

Olimpíada Brasileira Online de Física

2ª Fase - 26 e 27 de outubro de 2025

Nome: _____

Série: _____

César Lattes
Nível Aberto
Português

Instruções de Prova

- I. Esta prova é composta por **3** questões.
- II. A duração máxima desta prova é de **quatro horas**. Além do tempo de prova, serão concedidos **5 minutos** correspondentes ao preenchimento online do gabarito.
- III. A prova deve ser feita individualmente e não é permitido falar sobre a solução das questões durante o período de aplicação da prova **26 e 27 de outubro de 2025**.
- IV. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: aceleração gravitacional na superfície da terra $g = 10 \text{ m/s}^2$; calor específico da água líquida $c_a = 1 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80 \text{ cal/g}$; $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$; constante de Wien $b = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$; constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; velocidade da luz $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$; energia do hidrogênio no estado fundamental $E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Apoio:





Curiosidades:

Cesare Mansueto Giulio Lattes, mais conhecido como César Lattes (Curitiba, 11 de julho de 1924 — Campinas, 8 de março de 2005), foi um físico brasileiro, codescobridor do méson- π (méson pi ou pión), descoberta que levou à concessão do Prêmio Nobel de Física de 1950 a Cecil Frank Powell, líder da pesquisa. Lattes é um dos mais ilustres físicos do Brasil e seu trabalho foi fundamental para o desenvolvimento da física atômica no país. Foi também um grande líder no meio científico brasileiro e um dos principais responsáveis pela criação do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).



Questão 1: Escudo Térmico - 10 pontos¹

Uma futura missão a Marte planeja utilizar um novo motor que requer que seu combustível seja mantido a uma temperatura extremamente baixa, abaixo de sua temperatura crítica de ebulição, T_c . Para evitar que o combustível evapore, o tanque esférico que o armazena é envolvido por um sistema de isolamento térmico composto por N escudos esféricos, finos e concêntricos, separados por vácuo. Para simplificar a análise, considere que as áreas de todos os escudos e do tanque são aproximadamente iguais a A . O escudo mais externo está exposto a um fluxo de energia solar constante F_0 .

O próprio tanque gera uma pequena quantidade de calor, P_{int} , devido a equipamentos de monitoramento. A carga térmica total (calor vindo de fora mais o gerado internamente) é removida por um criorefrigerador ativo, que possui uma capacidade máxima de refrigeração de P_{max} . O projeto do isolamento deve ser eficiente o suficiente para que a carga térmica total não exceda essa capacidade. Para toda a análise, considere o sistema em equilíbrio térmico, a temperatura do espaço profundo como nula e a constante de Stefan-Boltzmann como σ .

Parte A: O Modelo Ideal (Corpos Negros) - 4 pontos

Nesta parte, para uma primeira aproximação, vamos modelar o sistema como se todas as superfícies (o tanque e os N escudos) fossem **corpos negros perfeitos**, com emissividade e absorvidade iguais a 1.

- (a) **0.6 pontos** Em equilíbrio, um fluxo de calor líquido constante, Q_{net} , atravessa cada camada de vácuo. Escreva uma expressão para este fluxo entre o escudo i (em temperatura T_i) e o escudo adjacente $i + 1$ (em temperatura T_{i+1}).
- (b) **1.4 pontos** Mostre que a relação entre a temperatura do primeiro escudo (T_1) e a do tanque (T_{tanque}) pode ser escrita como uma função de N e Q_{net} .
- (c) **2 pontos** Utilize o balanço de energia no primeiro escudo (a condição de contorno externa) e a restrição da carga térmica no tanque (a condição de contorno interna) para encontrar uma expressão para o número mínimo de escudos, N_{ideal} , necessário para manter o tanque em $T_{\text{tanque}} \leq T_c$.

Parte B: O Modelo Realista (Superfícies Cinzas - 6 pontos)

Na realidade, os materiais usados para isolamento são altamente reflexivos. Considere agora que todas as superfícies têm uma emissividade ϵ constante e muito menor que 1.

- (d) **3 pontos** Primeiramente, derive uma expressão para o fluxo líquido de energia por unidade de tempo entre duas grandes superfícies paralelas com a mesma área A e emissividade ϵ , mantidas a temperaturas T_1 e T_2 .

¹Feito por Lucas Praça



- (e) **2 pontos** Utilizando o resultado do item anterior, encontre a nova expressão para o número mínimo de escudos, N_{real} , em função de ϵ e das demais variáveis do problema.
- (f) **1 pontos** Compare suas expressões para N_{real} e N_{ideal} . Para um valor de $\epsilon \ll 1$, qual dos dois números de escudos é maior? Justifique fisicamente por que o uso de materiais de baixa emissividade é um fator tão crucial para o projeto de isolamento térmico em missões espaciais.

Questão 2: Óptica do Café - 10 pontos²

Quando uma xícara de café é iluminada por uma lâmpada ou pela luz do Sol, é comum notar formas curvas brilhantes na superfície do líquido ou no fundo da xícara. Essas formas, conhecidas como **cáusticas**, resultam da reflexão ou refração dos raios de luz, que se concentram em determinadas regiões do espaço. Trata-se de um exemplo cotidiano impressionante de como a geometria de uma superfície curva pode concentrar a luz, formando padrões ao mesmo tempo esteticamente marcantes e fisicamente relevantes. O estudo das cáusticas envolve conceitos da óptica geométrica, como a lei da reflexão, e está relacionado a problemas clássicos que também aparecem em sistemas ópticos e astronômicos avançados.

