

Olimpíada Brasileira Online de Astronomia

2ª Fase - 18 e 19 de Outubro de 2025

Nome: _____

Série: _____

Nível João Steiner
Ensino Fundamental

Instruções de Prova

- I. Esta prova contém **8** questões. Cada questão vale 10 pontos, totalizando 80 pontos.
- II. A prova é individual e sem consultas. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada na próxima página.
- III. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas/com acesso à internet.
- IV. A prova tem duração de 3 horas. Todos os estudantes devem realizar a prova enquanto em uma das chamadas do Google Meet com a câmera ligada. Qualquer atividade suspeita poderá levar a eliminação do candidato.

Apoio:



Tabela de Constantes

Massa ($M_{\oplus}$)	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Terra
Raio ($R_{\oplus}$)	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade superficial ($g_{\oplus}$)	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ}27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23\text{h } 56\text{min } 04\text{s}$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74 \text{ mag}$	
Massa ($M_{\odot}$)	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	Sol
Raio ($R_{\odot}$)	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade ($L_{\odot}$)	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta ($M_{\odot}$)	$4,80 \text{ mag}$	
Magnitude Aparente ($m_{\odot}$)	$-26,7 \text{ mag}$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s^{-1}	
Distância ao Centro Galático	$8,5 \text{ kpc}$	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	$+6 \text{ mag}$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 pc	206.265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	Constantes Físicas
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-2}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Wien (b)	$2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	

Curiosidades:

João Evangelista Steiner, mais conhecido como João Steiner (São Martinho, 1 de março de 1950 - São Martinho, 10 de setembro de 2020), foi um astrofísico brasileiro que se destacou na pesquisa de galáxias ativas e na formação de aglomerados de galáxias, tendo contribuições significativas nessas áreas. Além disso, desempenhou um papel fundamental na educação científica, orientando estudantes e inspirando futuros cientistas, ocupou cargos importantes em instituições, promovendo o desenvolvimento da pesquisa astronômica no Brasil. Sua dedicação e paixão pela ciência o tornaram uma figura respeitada na comunidade científica.



Questão 1. A terceira Lei de Kepler é uma importante relação que estabelece entre o semi eixo maior a e o período T , dada por $a^3/T^2 \propto M$ (lê-se a^3/T^2 é proporcional à M).

- a) (6 pontos) Demonstre essa relação para uma órbita circular. **Dica;** Iguale a força gravitacional à força centrípeta
- b) (4 pontos) Sabendo que o semi eixo maior de Netuno é 40 UA calcule o seu período.

Solução:

- a) Igualando a força gravitacional à força centrípeta,

$$\frac{GMm}{a^2} = m\omega^2 a$$

Onde ω é a velocidade angular. Podemos simplificar essa expressão para

$$\omega^2 a^3 = GM$$

Pela definição de ω temos $\omega = \frac{2\pi}{P}$. Substituindo,

$$\frac{4\pi^2}{P^2} a^3 = GM$$

Re-arranjando os termos, chegamos na relação desejada,

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

Ou seja, a razão entre a^3/P^2 é diretamente proporcional à massa M e o fator de proporcionalidade é dado por $G/4\pi^2$.

- b) Se a^3/P^2 é proporcional à massa da estrela, no sistema solar, a^3/P^2 deve ter o mesmo valor para qualquer planeta, uma vez que todos orbitam a mesma estrela. Comparando com a Terra,

$$\frac{a_N^3}{P_N^2} = \frac{a_T^3}{P_T^2}$$

Resolvendo para P_N

$$P_N = P_T \left(\frac{a_N}{a_T} \right)^{3/2} \approx 253 \text{ anos}$$

** Nota: O semi eixo maior de netuno foi propositalmente colocado como 40 UA mesmo este não

sendo o seu valor real.

