

Instruções Gerais

1. Cada aluno deve enviar um arquivo único por lista no formato PDF pelo Classroom da seletiva;
2. A lista é composta por 5 problemas, todos valendo 10 pontos;
3. Antes de enviar o arquivo, verifique se a sua solução está **legível**;
4. Caso opte por deixar uma questão em branco, essa informação deve ficar explícita (coloque "Pulei a questão X" na resolução da questão X+1);
5. O título do arquivo deverá seguir a formatação: " 'Nº aluno' - Lista 6". Por exemplo, se seu número é 19, envie o arquivo com título "19 - Lista 6".
6. As soluções de duas ou mais questões não podem estar em uma mesma página;
7. No canto superior esquerdo das páginas informe: "Nº aluno - Q(Nº questão) ". Por exemplo, "19 - Q1", e no canto inferior direito informe o número da página, por exemplo, "p.1";
8. Use apenas dados presentes nos enunciados e na tabela de constantes para a resolução das questões, a não ser que a questão peça o contrário.
9. A lista é totalmente individual.
10. Para as entregas após o prazo final, utilizaremos o seguinte protocolo:
 - Até 1h de atraso: perde 10% da nota final
 - De 1 a 6h de atraso: perde 30% da nota final
 - Mais de 6h de atraso: a lista não será aceita

Prazo: 05/07/2021 - 23h 59min

Tabela de Constantes

Massa ($M_{\oplus}$)	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Terra
Raio ($R_{\oplus}$)	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade superficial ($g_{\oplus}$)	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ}27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23h \ 56min \ 04s$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74 \text{ mag}$	
Massa ($M_{\odot}$)	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	Sol
Raio ($R_{\odot}$)	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade ($L_{\odot}$)	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta ($\mathcal{M}_{\odot}$)	$4,83 \text{ mag}$	
Magnitude Aparente ($m_{\odot}$)	$-26,7 \text{ mag}$	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s^{-1}	
Distância ao Centro Galático	$8,5 \text{ kpc}$	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	$+6 \text{ mag}$	
Raio da Via Láctea (R_{VL})	$16,2 \text{ kpc}$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 pc	206.265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	Constantes Físicas
Constante Universal dos Gases (R)	$8,314 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-2}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	
Massa do Próton	$938,27 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	656 nm	

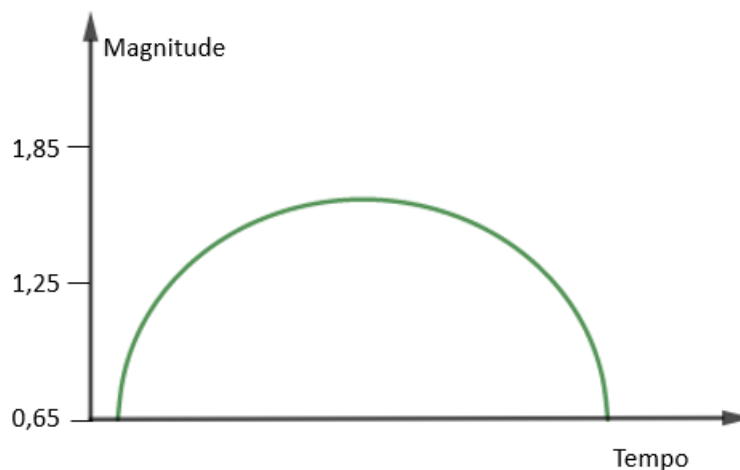
Problemas

- (Distância)** Um telescópio $f/2,5$ com $0,5\text{m}$ de diâmetro coleta imagens no Filtro B de uma estrela com diâmetro angular de $1''$. Utiliza-se uma placa CCD com pixels de $2\text{ }\mu\text{m}$ de lado cada um, e a medição é feita em um tempo de integração $t=2$ segundos. Considere a razão sinal-ruído $\text{SNR}=250$, em que os ruídos são $\sigma_1 = 11\text{ contagens/pixel}$ e $\sigma_2 = 5t\text{ contagens/pixel}$ e o ruído total dado por $\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}$. Ainda, sabe-se que o índice de cor aparente dessa estrela vale $0,13$, $M_v = 2,00\text{ mag}$ e a extinção interestelar $a_v = 0,01\text{ mag/pc}$

Pede-se:

 - (2 Pontos)** A escala de placa em $''/\text{mm}$.
 - (5 Pontos)** A magnitude aparente no filtro B dessa estrela. Considere que foi detectada uma taxa de 1 contagem por segundo para uma outra estrela de magnitude $16,8\text{ mag}$.
 - (3 Pontos)** A distância, em parsecs, até essa estrela.
- (Telescópio Cassegrain)** Bismarck, um astrônomo muito curioso, resolveu investigar as propriedades de um espelho parabólico. Para tanto, comprou um telescópio com foco Cassegrain com espelho primário parabólico de abertura $D = 160\text{ mm}$ e distância focal $f_p = 700\text{ mm}$. O espelho secundário é hiperbólico com semi-eixo maior de comprimento $a = 150\text{ mm}$ e a distância focal do telescópio é $f = 1600\text{ mm}$. Ajude Bismarck e faça o que se pede.

