

Instruções Gerais

1. Cada aluno deve enviar um arquivo único por lista no formato PDF pelo Classroom da seletiva;
2. A lista é composta por 5 problemas, todos valendo 10 pontos;
3. Antes de enviar o arquivo, verifique se a sua solução está **legível**;
4. Caso opte por deixar uma questão em branco, essa informação deve ficar explícita (coloque "Pulei a questão X" na resolução da questão X+1);
5. O título do arquivo deverá seguir a formatação: " 'Nº aluno' - Lista 7". Por exemplo, se seu número é 19, envie o arquivo com título "19 - Lista 7".
6. As soluções de duas ou mais questões não podem estar em uma mesma página;
7. No canto superior esquerdo das páginas informe: "Nº aluno - Q(Nº questão) ". Por exemplo, "19 - Q1", e no canto inferior direito informe o número da página, por exemplo, "p.1";
8. Use apenas dados presentes nos enunciados e na tabela de constantes para a resolução das questões, a não ser que a questão peça o contrário.
9. A lista é totalmente individual.
10. Para as entregas após o prazo final, utilizaremos o seguinte protocolo:
 - Até 1h de atraso: perde 10% da nota final
 - De 1 a 6h de atraso: perde 30% da nota final
 - Mais de 6h de atraso: a lista não será aceita

Prazo: 14/07/2021 - 23h 59min

Tabela de Constantes

Massa ($M_{\oplus}$)	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Terra
Raio ($R_{\oplus}$)	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade superficial ($g_{\oplus}$)	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ}27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23h \ 56min \ 04s$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74 \text{ mag}$	
Massa ($M_{\odot}$)	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	Sol
Raio ($R_{\odot}$)	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade ($L_{\odot}$)	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta ($M_{\odot}$)	$4,83 \text{ mag}$	
Magnitude Aparente ($m_{\odot}$)	$-26,7 \text{ mag}$	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s^{-1}	
Distância ao Centro Galático	$8,5 \text{ kpc}$	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	$+6 \text{ mag}$	
Raio da Via Láctea (R_{VL})	$16,2 \text{ kpc}$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 pc	206.265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	Constantes Físicas
Constante Universal dos Gases (R)	$8,314 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-2}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	
Massa do Próton	$938,27 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	656 nm	

Problemas

1. **(Aglomerado Globular)** Shell, durante suas observações noturnas, descobre um novo aglomerado globular. Após aferir alguns parâmetros, ele determina que o aglomerado possui tamanho angular $\theta = 30'$ e magnitude aparente $m = +6,0$ quando visto da Terra, além de conter $N = 500 \cdot 10^3$ estrelas de luminosidade 3 vezes menor que a solar. Shell também nota que o aglomerado se move em direção ao plano do disco da Via Láctea, de tal modo que irá adentrá-lo com um ângulo $\alpha = 20^\circ$ em relação ao plano galáctico.

Para as questões abaixo, considere que o disco da Via Láctea tem espessura $\delta = 300 \text{ pc}$ e que os efeitos extinção interestelar podem ser desprezados.

- a) **(1,0 ponto)** Encontre a distância do aglomerado à Terra no instante em que ele foi detectado por Shell.
- b) **(3,0 pontos)** Calcule o volume, em pc^3 , da trajetória percorrida pelo aglomerado no disco galáctico.
- c) **(3,0 pontos)** Estime a densidade numérica de estrelas no disco da Via Láctea, em estrelas/pc^3 . Use o fato de que a magnitude aparente de uma estrela próxima ao Sol, αCen , é $m_1 = 0,0$.
- d) **(2,0 pontos)** Faça uma estimativa do número de estrelas do tipo solar que estariam contidas na trajetória percorrida pelo aglomerado dentro do disco galáctico.
- e) **(1,0 ponto)** Reavalie, qualitativamente, sua estimativa do item anterior. Para tanto, discuta sobre a hipótese de se desprezar os efeitos extinção interestelar.

2. **(Limite de Chandrasekhar)** O limite teórico para o valor de massa que uma Anã Branca pode ter foi obtido em 1930 pelo físico indiano Subrahmanyan Chandrasekhar. Serão realizados alguns procedimentos de modo a se obter uma versão simplificada da análise feita por ele.

Dados: massa de repouso do elétron - $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; massa de repouso do próton - $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

- a) **(3,0 pontos)** Primeiramente, será considerado um modelo de estrela composta apenas por hidrogênio e que ele está na forma ionizada. Também se assume que não há energia produzida por fusão na estrela. A energia total dos elétrons será

$$E_e = \frac{\hbar^2 \pi^3}{10 m_e 4^{2/3}} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{7/3} \frac{N_e^{5/3}}{R^2}$$

em que N_e é o número total de elétrons. Sendo assim, obtenha, da condição de equilíbrio, uma expressão do raio R_{ab} da Anã Branca em função de constantes e da massa da estrela.

Dica: lembre-se que a condição de equilíbrio está associada a uma configuração de energia mínima.

- b) **(1,0 ponto)** Calcule o valor numérico de R_{ab} com a expressão do item anterior, considerando uma estrela de massa $M = 1,0 M_\odot$.
- c) **(2,0 pontos)** Considerando o valor de R_{ab} do item anterior, obtenha uma estimativa para a separação média r_{sep} entre os elétrons na estrela, assumindo que eles se distribuam uniformemente na estrela.
- d) **(2,0 pontos)** Levando-se em conta elétrons no limite ultrarrelativístico, a expressão da energia atrelada a eles é modificada

$$E_e^{rel} = \frac{\pi^2}{4^{4/3}} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{5/3} \frac{\hbar c}{R} N_e^{4/3}$$

Tomando um procedimento análogo ao do item a), obtenha a expressão para a massa crítica M_c da estrela.