Grade de Correção:

- a) +2,0 Igualar a força gravitacional à força centrípeta.
- a) +2,0 $\omega = 2\pi/P$
- a) +2,0 Provar a relação corretamente
- b) +2,0 Expressão para o período
- b) +2,0 Valor numérico

Questão 2. (10 pontos) Você é um discípulo do grande Aristarco de Samos, e seu mestre lhe confiou uma tarefa incomum: determinar a razão entre a distância da Lua à Terra e o raio da Terra, a partir da observação de um eclipse lunar.

Durante o eclipse, você observa que a duração total da passagem da Lua pela sombra da Terra foi de, aproximadamente, 3 horas e 40 minutos, enquanto a Lua leva cerca de 1 hora para cruzar completamente o seu próprio diâmetro (em seu movimento orbital).

Supondo que a sombra da Terra, na distância da Lua, seja aproximadamente do mesmo tamanho que o seu diâmetro e que a Lua se mova em uma órbita circular, estime a razão entre a distância Terra–Lua e o raio da Terra.

Solução: Durante o eclipse:

$$t_{\text{sombra}} = 3 \text{ h } 40 \text{ m}, \quad t_{\text{Lua}} = 1 \text{ h} \Rightarrow \frac{D_{\text{sombra}}}{d_{\text{Lua}}} = \frac{t_{\text{sombra}}}{t_{\text{Lua}}} \approx 3,6.$$

Assumindo $D_{\text{sombra}} \approx 2R_T$, $d_{\text{Lua}} = \frac{2R_T}{3,6}$. Sabendo que o diâmetro angular da Lua é $\alpha = \frac{d_{\text{Lua}}}{D_L} \approx 0,5^\circ \approx 9,6 \times 10^{-3} \text{ rad}$. Sendo assim:

$$\frac{D_L}{R_T} = \frac{d_{\text{Lua}}}{\alpha R_T} = \frac{2/3,6}{\alpha} \approx 57 \Rightarrow \boxed{\frac{D_L}{R_T} \approx 57.}$$

Grade de Correção:

+2,0 Relacionar corretamente os tempos com os diâmetros:

$$\frac{D_{\text{sombra}}}{d_{\text{Lua}}} = \frac{t_{\text{sombra}}}{t_{\text{Lua}}} \approx 3,6$$

+2,0 Assumir que $D_{\text{sombra}} \approx 2R_T$.

+2,0 Escrever $d_{\text{Lua}} = 3,6 \cdot (2R_T)$.

+2,0 Usar o diâmetro angular da Lua: $\alpha \approx 0,5^\circ \approx 9,6 \times 10^{-3} \text{ rad}$.

+2,0 Calcular a razão:

$$\frac{D_L}{R_T} = \frac{d_{\text{Lua}}}{\alpha R_T} = \frac{2/3,6}{\alpha} \approx 57$$

Solução 2:

Sabemos que a Lua completa uma órbita circular em $T = 28$ dias e que o tempo que ela leva para atravessar seu próprio diâmetro é $t_{\text{Lua}} = 1 \text{ h}$.

Durante o eclipse, a Lua percorre uma distância igual a aproximadamente o diâmetro da sombra terrestre:

$$t_{\text{sombra}} = 3,6 t_{\text{Lua}} \Rightarrow D_{\text{sombra}} \approx 3,6 d_{\text{Lua}}.$$

Como $D_{\text{sombra}} \approx 2R_T$, temos:

$$d_{\text{Lua}} \approx \frac{2R_T}{3,6}.$$

A velocidade orbital da Lua é:

$$v = \frac{2\pi D_L}{T}.$$

Sabendo que ela cruza seu próprio diâmetro em t_{Lua} :

$$d_{\text{Lua}} = vt_{\text{Lua}} = \frac{2\pi D_L}{T} t_{\text{Lua}}.$$

Substituindo $d_{\text{Lua}} = \frac{2R_T}{3,6}$:

$$\frac{2R_T}{3,6} = \frac{2\pi D_L}{T} t_{\text{Lua}} \Rightarrow \frac{D_L}{R_T} = \frac{T}{3,6\pi t_{\text{Lua}}}.$$

Logo:

$$\frac{D_L}{R_T} = \frac{672}{3,6\pi} \approx 59,4 \Rightarrow \boxed{\frac{D_L}{R_T} \approx 59.}$$

Critérios de Correção (Solução 2)

1. **(3 pontos)** Relacionar corretamente os tempos com os diâmetros:

$$\frac{D_{\text{sombra}}}{d_{\text{Lua}}} = \frac{t_{\text{sombra}}}{t_{\text{Lua}}} \approx 3,6$$

2. **(3 pontos)** Assumir $D_{\text{sombra}} \approx 2R_T$ para obter $d_{\text{Lua}} \approx \frac{2R_T}{3,6}$.

