

Instruções Gerais

1. Cada aluno deve enviar um arquivo único por lista no formato PDF pelo Classroom da seletiva;
2. A lista é composta por 5 problemas, todos valendo 10 pontos;
3. Antes de enviar o arquivo, verifique se a sua solução está **legível**;
4. Caso opte por deixar uma questão em branco, essa informação deve ficar explícita (coloque "Pulei a questão X" na resolução da questão X+1);
5. O título do arquivo deverá seguir a formatação: " 'Nº aluno' - Lista 5". Por exemplo, se seu número é 19, envie o arquivo com título "19 - Lista 5".
6. As soluções de duas ou mais questões não podem estar em uma mesma página;
7. No canto superior esquerdo das páginas informe: "Nº aluno - Q(Nº questão) ". Por exemplo, "19 - Q1", e no canto inferior direito informe o número da página, por exemplo, "p.1";
8. Use apenas dados presentes nos enunciados e na tabela de constantes para a resolução das questões, a não ser que a questão peça o contrário.
9. A lista é totalmente individual.
10. Para as entregas após o prazo final, utilizaremos o seguinte protocolo:
 - Até 1h de atraso: perde 10% da nota final
 - De 1 a 6h de atraso: perde 30% da nota final
 - Mais de 6h de atraso: a lista não será aceita

Prazo: 23/06/2021 - 23h 59min

Tabela de Constantes

Massa ($M_{\oplus}$)	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Terra
Raio ($R_{\oplus}$)	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade superficial ($g_{\oplus}$)	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ}27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23h \ 56min \ 04s$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74 \text{ mag}$	
Massa ($M_{\odot}$)	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	Sol
Raio ($R_{\odot}$)	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade ($L_{\odot}$)	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta ($M_{\odot}$)	$4,83 \text{ mag}$	
Magnitude Aparente ($m_{\odot}$)	$-26,7 \text{ mag}$	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s^{-1}	
Distância ao Centro Galático	$8,5 \text{ kpc}$	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	$+6 \text{ mag}$	
Raio da Via Láctea (R_{VL})	$16,2 \text{ kpc}$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 pc	206.265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	Constantes Físicas
Constante Universal dos Gases (R)	$8,314 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-2}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	
Massa do Próton	$938,27 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	656 nm	

Problemas

1. **(Binárias e Exoplaneta)** O astrônomo Juventus, natural do planeta da Concha, observa ao longo dos anos um sistema binário com componentes A e B. Curioso para saber mais sobre a binária, o cientista mediu a distância angular mínima entre as duas estrelas, $q = 0,56''$, a distância máxima, $Q = 0,66''$, a magnitude total do sistema, $m = 5,85$, e a magnitude da componente A, $m_A = 7,64$, e deduziu o período do sistema em $P = 163$ anos. Ele também descobriu o tipo espectral da estrela A, F5V.

Observando atentamente os dados fotométricos da estrela A, Juventus descobriu que a estrela possui uma queda periódica no seu fluxo durante 3 horas e 58 minutos, que ocorre de 6 meses em 6 meses. Sagaz como sempre, ele depois deduziu que o fenômeno decorria de um exoplaneta em uma órbita circular edge-on (inclinação de 90° em relação ao plano do céu), chamando o corpo de Concha 2, muito menor que a sua estrela hospedeira.

Você, como assistente do grande astrônomo, foi encarregado de encontrar as seguintes informações:

- (a) **(3 pontos)** O raio da órbita do exoplaneta, r , em UA.
 - (b) **(1 ponto)** A distância até o sistema, d , em parsecs.
 - (c) **(3 pontos)** A massa das componentes A e B, M_A e M_B , em massas solares.
 - (d) **(3 pontos)** A inclinação das órbitas do sistema binário em relação ao plano do céu, $i \in [0, 90^\circ]$, em graus. Suponha que o *latus rectum* das órbitas esteja nesse plano.
- (Extra) **(0 pontos)** Concha 2 está na zona habitável, isto é, pode possuir água líquida na superfície?

