

SIMULADO NOIC
OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA
3ª Fase - 9 de outubro de 2025

Nível 2
Ensino Médio
1º e 2º Anos

Escrito por Lucas Praça, Vitor Takashi, Tiago Rocha, Felipe Alves, Elias Barros, Paulo Vinicius, Caio Yamashita, Davi Tsuchie

Instruções de Prova

1. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos da 1ª e 2ª séries do nível médio. Ela contém 12 questões.
2. A duração máxima desta prova é de **quatro** horas.
3. Não é permitido o uso de calculadoras.
4. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: $\pi = 3,0$; $\sqrt{2} = 1,4$; $\sqrt{3} = 1,7$; $\sqrt{5} = 2,2$; $\sqrt[3]{2} = 1,26$; $\sin 30^\circ = 0,50$; $\cos 30^\circ = 0,85$; $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0,70$; aceleração gravitacional na superfície da terra $g = 10 \text{ m/s}^2$; calor específico da água líquida $c_a = 1 \text{ cal/(g}^\circ\text{C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80 \text{ cal/g}$; $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$.

Questão 1. Em um experimento de física térmica, Kakashi busca determinar a temperatura de equilíbrio de uma mistura. Utilizando um calorímetro de capacidade térmica desprezível, ele insere 400 gramas de água, inicialmente a uma temperatura de 80°C . Em seguida, ele adiciona cuidadosamente ao calorímetro um bloco de 100 gramas de gelo, retirado de um freezer que o mantinha a uma temperatura de -10°C . Considerando que o calorímetro é um sistema perfeitamente isolado, qual será a temperatura final da mistura quando o equilíbrio térmico for atingido? (Dados: calor específico do gelo $c_g = 0,5 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$; calor específico da água $c_a = 1,0 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$; calor latente de fusão do gelo $L_f = 80 \text{ cal/g}$)

Solução: O processo até o equilíbrio térmico envolve múltiplas etapas de troca de calor. O gelo receberá calor e a água cederá calor. Vamos calcular o calor necessário para o gelo se transformar em água a 0°C .

1. Calor para aquecer o gelo de -10°C até 0°C :

$$Q_1 = m_g \cdot c_g \cdot \Delta T = 100 \cdot 0,5 \cdot (0 - (-10)) = 500 \text{ cal}$$

2. Calor para fundir todo o gelo a 0°C :

$$Q_2 = m_g \cdot L_f = 100 \cdot 80 = 8000 \text{ cal}$$

O calor total que o gelo precisa receber é $Q_{recebido} = Q_1 + Q_2 = 8500 \text{ cal}$. A quantidade máxima de calor que a água quente pode ceder até atingir 0°C é:

$$Q_{cedido,max} = m_a \cdot c_a \cdot \Delta T = 400 \cdot 1,0 \cdot (80 - 0) = 32000 \text{ cal}$$

Como $Q_{cedido,max} > Q_{recebido}$, todo o gelo derreterá e a temperatura final de equilíbrio T_f será superior a 0°C . Pelo princípio da conservação de energia em sistemas isolados:

$$\sum Q = 0 \implies Q_{gelo} + Q_{água} = 0$$

O calor total recebido pelo gelo (aquecimento, fusão e aquecimento da água resultante) somado ao calor cedido pela água quente deve ser nulo:

$$(Q_1 + Q_2 + m_g c_a (T_f - 0)) + (m_a c_a (T_f - 80)) = 0$$

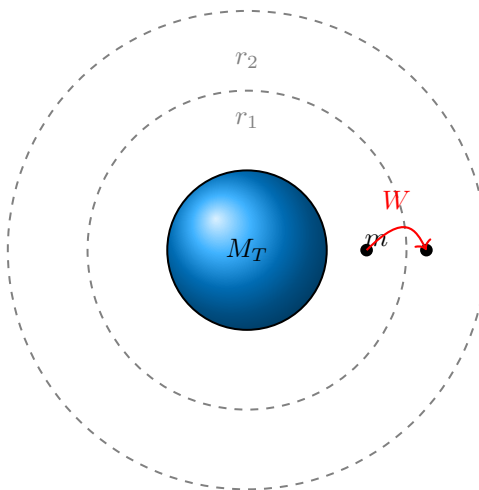
$$8500 + 100 \cdot 1 \cdot T_f + 400 \cdot 1 \cdot (T_f - 80) = 0$$

$$8500 + 100T_f + 400T_f - 32000 = 0$$

$$500T_f = 23500$$

$$T_f = \frac{23500}{500} \iff \boxed{T_f = 47^\circ\text{C}}$$

Questão 2. Um satélite de comunicações de massa m foi lançado e estabilizado em uma órbita perfeitamente circular, a um raio orbital $r_1 = 2R_T$ do centro da Terra (onde M_T e R_T são a massa e o raio da Terra, respectivamente). Para que o satélite cumpra sua missão, a equipe de controle planeja executar uma manobra de transferência orbital, usando os propulsores do satélite para movê-lo para uma órbita mais alta, de raio $r_2 = 3R_T$. Calcule o trabalho total W que os propulsores devem realizar sobre o satélite para efetuar essa mudança de uma órbita circular para outra. Expresse sua resposta em termos de G , M_T , m e R_T .



