, ou seja, o Sol possui a sua maior declinação ($\delta_{\odot, max} = +23,47^\circ$). Depois desse dia, a mesma começa a diminuir.
- e) Perceba que a duração dos dias varia muito ao longo do ano. Quando maior a variação entre os dias, mais perto dos polos o observador se encontra. Logo esta alternativa também é Falsa.

Item a)