3. **(2 pontos)** Usar a relação orbital $v = \frac{2\pi D_L}{T}$ e $d_{\text{Lua}} = vt_{\text{Lua}}$.

4. **(2 pontos)** Substituir os valores numéricos ($T = 28 \times 24$ h, $t_{\text{Lua}} = 1$ h) e obter

$$\boxed{\frac{D_L}{R_T} \approx 59.}$$

Questão 3. Um dos principais jeitos de se medir o brilho de uma estrela é usando a chamada magnitude. Esta é uma escala em que, quando menor a magnitude maior o brilho. A fórmula para a magnitude em função do Fluxo F (Energia por unidade de tempo por unidade de área) é dada por,

$$m = -2,5 \log_{10} F + C$$

Onde C é uma constante e log representa o logaritmo. Podemos usar o log da seguinte maneira:

$$A = B^x \rightarrow x = \log_B A$$

- a) **(5 pontos)** Sabendo que Vega possui uma magnitude $m_V = 0$ e que $\log_B A - \log_B C = \log_B \frac{A}{C}$ encontre uma equação para a magnitude de uma estrela qualquer m , em função de seu fluxo F e do fluxo de Vega

F_0 .

- b) (4 pontos) Encontre uma equação para o fluxo da estrela F em função de m e F_0 .
- c) (1 pontos) Quantas vezes o fluxo de uma estrela de magnitude 1 é maior do que o de uma estrela de magnitude 6?

Solução:

- a) Precisamos pensar em um jeito de eliminar a constante C . Observando os dois termos, é dado que podemos somente subtrair as magnitudes,

$$m - m_V = -2,5 \log_{10} F + C + 2,5 \log_{10} F_V - C$$

$$m - m_V = -2,5(\log_{10} F - \log_{10} F_V)$$

Usando a propriedade a respeito da subtração de log, obtemos

$$m - m_V = -2,5 \log_{10} \frac{F}{F_V}$$

Como $m_V = 0$,

$$m = -2,5 \log_{10} \frac{F}{F_V}$$

- b) Agora, para isolar F , precisamos tirar ele do log para isso, vamos usar a propriedade de exponenciação e elevar os dois lados por 10.

$$10^m = 10^{-2,5 \log_{10} F/F_V}$$

Podemos agora tirar a $-2,5$ raiz de ambos os lados,

$$10^{\frac{-m}{2,5}} = 10^{\log_{10} F/F_V} = F/F_V$$

Isolando F e utilizando que $1/2,5 = 0,4$,

$$F = F_V \cdot 10^{-0,4m}$$

- c) Para encontrar essa razão, basta efetuar a divisão,

$$\frac{F_1}{F_6} = \frac{F_V \cdot 10^{-0,4 \cdot 1}}{F_V \cdot 10^{-0,4 \cdot 6}} = \frac{10^{-0,4}}{10^{-2,4}} = 10^2$$

Ou seja, uma estrela de magnitude 1 possui um fluxo 100 vezes maior do que uma estrela de magnitude 6.

Grade de Correção:

- a) + 2,0 Ideia de substituir as equações.
- a) + 2,0 Aplicar corretamente a propriedade de subtração de logaritmos.
- a) + 1,0 Expressão final correta.
- b) + 3,0 Aplicar corretamente a propriedade exponencial dos logaritmos.
- b) + 1,0 Expressão final correta.
- c) + 0,5 Expressão correta.
- c) + 0,5 Valor numérico correto.

