

Instruções Gerais

1. Cada aluno deve enviar um arquivo único por lista no formato PDF pelo Classroom da seletiva;
2. A lista é composta por 6 problemas, todos com o mesmo peso
3. Antes de enviar o arquivo, verifique se a sua solução está **legível**;
4. Caso opte por deixar uma questão em branco, essa informação deve ficar explícita (coloque "Pulei a questão X" na resolução da questão X+1);
5. O título do arquivo deverá seguir a formatação: " 'Nº aluno' - Lista 3". Por exemplo, se seu número é 19, envie o arquivo com título "19 - Lista 3".
6. As soluções de duas ou mais questões não podem estar em uma mesma página;
7. No canto superior esquerdo das páginas informe: "Nº aluno - Q(Nº questão) ". Por exemplo, "19 - Q1", e no canto inferior direito informe o número da página, por exemplo, "p.1";
8. Use apenas dados presentes nos enunciados e na tabela de constantes para a resolução das questões, a não ser que a questão peça o contrário.
9. A lista é totalmente individual.
10. Para as entregas após o prazo final, utilizaremos o seguinte protocolo:
 - Até 1h de atraso: perde 10% da nota final
 - De 1 a 6h de atraso: perde 30% da nota final
 - Mais de 6h de atraso: a lista não será aceita

Prazo: 01/06/2021 - 23h 59min

Tabela de Constantes

Massa ($M_{\oplus}$)	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Terra
Raio ($R_{\oplus}$)	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade superficial ($g_{\oplus}$)	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ}27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23h \ 56min \ 04s$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74 \text{ mag}$	
Massa ($M_{\odot}$)	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	Sol
Raio ($R_{\odot}$)	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade ($L_{\odot}$)	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta ($M_{\odot}$)	$4,83 \text{ mag}$	
Magnitude Aparente ($m_{\odot}$)	$-26,7 \text{ mag}$	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s^{-1}	
Distância ao Centro Galáctico	$8,5 \text{ kpc}$	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	$+6 \text{ mag}$	
Raio da Via Láctea (R_{VL})	$16,2 \text{ kpc}$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 pc	206.265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	Constantes Físicas
Constante Universal dos Gases (R)	$8,314 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	
Massa do Próton	$938,27 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	656 nm	

Problemas

1. Após um semestre cansativo e estressante, Bruno decidiu passar suas férias em um planeta desprovido de água e com apenas uma lua em uma estrela na galáxia de Andrômeda. A órbita da lua era elíptica e inclinada em relação ao Equador do planeta. Bruno, sempre curioso, decidiu determinar os instantes em que a lua cruza o Equador Celeste.

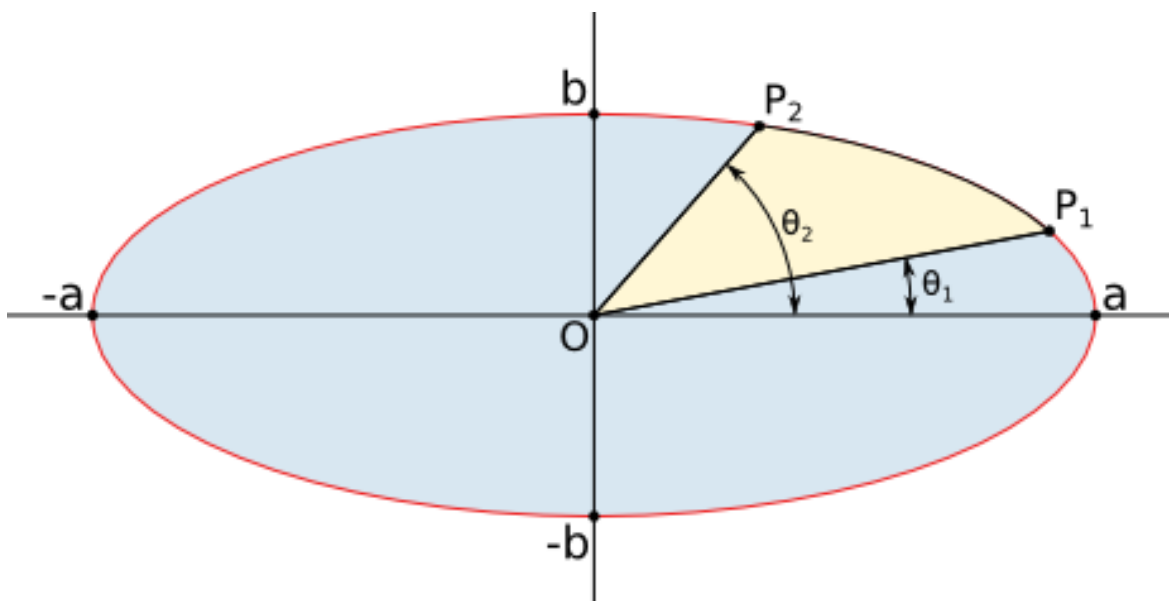
Considere que no instante $t = 0$ a lua está no periastro e em sua máxima declinação ao norte.