- e) **(1,0 ponto)** Analisando a expressão do item anterior, avalie: caso a massa M da estrela seja maior que M_c , a estrela expande ou contrai? Descreva brevemente se esse resultado corrobora as observações astronômicas.
- f) **(1,0 ponto)** Calcule o valor de M_c em unidades de massa solar. Ele é semelhante ao esperado? Caso não seja, elenque algumas hipóteses para a divergência.
3. **(Um longo caminho)** Uma protoestrela (futura estrela, cujo interior ainda não iniciou reações termonucleares) possui massa igual à massa do Sol, composição química solar e magnitude absoluta 0^m . Estime quanto tempo, em milhões de anos, levará para esta protoestrela encolher até o tamanho do Sol.
- Considere que durante a compressão a protoestrela não gira, não perde massa e mantém uma temperatura efetiva constante de 3500 K. Lembre-se dos seus conhecimentos de termodinâmica.
4. **(Relação Raio-Massa)** O Diagrama de Hertzsprung-Russell, conhecido como diagrama HR, foi publicado independentemente pelo dinamarquês Hertzsprung, em 1911, e pelo americano Russell, em 1913, como uma relação existente entre a luminosidade de uma estrela e sua temperatura efetiva. Isso permitiu a conclusão de que a maior parte das estrelas está alinhada ao longo de uma estreita faixa na diagonal que vai do extremo superior esquerdo (estrelas quentes e muito luminosas), até o extremo inferior direito (estrelas frias e pouco luminosas). A partir dele, surgiram diversas relações empíricas que relacionam parâmetros das estrelas na sequência principal. Nas questões abaixo, será abordada a relação entre o raio e a massa de estrelas na Sequência Principal.
- a) **(4,0 pontos)** Usando a tabela ao final do exercício, plote um gráfico de $\log R$ vs. $\log M$ para todas as estrelas.
- b) **(1,0 ponto)** No gráfico, é possível identificar duas regiões. Cada uma delas possui uma relação $\log R$ vs. $\log M$ distinta. Determine, usando o gráfico, uma linha vertical que divide essas regiões.
- Dica:** a posição exata da linha não é relevante. O importante é dividir corretamente os dados da tabela em duas amostras.
- c) **(3,0 pontos)** Faça uma regressão linear para os dados de cada uma das regiões e mostre os coeficientes lineares e angulares obtidos, bem como as incertezas associadas a eles.
- d) **(2,0 pontos)** Usando a relação $\log R$ vs. $\log M$ conveniente, calcule o raio do Sol. Levando em consideração a incerteza dos coeficientes, o resultado é incoerente com a realidade?

Tipo Espectral	Raio ($R_\odot$)	Massa ($M_\odot$)
B0	6,7	17,5
B3	3,8	7,6
B5	3,2	5,9
B8	2,5	3,8
A0	2,2	2,9
A5	1,8	2,0
F0	1,4	1,6
F5	1,2	1,4
G0	1,06	1,05
K0	0,93	0,79
K5	0,8	0,67
M0	0,63	0,51
M2	0,48	0,40
M5	0,29	0,21

Tabela 1: Raio e massa de estrelas de classe de luminosidade V

5. **(Colonização alienígena)** Num futuro hipotético nem um pouco distante, o aquecimento global levou à extinção da vida humana na Terra. Assim, alienígenas de sistemas estelares próximos decidiram colonizar o sistema solar e reabitar nossos planetas. Para estudar mais sobre a configuração do nosso sistema, eles decidem pousar em um dos planetas e a partir de lá, com base em observações terráqueas às quais eles têm acesso, observar o céu e o comportamento dos astros. Os aliens, no entanto, não tem muita experiência no estudo do céu, e pedem sua ajuda para descobrir algumas informações que podem lhes ser relevantes. Para descobri-las você tem acesso aos seguintes dados:

- 1) Uma tabela produzida por terráqueos com algumas características dos planetas.

Planeta	Distância ao Sol (UA)	Inclinação do eixo de rotação ($^{\circ}$)
Mercúrio	0,39	0
Vênus	0,72	177
Terra	1,00	23
Marte	1,52	25
Júpiter	5,20	3
Saturno	9,58	27
Urano	19,22	98
Netuno	30,11	28

- 2) A localização do polo celeste Norte e do polo eclíptico Norte da Terra.

- 3) Fotos de 2 observações que os alienígenas fizeram em momentos diferentes do mesmo dia. A faixa verde indica o meridiano local do lugar de observação. A única informação relevante que os alienígenas obtiveram foi que o ângulo horário do Sol no momento da primeira observação era de cerca de $H = 13h$.

Assim, aponte (e justifique):

- a) **(1,5 ponto)** Todos os planetas em que os aliens podem estar com base nas informações do enunciado e da carta.
b) **(4,5 pontos)** Todos os meses nos quais tal aterrissagem pode ter acontecido.
c) **(1 ponto)** A constelação na qual está o polo sul celeste deste planeta.
d) **(3 pontos)** A estrela beta da constelação da eclíptica que está nascendo no momento da primeira observação.