Questão 4. A Lara e o Mateus são colegas do Clube de Astronomia da escola. Numa noite clara, o clube trouxe dois telescópios ao pátio: o “Pequeno” (espelho de 10 cm de diâmetro) e o “Grande” (60 cm de diâmetro). Eles querem observar uma estrela dupla, que na projeção tem separação angular de $1.2''$. A observação será feita no verde, com comprimento de onda $\lambda = 550 \text{ nm}$.

- a) **(5 pontos)** Lara optou por usar o telescópio Pequeno, e Mateus, o Grande. O que cada um observa ao apontar o instrumento para a estrela dupla? Algum deles a vê como um único ponto de luz? Se sim, por que isso acontece?
- b) **(5 pontos)** Durante a mesma noite, o grupo comenta sobre uma estrela muito fraca de $m = 13,0 \text{ mag}$. Com base no tamanho dos espelhos, qual dos dois telescópios teria mais chance de detectar essa estrela?

Dica:

$$m_{\text{lim}} = m_0 + 5 \log_{10} \left(\frac{D}{D_0} \right)$$

Solução:

- a) O critério de Rayleigh dá o ângulo mínimo resolvível

$$\theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

Para conversão: $1 \text{ rad} \approx 206\,264.8''$

Telescópio Pequeno: ($D = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$):

$$\theta_{R,\text{pequeno}} = 1,22 \frac{550 \times 10^{-9}}{0,10} = 6,71 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

$$\theta_{R,\text{pequeno}} = 6,71 \times 10^{-6} \times 206264,8 \approx 1,38''.$$

Telescópio Grande: ($D = 60 \text{ cm} = 0,60 \text{ m}$):

$$\theta_{R,\text{grande}} = 1,22 \frac{550 \times 10^{-9}}{0,60} = 1,118 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

$$\theta_{R,\text{grande}} = 1,118 \times 10^{-6} \times 206264,8 \approx 0,23''.$$

- Pequeno: $1,38'' > 1,2'' \Rightarrow$ não resolve (aparece como um único ponto).
- Grande: $0,23'' < 1,2'' \Rightarrow$ resolve a dupla.

Lara, com o telescópio Pequeno vê a estrela dupla como um único ponto, já Mateus com o telescópio Grande vê as duas estrelas separadas.

b) Usaremos a fórmula

$$m_{\text{lim}} = m_0 + 5 \log_{10} \left(\frac{D}{D_0} \right)$$

(Nesta resolução tomamos $m_0 = 6,0$ e $D_0 = 6$ mm — valores da tabela de constantes.)

Telescópio Pequeno: $D = 10$ cm = 100 mm.

$$m_{\text{lim}} = 6 + 5 \log_{10} \left(\frac{100}{6} \right)$$

$$m_{\text{lim,pequeno}} \approx 12,11 \text{ mag.}$$

Telescópio Grande: $D = 60$ cm = 600 mm.

$$m_{\text{lim}} = 6 + 5 \log_{10} \left(\frac{600}{6} \right)$$

$$m_{\text{lim,grande}} = 16,0 \text{ mag.}$$

- Pequeno: $m_{\text{lim},P} \approx 12,11 < 13,0 \Rightarrow$ não consegue detectar a estrela.
- Grande: $m_{\text{lim},G} = 16,0 > 13,0 \Rightarrow$ consegue detectar facilmente.

A estrela de magnitude 13,0 só seria visível no telescópio Grande. Isso ocorre porque o limite de magnitude depende do diâmetro do espelho: quanto maior o espelho, mais luz ele coleta, permitindo ver estrelas mais fracas. Portanto, o Pequeno não é suficiente para observar essa estrela, enquanto o Grande garante uma observação segura.