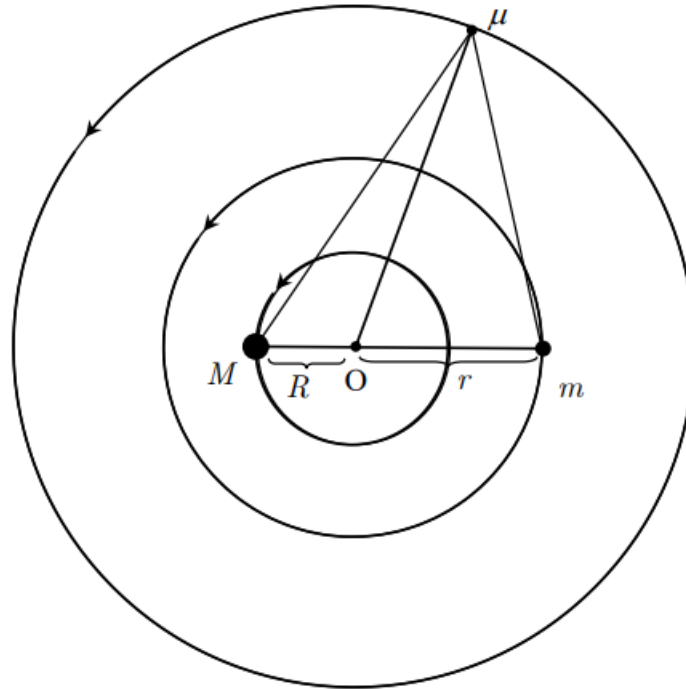
Dica: Consulte a tabela de tipos espectrais nesse [site](#), **não** usando a coluna das magnitudes absolutas. Considere a relação massa-luminosidade aproximada $L \propto M^{3,5}$.

2. **(Binárias)** Considere duas estrelas que estão em um sistema binário. Vistas da Terra, são binárias espectroscópicas (o plano da órbita é perpendicular ao plano do céu). Isso significa que podemos ver o deslocamento das linhas de emissão no espectro estelar. Identificaremos a estrela menor como S (*small*) e a estrela maior como L (*large*).

Observando o espectro, temos que os máximos do deslocamento Doppler da linha $H\alpha$ ($\lambda = 656,281\text{nm}$) são $\Delta\lambda_S = 0,065\text{nm}$ para a estrela menor e $\Delta\lambda_L = 0,0070\text{nm}$ para a estrela maior. O período orbital é $P = 10$ anos e as órbitas são circulares.

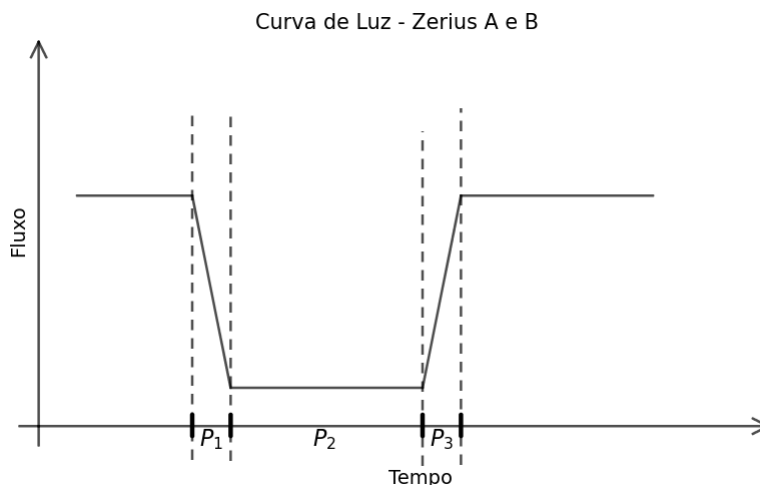
- (a) **(8 pontos)** Com as informações acima, encontre a massa das duas estrelas, isto é, M_S e M_L , em função da massa do Sol.
- (b) **(2 pontos)** Suponha que para outro planeta habitável, esse sistema seja de binárias visuais (o plano da órbita é paralelo ao plano do céu) e a separação angular máxima entre as estrelas seja de $\theta = 2,0''$, qual a distância (em parsecs) do exoplaneta até o sistema binário?