A massa da lua é irrelevante comparada à massa do planeta.

Essa questão deve ser resolvida algebricamente em função de constantes físicas e dos seguintes parâmetros:

- Massa do planeta (M_P)
- Semieixo maior da órbita da lua (a)
- Excentricidade da órbita da lua (e)

Dica:



É possível calcular a área A do setor elíptico entre P_1 e P_2 por meio da seguinte fórmula:

$$A = \frac{1}{2}ab \left[\arctan \left(\frac{a}{b} * \tan(\theta_2) \right) - \arctan \left(\frac{a}{b} * \tan(\theta_1) \right) \right]$$

2. Após passar pelo seu periélio ($r_p = 0,500 \text{ U.A.}$), um objeto misterioso colide com a Terra e ambos seguem juntos no espaço.
 - (a) Considerando a órbita do objeto parabólica, calcule a excentricidade e o período orbital do conjunto após a colisão.
 - (b) Considerando a órbita do objeto hiperbólica, calcule qual deve ser o valor mínimo de sua excentricidade orbital para que o conjunto, após a colisão, escape do campo gravitacional do Sol.

Dados: Considere a órbita da Terra circular, que esse objeto tem $2/5$ da massa do planeta e que translação dele é no mesmo sentido que a da Terra. Além disso, ignore a atração gravitacional da Terra sobre o objeto.

3. Após uma guerra nuclear e um experimento fracassado de geoengenharia no final do século XXII, o planeta Terra tornou-se um lugar inabitável. Uma nave inicialmente em órbita geoestacionária tem esperanças de escapar para Titã, uma próspera colônia humana.

Para economizar combustível, os tripulantes da nave pretendem usar uma órbita de transferência Hohmann até Júpiter e depois um estilingue gravitacional no planeta, antes de prosseguirem para o satélite de Saturno.

- (a) **(3 pontos)** Obtenha uma expressão para a variação no módulo da velocidade Δv causada por um estilingue gravitacional em uma nave com velocidade inicial v_0 que faz um ângulo θ com a velocidade orbital de Júpiter, v_J .
- (b) **(0,5 ponto)** Para a missão ter sucesso, o impulso inicial deve ser dado no mesmo sentido da translação da Terra ou no sentido oposto? Explique o seu raciocínio.
- (c) **(3 pontos)** A nave tem combustível suficiente para um impulso de até 8×10^4 m/s na velocidade dela. A tripulação conseguirá escapar seguindo essa trajetória até os arredores de Titã? Justifique.
- (d) **(0,5 ponto)** Essa trajetória seria realmente o método mais econômico de ir a Titã? Explique brevemente.
- (e) **(3 pontos)** Suponha que o feito seja possível. Adotando um referencial heliocêntrico anti-horário com $\theta = 0$ para a Terra logo antes da nave iniciar a viagem, calcule a posição angular de Saturno θ_S quando a nave se aproxima de Saturno.

Dados:

- Semieixo maior de Júpiter, $a_J = 5,204$ UA
 - Semieixo maior de Saturno, $a_S = 9,582$ UA
 - Considere que todas as órbitas são coplanares com as dos planetas circulares, e que a nave precisa só chegar aos arredores de Saturno para ser resgatada.
4. Cientistas do INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) pretendem enviar um satélite, inicialmente na Terra, para realizar uma órbita ao redor de Júpiter. Para isso, eles vão utilizar uma transferência bi-elíptica, necessitando, portando, que a aeronave receba 3 impulsos. Sabendo que o eixo maior da primeira órbita elíptica de transferência é de 12 U.A., responda:
- (a) **(5 pontos)** Esquematize esta manobra e calcule os 3 impulsos necessários ($\Delta V_1, \Delta V_2$ e ΔV_3), incluindo no desenho os pontos onde eles são realizados e seus sentidos.
 - (b) **(3 pontos)** Calcule quanto tempo demoraria esse trajeto.
 - (c) **(2 pontos)** Desenhe qual deve ser a configuração da Terra, Sol e Júpiter no início da manobra, deixando claro qual o ângulo entre a linha Sol-Terra e a Sol-Júpiter.