Grade de Correção:

- a) +1,0 Identifica corretamente que a estrela dupla pode aparecer separada ou como um único ponto.
- a) +1,0 Relaciona diferença observada ao diâmetro do espelho e difração (Critério de Rayleigh).
- a) +1,5 Calcula corretamente o poder de resolução de cada telescópio: $\theta \approx 1,22\lambda/D$.
- a) +1,0 Compara poder de resolução com a separação angular (1,2 arcsec) e indica qual telescópio separa a dupla.
- a) +0,5 Justifica claramente que o Pequeno não separa, o Grande consegue.
- b) +1,5 Identifica que magnitude limite aumenta com o diâmetro do espelho: $m_{\text{lim}} = m_0 + 5 \log_{10}(D/D_0)$.
- b) +2,0 Calcula m_{lim} corretamente para os dois telescópios, usando mesma unidade para D e D_0 .
- b) +1,5 Compara m_{lim} com $m = 13,0$ e indica qual telescópio consegue detectá-la.

Questão 5. Brincando com alguns amigos, Loreninha decidiu competir para ver quem conseguiria lançar uma bola em lançamento horizontal com maior velocidade. Após se frustrar por estar perdendo de forma esmagadora, resolveu tentar algo mais ousado: lançar a bola tão rapidamente que ela conseguisse escapar do campo gravitacional terrestre. Ao refletir sobre o problema, Loreninha lembrou que para escapar da Terra a bola deve ter energia total nula quando se afastar até o infinito.

Entretanto, depois de seu lançamento imaginário, a bola acabou sendo capturada pelo campo gravitacional de um asteroide próximo, passando então a descrever uma órbita elíptica em torno dele. Fascinada, Loreninha observou o sistema (asteroide + bolinha) por meses, notando um período orbital 10 vezes maior do que um satélite geoestacionário, anotando fenômenos que lhe permitiram tentar estimar a massa do asteroide.

Com base nessa situação, responda:

- a) (2 pontos) Determine a velocidade de escape da Terra necessária para o lançamento da bolinha, considerando que Loreninha a lança a partir da superfície.
- b) (1 pontos) A observadora estimou a paralaxe do sistema como $p \approx 250''$. Estime a distância do sistema até Loreninha.
- c) (1 pontos) Utilizando uma luneta, ela verificou que a separação angular no periastro da órbita da bolinha é $\theta_p \approx 0,00045''$. Estime a distância no periastro d_p .
- d) (4 pontos) Mais tarde, Loreninha mediu a separação angular no apastro, obtendo $\theta_a \approx 0,00049''$. Calcule a excentricidade e o semi-eixo maior da órbita.
- e) (2 pontos) Finalmente, estime a massa do asteroide a partir dos dados observacionais obtidos.

Solução:

- (a) Como dito no enunciado, a mínima velocidade para um corpo escapar de um campo gravitacional, é a velocidade que também é nula à uma distância no infinito, ou seja:

$$E_{\infty} = 0 = E_i$$

Podemos agora enunciar a atração gravitacional e cinética do corpo nos momentos iniciais:

$$E_i = \frac{mv_i^2}{2} - \frac{GMm}{r} = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = 11,19 \text{ km/s}$$

- (b) Utilizando a relação entre paralaxe e distância:

$$D_{[pc]} = \frac{1}{p''} \approx 0,004 \text{ pc} = 1,23 \times 10^{14} \text{ m}$$

- (c) Usando da relação de pequenos ângulos:

$$d_p = \theta_{p[rad]} \times D$$

$$d_p \approx 2,69 \times 10^4 \text{ m}$$

- (d) Novamente pela relação de pequenos ângulos:

$$d_a = \theta_{a[rad]} \times D$$

$$d_a \approx 2,93 \times 10^5 m$$

Relacionando o apoastro e perigeu com as equações de elipse, obtemos:

$$d_p = a(1 - e); d_a = a(1 + e)$$

$$\frac{d_a}{d_p} = \frac{1 + e}{1 - e} \Rightarrow e = \frac{d_a - d_p}{d_a + d_p} \approx 0,832$$

$$a = \frac{d_a + d_p}{2} \approx 1,60 \times 10^5$$

- (e) Obtendo o período e o semi-eixo maior da órbita, podemos partir para análise dinâmica da situação com a terceira lei de Kepler:

$$GM = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2 G}$$

Pelo enunciado, sabemos que o período orbital é de dez períodos geoestacionários, ou seja, dez dias.