 - (4,0 pontos)** Considere uma superfície parabólica espelhada. Partindo de uma equação de parábola $y = a(x^2 - x_0^2)$, demonstre o fato de que qualquer raio paralelo ao eixo y que incidir sobre a referida superfície será refletido para o mesmo ponto P . Calcule as coordenadas do ponto P .
 - (1,0 ponto)** Usando a equação de parábola do item anterior, determine o parâmetro a para o espelho de Bismarck.
 - (4,0 pontos)** Quantos centímetros após o espelho primário é focalizada a imagem produzida pelo telescópio do astrônomo?
 - (1,0 ponto)** Determine o comprimento do tubo do telescópio.
- (Betelgeuse)** De novembro de 2019 a março de 2020 Betelgeuse sofreu um aumento abrupto de magnitude. Diversas hipóteses foram levantadas para explicar o fenômeno, sendo uma delas a possibilidade de uma nuvem de poeira ter encoberto a estrela. Neste exercício trabalharemos com duas hipóteses envolvendo a absorção da luz de Betelgeuse por nuvens de poeira. O gráfico abaixo mostra a magnitude de Betelgeuse com o passar do tempo para o primeiro modelo analisado:



Primeiramente consideraremos uma nuvem de poeira exatamente no meio do caminho entre a Terra e Betelgeuse:

a) **(5 pontos)** Baseando-se nos dados, qual o formato da nuvem? Justifique matematicamente e encontre suas dimensões, sabendo que após diversas análises foi descoberto que a distância percorrida pela luz na nuvem no caso de maior absorção (em UA) é cerca de 100 vezes maior que o coeficiente de absorção do objeto (em mags por UA).

Outra hipótese considerada foi a de que Betelgeuse teria expelido matéria no universo a seu redor de forma que tais partículas absorvessem parte de sua luz. Assuma que neste caso a poeira assumiu a forma de um fino véu (espessura de aproximadamente $\epsilon = 10 R_{\odot}$) capaz de cobrir inteiramente Betelgeuse quando esta atinge sua máxima magnitude quando vista da Terra.

b) **(3 pontos)** Análises levaram à conclusão de que as partículas deste véu possuíam raio de cerca de $r = 0,1 \text{ mm}$. Qual a densidade numérica de partículas nessa nuvem?

c) **(2 pontos)** Seja $(B-V)_0$ o índice de cor de Betelgeuse antes do fenômeno e $B-V$ seu índice de cor quando a estrela atinge sua máxima magnitude. Qual destes índices possui maior valor? Justifique matematicamente.

Pode ser útil uma razão bem conhecida nas olimpíadas relacionada aos índices de cor.

4. **(Contando Pixels)** Em um belo dia, o astrônomo Gelecaio se deparou com um sistema muito curioso de estrelas, o "EAMG", como preferiu denominar. Esse conjunto estelar é constituído por 3 componentes e o astrônomo deseja realizar uma imagem que consiga compreender todas. Para isso, ele dispõe de um telescópio $f/3$, de abertura 150 cm e uma placa CCD $(1,5 \times 1,5) \text{ cm}$. Cada pixel do CCD é um quadrado de lado $l = 1 \mu\text{m}$.

Estrela	Ascensão Reta	Declinação
Bibs	$\alpha_1 = 18^{\text{h}}56,3^{\text{min}}35,40^{\text{seg}}$	$\delta_1 = 35^{\circ}27,8'32,50''$
Shebs	$\alpha_2 = 18^{\text{h}}56,3^{\text{min}}33,50^{\text{seg}}$	$\delta_1 = 35^{\circ}27,8'32,15''$
Burno	$\alpha_3 = 18^{\text{h}}56,3^{\text{min}}37,15^{\text{seg}}$	$\delta_1 = 35^{\circ}27,8'33,30''$