Dados:

- Raio da órbita de Júpiter, $r_J = 5,204$ UA
 - Massa de Júpiter, $M_J = 1,898 \times 10^{27}$ kg
 - Massa da Terra, $M_T = 5,9736 \times 10^{24}$ kg
 - Considere que as órbitas dos planetas são coplanares e circulares
 - Desconsidere a atração gravitacional entre o satélite e os planetas
5. O cometa Hale-Bopp foi um dos maiores observados no século XX e um dos mais brilhantes das últimas décadas. Um fato curioso sobre ele é que o plano de sua órbita faz aproximadamente 90° com a eclíptica. É conhecido também que o ângulo entre o vetor-posição - em relação ao Sol - do cometa em seu ponto de periélio e o plano da eclíptica é de cerca de 50° . Sabendo que sua excentricidade é de cerca de 0,995 e seu semi-eixo maior é de aproximadamente 186 UA, responda os seguintes itens:

- (a) Mostre que, nas proximidades do periélio, a órbita pode ser aproximada para uma parábola e, após isso, encontre a equação da parábola que mais se aproxima da cônica representada abaixo, em que a representa o semi-eixo maior, e a excentricidade e b o semi-eixo menor de Hale-Bopp.

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{(y - ae)^2}{a^2} = 1$$

Represente sua equação em função apenas do parâmetro $f = a(1 - e)$ (distância periélica).

- (b) Por quanto tempo (em anos) o cometa terá latitude eclíptica positiva em uma de suas revoluções orbitais? Use a simplificação demonstrada no item anterior e dê sua resposta com a precisão de dois algarismos significativos.
- (c) No momento de sua passagem pelo seu próximo periélio, algo muito inesperado aconteceu: o cometa explodiu, de modo a se desintegrar em um número muito grande de partículas. Considere que, após a explosão, cada um dos fragmentos passou a se mover com uma velocidade totalmente radial de $v = 20,0 \text{ km/s}$ em relação ao centro de massa do objeto. Considerando que o cometa é esférico e possui densidade uniforme, calcule a porcentagem de partículas que não escaparão do campo gravitacional solar após a explosão. Desconsidere quaisquer interações entre as partículas

Obs: esse problema é uma continuação do problema 9 da prova teórica da seletiva.

6. Um satélite em uma órbita próxima à superfície do Sol coletou vários dados do cometa C/2019 Q4 quando este estava próximo de seu periélio. A primeira medição foi feita no dia 30 de novembro de 2019 e, em cada uma delas, o satélite calculou a longitude, l , e a latitude eclíptica, b , do corpo celeste e determinou também as variações nessas coordenadas durante um período de 16 horas (as coordenadas foram calculadas para o sistema heliocêntrico).

Medição	l	b	Δl	Δb
1	49°57'16"	22°34'51"	17'0.10"	11'25.77"
2	74°59'10"	35°25'33"	43'43.40"	15'30.48"
3	144°28'14"	37°4'9"	58'57.91"	-18'12.92"
4	165°58'36"	27°50'10"	36'53.57"	-20'56.16"
5	199°18'1"	2°35'50"	6'54.68"	-6'9.26"
6	211°14'9"	-7°56'38"	1'48.30"	-1'33.70"

A partir desses dados, responda os itens abaixo:

- (a) Calcule a inclinação da órbita do cometa em relação à eclíptica e a longitude do nodo ascendente.
- (b) Encontre excentricidade, o semieixo maior e o argumento do periélio da órbita.
- (c) Faça um gráfico polar das posições do cometa considerando o Sol como o centro do plano cartesiano e o periélio localizado na região negativa das abscissas. Além disso, trace a curva que melhor representa a órbita do objeto.
- (d) Estime em que mês, aproximadamente, o cometa não será mais visível pelo satélite.

Dados: o satélite realizou as medidas utilizando um telescópio de abertura $D = 6 \text{ m}$ e considere o cometa como uma esfera de raio $R = 13,5 \text{ km}$ e albedo geométrico $p = 0.1$. Além disso, ignore quaisquer efeitos físicos não comentados no enunciado.

Observação 1: não é necessário calcular a incerteza de nenhum dos valores.

Observação 2: o gráfico deve ser feito a mão em uma folha sulfite ou milimetrada de forma que ele ocupe pelo menos 50% da página. Portanto, escolha uma escala adequada para os eixos.

Observação 3: não é permitido utilizar softwares externos na resolução da questão. Faça uma resolução objetiva que contenha todos os passos e cálculos essenciais.