$$T \approx 2,40h \approx 8,64 \times 10^3 s$$

$$M \approx 3,25 \times 10^{19}$$

Grade de Correção:

- a) +1,0 Compreender que a mínima velocidade é quando a energia no infinito é zero
- a) +1,0 Expressão final correta.
- b) +1,0 Valor final correto.
- c) +1,0 Valor final correto.
- d) +1,5 Fórmula para a excentricidade.
- d) +1,5 Fórmula para o semi-eixo maior.
- d) +1,0 Valor final correto.
- e) +1,0 Terceira Lei de Kepler.
- e) +1,0 Valor final correto.

Questão 6. As cidades de Buenos Aires (Argentina) e Sydney (Austrália) estão localizadas aproximadamente na mesma latitude geográfica, $\phi \approx 34^\circ S$. Suas longitudes geográficas, por outro lado, diferem consideravelmente. Buenos Aires está localizada a $\lambda_{BA} = 58^\circ 26' O$, enquanto Sydney está localizada a $\lambda_S = 151^\circ 12' E$. Com base nesses dados, responda:

- a) **(2 pontos)** Em qual cidade o Sol culmina primeiro? Justifique.
- b) **(3 pontos)** Qual é a diferença de Tempo Sideral entre as duas culminações?
- c) **(5 pontos)** Qual é a distância que deve ser percorrida para se viajar de uma cidade a outra ao longo do paralelo?

Solução:

- a) Sydney, porque está mais a leste
- b) $\Delta T = \Delta \lambda = 58^\circ 26' + 151^\circ 12' = 209,63^\circ = 13^h 58^{min} 32^s$

c) Temos que o raio de curvatura naquela latitude é $r = R \cos \phi$, então o percurso percorrido será:

$$d = \frac{\Delta \lambda}{360} \times 2\pi r = 19352,2$$

Grade de Correção:

- a) + 1,0 Cidade correta.
- a) + 1,0 Argumento correto.
- b) +2,0 Dizer que $\Delta T = \Delta \lambda$.
- b) +1,0 Calcular o ΔT em horas.
- c) +2,0 Apresentar a correção pela latitude do raio de curvatura
- c) + 3,0 Resultado numérico correto.

Questão 7. (10 pontos) Gustavo tirou uma foto de um relógio de sol às 16h30, horário local. Com base nessa informação, indique para cada item se é verdadeiro (V) ou falso (F), justificando sua resposta de forma textual. Considere que Gustavo está próximo a um meridiano de fuso horário.



- I. () A diferença entre o horário local e a hora do relógio solar se deve ao horário de verão.
- II. () A equação do tempo neste momento é negativa.
- III. () Este é um relógio de sol equatorial.
- IV. () A foto foi tirada no Hemisfério Norte.
- V. () Gustavo está a nordeste do relógio de sol.

Solução: I e II) Podemos analisar pela foto que o relógio de sol indica um horário solar aproximado de 16h30 (algo em torno de 16h25). Sabemos que a diferença entre o horário local e o horário solar se deve à equação do tempo (e também à diferença entre λ e a longitude do meridiano do fuso horário). Como

Gustavo está próximo a um meridiano de fuso, podemos afirmar que a diferença vem da equação do tempo, que neste momento é negativa (aproximadamente -5 minutos), e não tem relação com o horário de verão, que foi extinto no Brasil em 2019.

III) A foto mostra um relógio vertical, pois o gnômon (a haste) aponta para o polo oculto.

IV) Considerando que o Sol está próximo do pôr do Sol, ou seja, perto do ponto cardeal oeste, concluímos que o gnômon aponta para o Polo Celeste Norte, indicando que o relógio está no hemisfério Sul.

V) Por fim, observando os pontos cardeais, percebemos que o fotógrafo, Gustavo, encontra-se entre o norte e o leste, ou seja, a nordeste do relógio de sol.

