

LISTA 1
SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS
OLIMPIADAS INTERNACIONAIS DE 2021

Instruções Gerais

1. Cada aluno deve enviar um arquivo único por lista no formato PDF pelo Classroom da seletiva;
2. A lista é composta por 8 problemas, todos com o mesmo peso
3. Antes de enviar o arquivo, verifique se a sua solução está **legível**;
4. Caso opte por deixar uma questão em branco, essa informação deve ficar explícita (coloque "Pulei a questão X" na resolução da questão X+1);
5. O título do arquivo deverá seguir a formatação: " 'Nº aluno' - Lista 1". Por exemplo, se seu número é 19, envie o arquivo com título "19 - Lista 1".
6. As soluções de duas ou mais questões não podem estar em uma mesma página;
7. No canto superior esquerdo das páginas informe: "Nº aluno - Q(Nº questão) ". Por exemplo, "19 - Q1", e no canto inferior direito informe o número da página, por exemplo, "p.1";
8. Use apenas dados presentes nos enunciados e na tabela de constantes para a resolução das questões, a não ser que a questão peça o contrário.
9. A lista é totalmente individual.

Prazo: 18/05/2021 - 23h 59min

OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE
ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

Tabela de Constantes

Massa ($M_{\oplus}$)	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Terra
Raio ($R_{\oplus}$)	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade superficial ($g_{\oplus}$)	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ}27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23h \ 56min \ 04s$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74 \text{ mag}$	
Massa ($M_{\odot}$)	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	Sol
Raio ($R_{\odot}$)	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade ($L_{\odot}$)	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta ($M_{\odot}$)	$4,83 \text{ mag}$	
Magnitude Aparente ($m_{\odot}$)	$-26,7 \text{ mag}$	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s^{-1}	
Distância ao Centro Galáctico	$8,5 \text{ kpc}$	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	$+6 \text{ mag}$	
Raio da Via Láctea (R_{VL})	$16,2 \text{ kpc}$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 pc	206.265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	Constantes Físicas
Constante Universal dos Gases (R)	$8,314 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	
Massa do Próton	$938,27 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	656 nm	

Problemas

1. Calcule a excentricidade máxima que a órbita de um planeta pode ter para que ele fique na zona habitável de sua estrela (região no espaço onde pode haver água líquida na superfície de corpos negros perfeitos). Considere o planeta como um corpo negro ideal de rotação rápida e despreze quaisquer efeitos termodinâmicos de sua atmosfera.
2. Certa noite, Juventino decidiu montar seu telescópio, cujo diâmetro é $D = 10 \text{ cm}$, para tentar observar um sistema triplo, cujas estrelas têm magnitudes aparentes de 12,5 , 11,0 e 13,0.
 - (a) **(3 pontos)** Calcule a magnitude aparente do sistema triplo.
 - (b) **(3 pontos)** Juventino conseguiria observar esse conjunto com seu telescópio? Explique.
 - (c) **(4 pontos)** A estrela GIU 20042, que é a estrela do sistema triplo cuja magnitude aparente é 12,5 , tem magnitude absoluta $M = 2,5$. Qual a taxa de energia (em W) proveniente dessa estrela que atinge o espelho primário de telescópio de Juventino?
3. Um grupo de cientistas liderado por Banano está estudando as propriedades físicas e químicas de estrelas de nêutrons espalhados pelo Universo. Como bem sabemos, existe uma variedade de modelos teóricos que tentam prever como determinados parâmetros influenciam em outros. Nesse estudo, Banano tem interesse em analisar como o raio depende da massa da estrela; para isso, sua equipe utilizou quatro modelos diferentes, como mostra a figura abaixo.