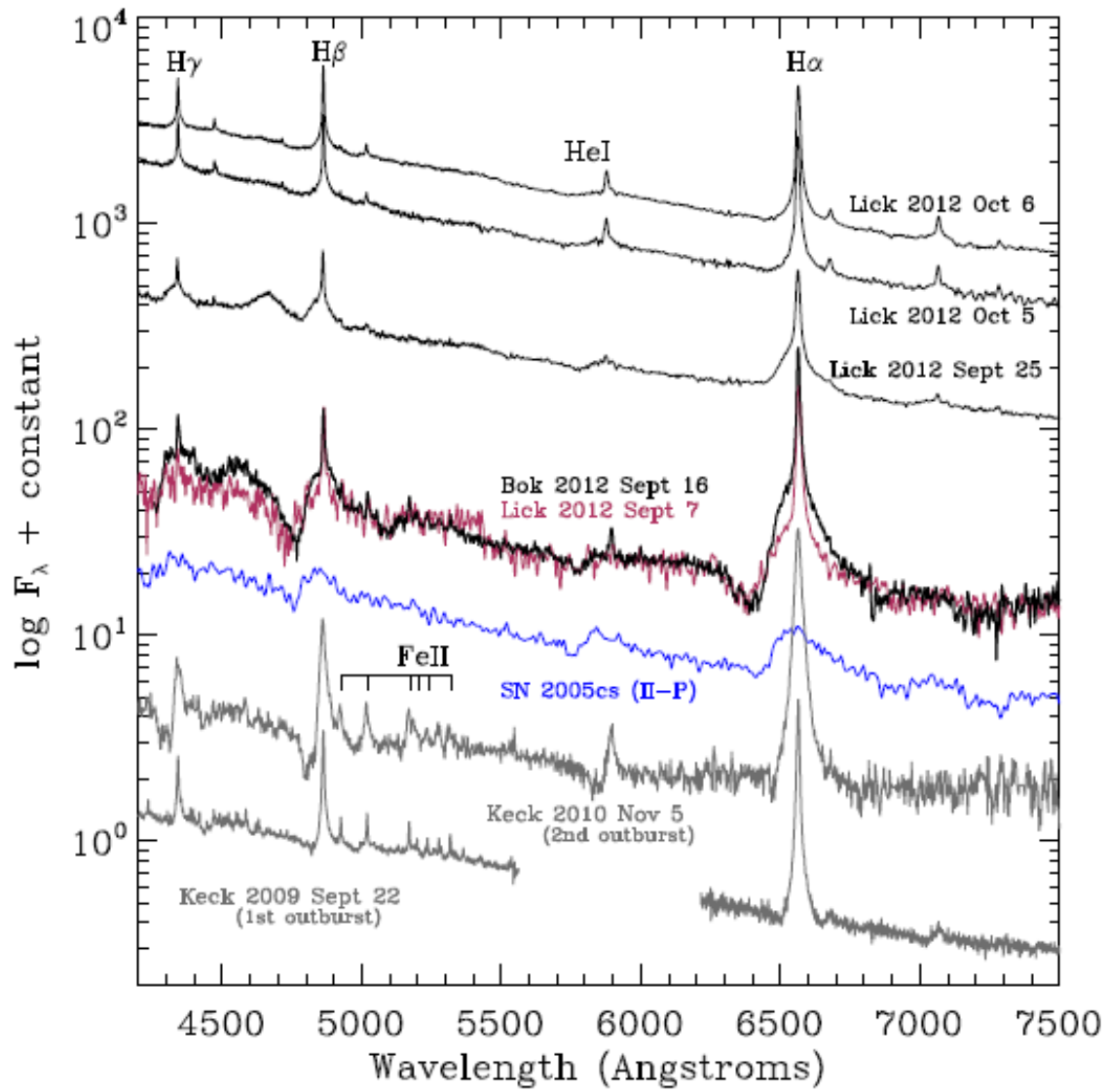
(a) **(6 pontos)** Em um gráfico de Declinação por Ascensão Reta, represente a disposição das estrelas quando observadas por Caio. Em que coordenadas Gelecaio irá mirar seu telescópio para a melhor centralização do conjunto?

(b) **(4 pontos)** Quantos pixels serão ocupados pela imagem das três estrelas?

5. **(Nuvem de supernova)**

Você está presenciando um dos maiores espetáculos do universo: uma supernova. A explosão principal foi observada em setembro de 2012 numa galáxia com $z = 0.0060$, e formou uma onda de choque que expande a uma velocidade muito alta. Considere o espectro da supernova por Bok 2012/Lick 2012, no gráfico abaixo.

A partir disto, calcule o diâmetro angular da onda de choque da supernova em julho de 2021, considerando-a com velocidade de expansão constante desde o momento de sua explosão. Ignore a extinção interestelar e atmosférica. ($H_{\alpha} = 6562,8 \text{ \AA}$)



Espectros da supernova.