Resposta: **FVFFV**

Grade de Correção: +1.5 I. Argumentar que a diferença advém não do horário de verão (que foi extinto) mas sim da equação do tempo e diferença entre a longitude do Gustavo e longitude do meridiano do fuso (esta última que pode ser desprezada pela consideração do enunciado).

+1.5 pt II. Argumentar que a equação do tempo é negativa analisando que a hora solar (pelo relógio de sol) é menor que a hora civil local (dita no enunciado).

+1.5 pt III. Argumentar que este é um relógio de sol vertical pois o gnômon aponta para o polo oculto.

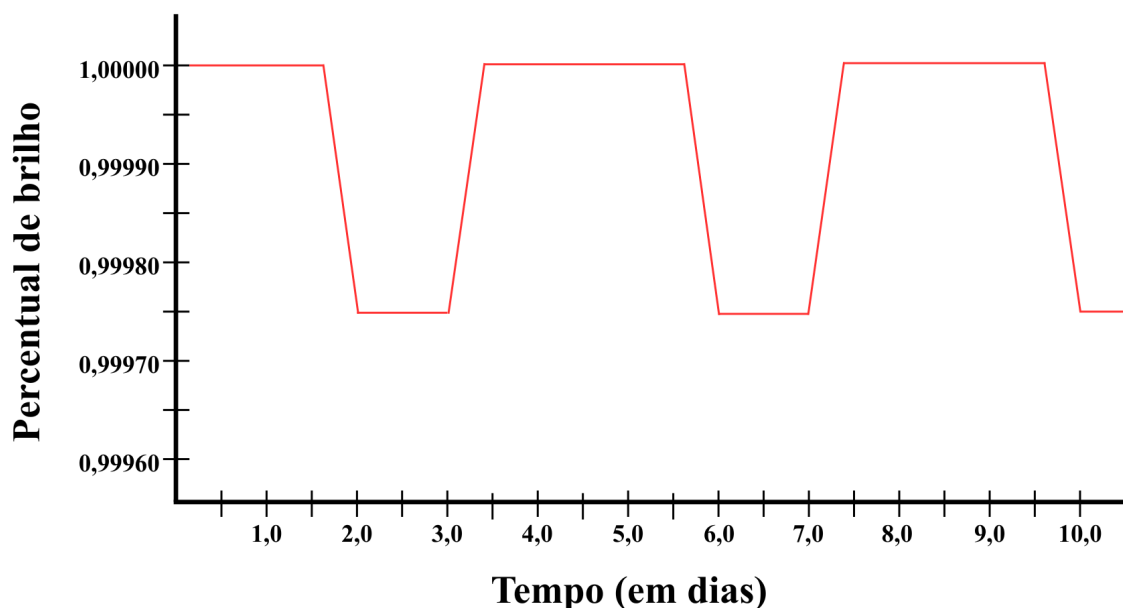
+1.5 pt IV. Argumentar que a foto foi tirada no Hemisfério Sul utilizando do mecanismo de um relógio de Sol e dos pontos cardeais e horas locais na análise da foto.

+1.5 pt V. Utilizando os pontos cardeais, argumentar que Gustavo está a nordeste do relógio de Sol.

+2,5 pt Resposta final FVFFV (0,5pt por cada acerto)

Questão 8. Dentre as diferentes formas de se detectar exoplanetas distantes, o principal e mais simples método se trata da detecção por trânsitos planetários. Este consiste em um fenômeno astronômico que ocorre quando um planeta passa diretamente entre sua estrela hospedeira e o observador, causando uma pequena diminuição periódica no brilho aparente da estrela e permitindo a sua "observação" de forma indireta.