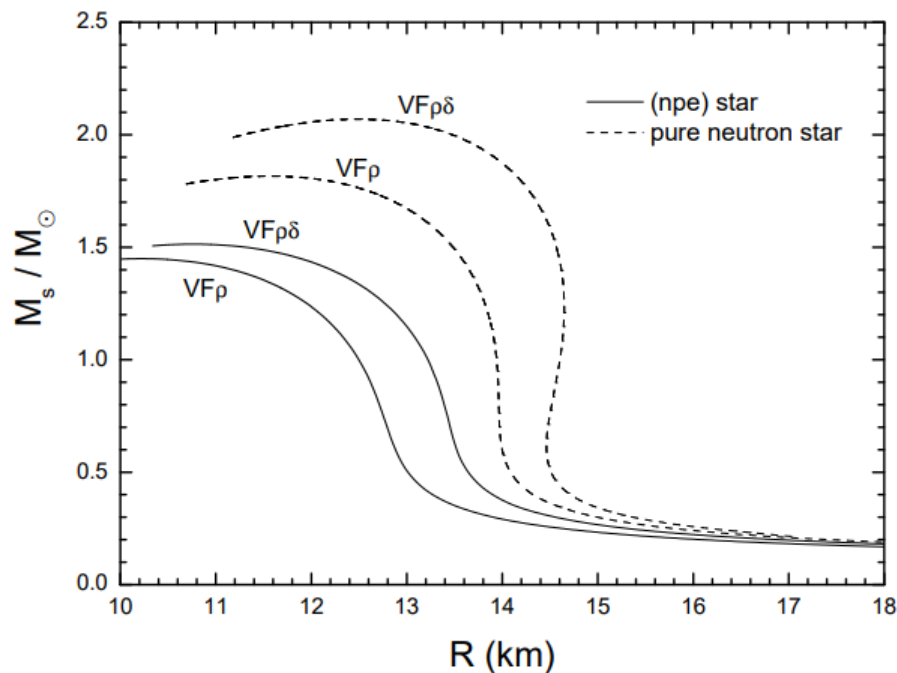


Figura 1: Gráfico de Massa de uma estrela de nêutrons em função de seu raio. Fonte: Guo, X. & Liu, Becka & Weng, M.. (2009). Vacuum fluctuation effects on asymmetric nuclear matter. Physical Review C. 79. 10.1103/PhysRevC.79.054316.

Nos seus estudos, foi determinado que a massa da estrela 05C4R é de $1,6M_{\odot}$ e que é formada somente por nêutrons. Após análise, Banano e sua equipe viram que o modelo VFp seria o mais apropriado para ser utilizado.

Nessa questão, iremos analisar a taxa de variação da intensidade do campo gravitacional para pequenas variações de distância próximas a superfície do astro, $\Delta g / \Delta r$. Denote o subscrito “n” para propriedades de 05C4R e “ $\oplus$ ” para as da Terra.

Com essas informações em mente, determine a razão $\frac{(\Delta g/\Delta r)_n}{(\Delta g/\Delta r)_\oplus}$.

Dica: Caso necessário, use a aproximação: $(1+x)^n \approx 1+nx$, para $x \ll 1$.

4. Um foguete em uma órbita circular de raio $3 \cdot R_\oplus$ precisa colocar um satélite em uma órbita geoestacionária utilizando uma manobra de Hohmann. Considerando que a massa final (sem combustível), m_2 , do conjunto foguete-satélite é $8,20 \cdot 10^4 \text{ kg}$ e que o impulso específico, I_{sp} , dele é de $2,20 \cdot 10^2 \text{ s}$, qual deve ser a massa inicial de combustível para que esse trajeto seja concluído. Se necessário, utilize, a fórmula para o impulso específico e a equação de foguete de Tsiolkovski:

$$I_{sp} = \frac{v_e}{g_0}, \quad \Delta v = v_e \cdot \ln \frac{m_1}{m_2}$$

Onde v_e é a velocidade de ejeção dos gases, g_0 é a gravidade superficial da Terra ($9,81 \text{ m/s}^2$), Δv é a variação de velocidade necessária para fazer a manobra e m_1 é a massa inicial do conjunto.

5. Numa bela noite Lais decide usar seu mais novo telescópio refrator para analisar 2 objetos: A e B, que se encontram na direção oposta ao Centro Galáctico. A é uma galáxia edge-on a $d_{gal} = 9,55 \cdot 10^6 \text{ pc}$ de distância da Terra, raio $R_{gal} = 7,50 \cdot 10^3 \text{ pc}$ e de luminosidade $L_{gal} = 1,67 \cdot 10^{37} \text{ W}$, e B é um aglomerado globular que dista $d_{glo} = 84,2 \cdot 10^3 \text{ pc}$ da Terra e possui raio $R_{glo} = 79,7 \text{ pc}$ e luminosidade $L_{glo} = 1,92 \cdot 10^{34} \text{ W}$. O telescópio de Lais possui lentes com distâncias focais $f_{obj} = 650 \text{ mm}$ e $f_{ocu} = 20 \text{ mm}$, campo de visão $\text{FOV} = 50^\circ$, diâmetro $D = 274 \text{ mm}$ e um CCD quadrado de lado $2,08 \text{ mm}$ com pixels de lado $0,26 \text{ mm}$. Considere efeitos de absorção intragalácticos, com coeficiente de absorção $a_V = 0,50 \text{ mag/Kpc}$.

(a) **(5 pontos)** Qual a magnitude limite deste telescópio? Ela é alta o suficiente para que ambos os objetos possam ser enxergados?

(b) **(3 pontos)** As imagens dos objetos cabem no CCD?

Após tirar as fotos que desejava, Lais retira seu CCD do telescópio e resolve acoplar uma lente Barlow 2X.

(c) **(2 pontos)** Qual o novo campo de visão do telescópio?

6. No dia do solstício de verão no hemisfério Sul, Juvelino estava relaxando na Casa Silóé ($\phi = 23.01^\circ \text{S}$; $\lambda = 46.96^\circ \text{O}$) e decidiu que estava com vontade de ver o pôr do Sol. Contudo, o horário solar verdadeiro de Juvelino naquele instante era 3h00min da tarde, então ele precisaria esperar algumas horas para ver o pôr do Sol.