3. **(Sistema Triplo)** Dois corpos de massa M e m orbitam um centro de massa em comum em órbitas circulares de raios R e r , respectivamente. Um corpo de massa infinitesimal μ é colocado em um órbita circular coplanar com as órbitas de M e m ao redor do mesmo centro de massa, de modo que μ permanece estacionário com relação a esses dois corpos. Assuma que μ não é colinear com M e m .



- (a) **(2 pontos)** Encontre a velocidade angular ω_0 da linha que liga M e m em função de R, r, M, m e da constante gravitacional G .
- (b) **(8 pontos)** Encontre os valores das distâncias entre μ e M , μ e m e entre μ e o centro de massa.
4. **(Anomalia na Curva de Luz)** Os astrônomos Eugênio e Gustavo analisam há muitos anos as curvas de luz de um conjunto binário de estrelas eclipsantes, Zerius A e Zerius B. Certo dia, após muitas comparações de várias curvas, eles perceberam uma anomalia no comportamento do decréscimo de luz. Tratava-se então de um exoplaneta orbitando **Zerius B**.

Em seguida, utilizaram de algumas técnicas para manipular os dados e chegar a um mesmo instante de fase do binário com o objetivo de isolar o comportamento apenas do planeta na curva de luz. O resultado foi o seguinte (figura não em escala):



Assuma que todas as órbitas são circulares e coplanares com inclinação $i = 90^\circ$, que as estrelas não estão se eclipsando nos instantes de brilho máximo no gráfico acima e que os centros do exoplaneta e de Zeriús A se alinham na direção da visada em um instante do intervalo de tempo de brilho mínimo. Atenção, a curva acima refere-se ao eclipse de Zeriús A, não o B, pelo planeta.

Interprete a situação e encontre os raios do exoplaneta, em raio de Júpiter, e da estrela Zeriús A, em raio solar. Dados: ambas as estrelas possuem uma massa solar e o período orbital do planeta é $P = 1,4$ ano. No gráfico, $P_1 = P_3 = 0,001546$ ano e $P_2 = 0,037951$ ano.

5. **(Amnésia)** Shell decidiu fazer uma viagem de férias e, como um bom astrônomo, tirou inúmeras fotos do céu. Contudo, após retornar ao Brasil, Shell infelizmente passou por um severo caso de amnésia e esqueceu todos os eventos que haviam ocorrido nas últimas semanas, incluindo o local que ele havia visitado.

Por sorte, Shell havia enviado a seguinte foto a Lais:



Na imagem, a linha verde é o horizonte.

Shell anotou no verso da imagem que, no instante em que a foto foi tirada, o horário civil em Greenwich era 16h30min00s do dia 14 de maio de 2021.

Como Lais sabia que o tempo sideral local em Greenwich no dia 1 de janeiro de 2021 à meia noite era igual a 06h43min29s, ela pôde determinar a latitude e a longitude do local visitado por Shell e consequentemente descobrir o país onde ele tirou a foto.

Para essa questão, fique à vontade para pesquisar as coordenadas de qualquer estrela, separação angular entre estrelas ou mapas de países. Você pode pesquisar o que você quiser, desde que você cite a fonte de todas as informações externas que você utilizar na resolução.

- (a) **(2 pontos)** Qual era a latitude de Shell?
- (b) **(2,5 pontos)** Qual era a longitude de Shell?
- (c) **(1 ponto)** Qual era a constelação no zênite de Shell?
- (d) **(1 ponto)** Qual era a constelação no nadir de Shell?
- (e) **(0,5 ponto)** Marque na figura e escreva o nome do ponto cardeal que está na foto de Shell.
- (f) **(1,5 ponto)** Marque o Equador celeste, a Eclíptica e o Equador galáctico na foto tirada por Shell. Como o fundo da imagem é preto, talvez seja mais simples utilizar um editor de imagens (o Paint 3D é extremamente fácil de usar) do que imprimir a imagem.
- (g) **(1 ponto)** Identifique as estrelas 1 e 2.
- (h) **(0,5 ponto)** Identifique o país em que a foto foi tirada.