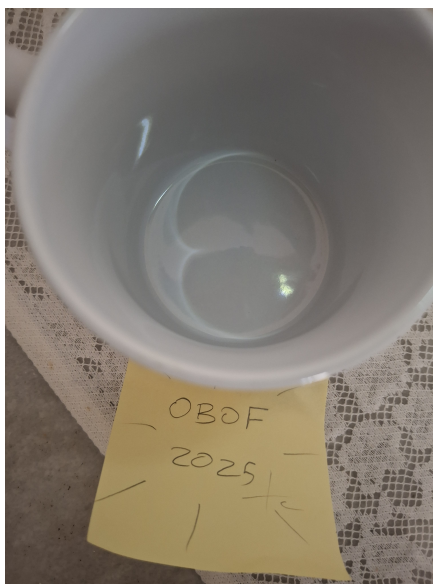


Figura 1: Padrão cáustico em uma caneca de café.

- (A) **6 pontos** Seja C um pequeno espelho convexo de distância focal f , e seja Γ um círculo de diâmetro d_1 tangente a C . Suponha que P seja uma fonte pontual de luz localizada em Γ . Mostre que o lugar geométrico de todas as imagens de P é outro círculo Ω , tangente a C , com diâmetro d_2 satisfazendo

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

- (B) **4 pontos** Seja P uma fonte de luz pontual fixa e seja Γ um espelho circular de raio R . Mostre que
- se $P \in \Gamma$, a cáustica é um **cardioide**;
 - se P está no infinito, a cáustica é metade de um **nefroide**.

Em ambos os casos, essas curvas podem ser geradas como o caminho traçado por um ponto na circunferência de um círculo que rola sem deslizar em torno de outro círculo fixo de raio diferente. Determine os

²Feito por Paulo Vinícius



raios desses círculos, esboce as curvas e explique por que essa construção de círculos rolantes não se aplica no caso geral.

Questão 3: Ondas em uma Corda - 10 pontos³

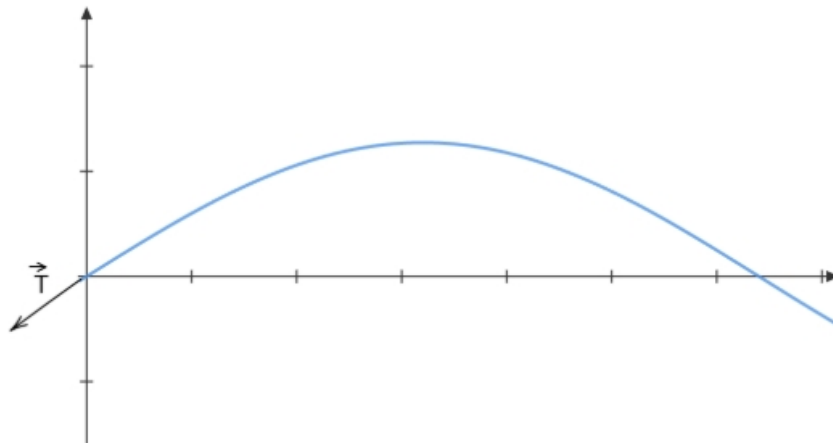


Figura 2: Configuração inicial da corda sob tração $\vec{T}$.

Na figura acima, temos uma corda de densidade linear de massa ρ a qual é posta a oscilar por uma tração T . Essa força irá propagar energia para a corda que apresentará características interessantes. Nossa intenção é partir de um caso simples e chegar a uma melhor compreensão de ondas no geral.

Parte A: A Equação de Onda - 3 pontos

- (a) **2 pontos** Monte a equação diferencial de movimento do sistema.
- (b) **1 ponto** Separe a equação em espacial e temporal [Dica: Uma função $f(x; t)$ pode ser escrita como: $\xi(x)\varphi(t)$].

Parte B: Energia e Potência - 4 pontos

Utilizaremos como solução:

$$y(x; t) = \text{Re}[Ae^{i(kx - \omega t)}] = A \cos\left(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$
$$y(0; 0) = 0 \quad v(0; 0) = A\omega$$

- (c) **2 pontos** Calcule a potência média da energia fornecida à corda.
- (d) **2 pontos** Expresse as fórmulas (Na forma integral) da energia cinética e potencial total do sistema.

Parte C: Princípio da Mínima Ação - 3 pontos

Há uma grandeza na física a qual é útil desde a relatividade geral até a mecânica quântica e seu nome é ação que é definida como:

$$S = \int L(y; \dot{y}; t) dt; \quad L = T - V$$

³Feito por Yvens Amaral



Olimpíada Brasileira Online de Física



Entretanto, quando temos sistemas que, diferentemente de partículas, estão dispersos no espaço como cordas é preciso usar $\mathcal{L}$ a qual é definida como a densidade de L . Temos portanto nossa nova expressão:

$$S = \int \mathcal{L}(y; \frac{\partial y}{\partial t}; \frac{\partial y}{\partial x}; x; t) dx dt$$

É de conhecimento geral que a natureza evolui de forma a buscar as situações mais estáveis, sendo elas as de mínima ação. Vamos então minimizar a ação. Dada uma deformação $y' = y + \epsilon \alpha(x) \beta(t)$, com $\alpha(x_1) = \alpha(x_2) = \beta(t_1) = \beta(t_2) = 0$, e minimizando a ação por integração por partes, chegamos na seguinte equação (Equação de Euler-Lagrange):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} - \frac{\partial(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y})}{\partial t} - \frac{\partial(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y'})}{\partial x} = 0$$

- (e) **3 pontos** Utilizando os resultados do item d) e a fórmula acima monte a equação de movimento do sistema e compare com a do item a).