Nesta questão, construiremos um raciocínio para obter informações a respeito de um exoplaneta com base no trânsito do objeto em sua estrela hospedeira. Considere um sistema formado por uma estrela de raio $R = 18,3 R_{\odot}$ e um planeta de raio r se movendo a uma velocidade v em uma órbita circular. O gráfico que representa alguns trânsitos do exoplaneta em frente à estrela está representado a seguir:



- (3 pontos) Considerando que o brilho da estrela que chega até nós é proporcional a sua área visível, obtenha uma expressão para calcular o raio do exoplaneta em trânsito (r) em função da queda percentual de brilho (Δ) e do raio da estrela (R). A partir disso, calcule o raio do exoplaneta em questão (em km)
- (2 pontos) A partir do gráfico, obtenha o período orbital do exoplaneta.
- (3 pontos) Partindo da curva de trânsito, calcule o semi-eixo maior do planeta (em UA).
- (2 pontos) Calcule a massa da estrela (em massas solares).

Solução:

- Seguindo o enunciado, podemos concluir que:

$$F \propto A_{\text{visível}}$$

De modo que o fluxo original se relacione com a área total da seguinte forma:

$$F_{\text{total}} \propto A_{\text{total}}$$

Dividindo as relações:

$$\frac{F}{F_{\text{total}}} = \frac{A_{\text{visível}}}{A_{\text{total}}}$$

A área visível em questão se trata da área projetada da estrela subtraída pela área projetada do exoplaneta:

$$A_{\text{visível}} = \pi R^2 - \pi r^2$$

De modo que:

$$\frac{F}{F_{\text{total}}} = 1 - \frac{r^2}{R^2}$$

Como $\frac{F}{F_{\text{total}}}$ se trata da porcentagem de brilho durante o trânsito, Δ será:

$$\Delta = 1 - \frac{F}{F_{\text{total}}}$$

De forma que:

$$\Delta = \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

Por fim:

$$r = R\sqrt{\Delta}$$

Calculando:

$$r \approx 2,01 \cdot 10^5 \text{ km}$$

- b) O período orbital do exoplaneta será o intervalo de tempo entre os trânsitos planetários. Nesse sentido, pelo gráfico podemos obtê-lo:

$$P = 4 \text{ dias}$$

- c) Pelo gráfico, podemos perceber que a máxima queda percentual de brilho dura 1 dia. Esse é o momento em que o exoplaneta se localiza inteiramente no disco estelar:

$$t = 1 \text{ dia}$$

Considerando que a estrela possua raio angular Θ , que o exoplaneta possua raio angular θ e que o astro em trânsito se mova com velocidade angular ω no céu, o tempo que o exoplaneta permanecerá no momento de máxima queda de brilho será:

$$t = \frac{\Theta - \theta}{\omega}$$

Multiplicando o numerador e o denominador pela distância do sistema, obteremos t em função de R , r e v :

$$t = \frac{2(\Theta d - \theta d)}{\omega d} = \frac{2(R - r)}{v}$$

$$\Rightarrow v = \frac{R - r}{t}$$

Como a órbita é circular, temos:

$$v = \frac{2\pi a}{P} \Rightarrow a = \frac{vP}{2\pi}$$

De modo que:

$$a = \frac{\pi t}{P(R - r)}$$

Com base nos valores anteriormente calculados:

$$a \approx 0,0267 \text{ UA}$$

- d) Utilizando a terceira lei de Kepler:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Isolando a massa:

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2}$$

Calculando M :

$$M \approx 1,26 M_{\odot}$$

Grade de Correção:

- a) +1,5 Compreender que a área visível no momento de máxima queda de brilho em relação à área original se trata de $\frac{R^2 - r^2}{R^2}$
- a) +1,0 Expressão final correta.
- a) +0,5 Valor numérico correto: $r \approx 2,01 \cdot 10^5$ km
- b) +1,5 Perceber que o período se trata do intervalo de tempo entre os trânsitos.
- b) +0,5 Valor numérico correto: $P = 4$ dias.
- c) +1,5 Expressão para a velocidade linear do exoplaneta em função de R , r e t (ou equivalente).
- c) +1,0 Expressão para a velocidade linear do exoplaneta em função de a e P .
- c) +0,5 Valor numérico final correto: $a \approx 0,0533$ UA.
- d) +1,0 Usar terceira lei de Kepler.
- d) +1,0 Valor numérico final correto: $M \approx 1,26 M_{\odot}$.