Contudo, Juvelino estava muito impaciente e decidiu que seria mais fácil se teleportar para um local em que o pôr do Sol estivesse ocorrendo exatamente naquele instante. Infelizmente, Juvelino ainda não havia dominado completamente a sua habilidade de teleporte. Portanto, ele só se teleportava ao longo de um arco de círculo máximo e seu destino final sempre deveria estar exatamente a Norte, Sul, Leste ou Oeste do ponto de partida.

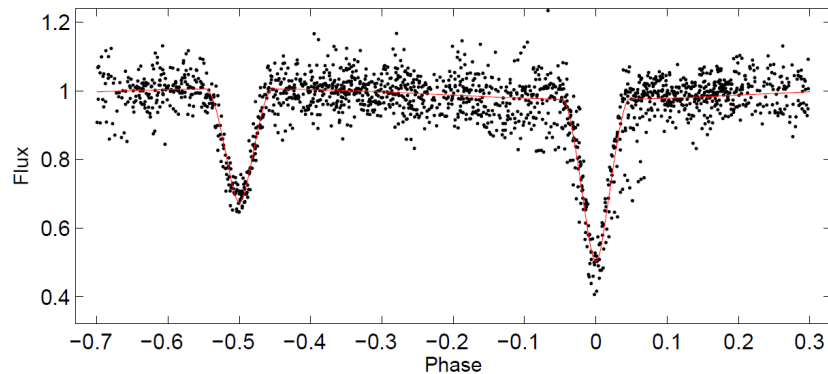
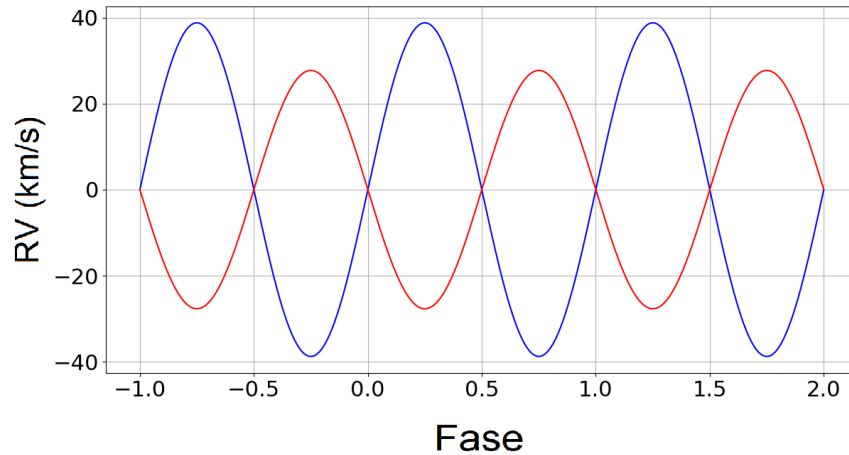
(a) **(3 pontos)** Caso Juvelino decidisse ir para Leste para ver o pôr do Sol, qual seria o seu deslocamento angular?

(b) **(3 pontos)** Caso Juvelino decidisse ir para Norte para ver o pôr do Sol, qual seria o seu deslocamento angular?

(c) **(4 pontos)** Caso Juvelino pudesse se teleportar em qualquer direção, qual seria o menor deslocamento angular possível para que ele chegasse ao pôr do Sol?

7. O astrônomo Luiz está analisando as principais curvas de um sistema binário de estrelas cujo período é de 37,834 dias e fluxo total é $F_T = 1,09648 \cdot 10^{-12} F_{\odot}$. Vamos encontrar certos parâmetros do sistema encontrados por Luiz.

Para os seguintes itens, não será necessário calcular o raio de cada estrela e considere que o plano orbital do binário possui inclinação $i = 90^\circ$ e as órbitas são circulares.



- (3 pontos) Determine a massa de cada componente, em massas solares.
- (2,5 pontos) A partir da curva de luz, o que se pode dizer sobre os raios das estrelas?
- (1,5 ponto) Determine a magnitude aparente de cada estrela.
- (3 pontos) Determine a razão entre as suas temperaturas.

8. Em 21 de junho de 2020, foi possível observar um eclipse solar parcial nas Filipinas. A imagem abaixo representa o início do fenômeno às 15h 01min do horário local.



Considere, para os itens a seguir, que o diâmetro angular da Lua é igual ao do Sol no momento da imagem:

- (a) **(6 pontos)** Calcule a magnitude do eclipse no momento da captura da imagem. A magnitude do eclipse é definida como sendo a fração do diâmetro do Sol que está sendo eclipsado. Explique sucintamente todas as medidas e construções geométricas utilizadas.
- (b) **(4 pontos)** Estime a variação de magnitude aparente do Sol Δm causada pelo eclipse no momento da imagem. Desconsidere, para fins de aproximação, o efeito de escurecimento de borda do Sol (*limb darkening*).

Obs: Você poderá utilizar um software ou uma régua para fazer quaisquer medições necessárias na imagem.