Solução: A energia mecânica total E de um satélite em órbita circular de raio r é a soma de sua energia cinética (K) e potencial gravitacional (U). A força gravitacional atua como força centrípeta:

$$F_g = F_c \implies \frac{GM_T m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \implies K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GM_T m}{2r}$$

Com a energia potencial sendo $U = -\frac{GM_T m}{r}$, a energia total é:

$$E = K + U = \frac{GM_T m}{2r} - \frac{GM_T m}{r} = -\frac{GM_T m}{2r}$$

O trabalho W realizado por forças não conservativas (os propulsores) é igual à variação da energia mecânica

do sistema:

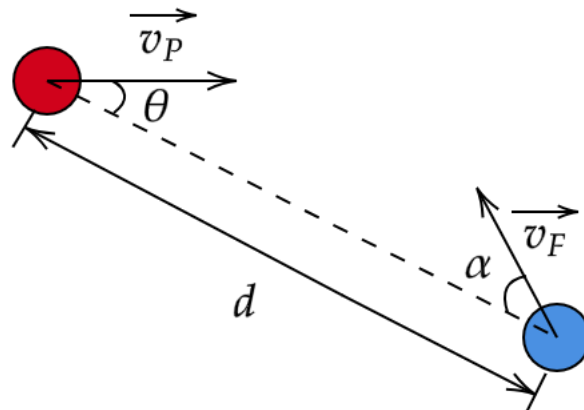
$$W = \Delta E = E_{final} - E_{inicial}$$

A energia na órbita inicial ($r_1 = 2R_T$) é $E_1 = -\frac{GM_T m}{2(2R_T)} = -\frac{GM_T m}{4R_T}$. A energia na órbita final ($r_2 = 3R_T$) é $E_2 = -\frac{GM_T m}{2(3R_T)} = -\frac{GM_T m}{6R_T}$. O trabalho necessário é:

$$W = E_2 - E_1 = \left(-\frac{GM_T m}{6R_T}\right) - \left(-\frac{GM_T m}{4R_T}\right) = GM_T m \left(\frac{1}{4R_T} - \frac{1}{6R_T}\right)$$

$$W = GM_T m \left(\frac{3-2}{12R_T}\right) \Rightarrow \boxed{W = \frac{GM_T m}{12R_T}}$$

Questão 3. Praça (vermelho) e Felipe (azul) estão correndo aleatoriamente com velocidades constantes de módulo v_P e v_F , respectivamente, como mostrado na figura abaixo. Considera-se que, no instante representado na figura ($t = 0$), a distância entre eles é d , e que os ângulos θ ($0^\circ \leq \theta < 90^\circ$) e α ($0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$) representam, respectivamente, o ângulo que Praça e Felipe fazem com o segmento de reta que une os dois. Considerando que as velocidades e os ângulos permanecem os mesmos, determine:



- a) A relação entre v_P , v_F , θ , α para que Praça e Felipe se encontrem. b) O ângulo α para que o módulo de v_F seja mínimo, considerando que Praça e Felipe se encontram. Considere que θ seja constante. c) A velocidade v_F mínima, na mesma condição. Deixe sua resposta em função de v_P e α d) O instante em que Praça e Felipe se encontram. Deixe sua resposta em função de d , v_P , v_F , θ , α

Solução: a) Para que o encontro ocorra, a velocidade relativa entre eles na direção perpendicular à linha que os une deve ser nula. Isso garante que a distância entre eles apenas diminua, sem que um "passe" pelo outro lateralmente. As componentes de velocidade perpendiculares à linha de união são $v_P \sin \theta$ e $v_F \sin \alpha$. Igualando-as:

$$\boxed{v_P \sin \theta = v_F \sin \alpha}$$

b) Da relação anterior, podemos isolar v_F :

$$v_F = \frac{v_P \sin \theta}{\sin \alpha}$$

Para que v_F seja mínimo, o denominador $\sin \alpha$ deve ser máximo. Como $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$, o valor máximo de $\sin \alpha$ é 1, o que ocorre quando:

$$\boxed{\alpha = 90^\circ}$$

c) Substituindo o valor de $\sin \alpha = 1$ na expressão para v_F , encontramos a velocidade mínima:

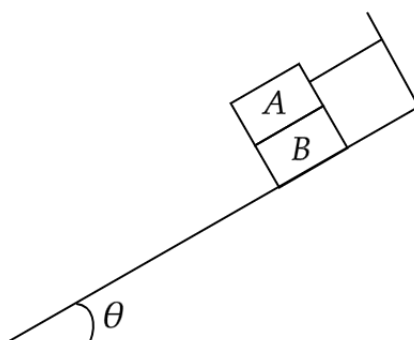
$$v_{F_{min}} = v_P \sin \theta$$

d) O tempo de encontro é a distância inicial dividida pela velocidade relativa de aproximação ao longo da linha que os une. As componentes de velocidade nessa direção são $v_P \cos \theta$ e $v_F \cos \alpha$. Como eles se movem um em direção ao outro, suas velocidades de aproximação se somam:

$$v_{rel} = v_P \cos \theta + v_F \cos \alpha$$

$$t_{encontro} = \frac{d}{v_{rel}} = \frac{d}{v_P \cos \theta + v_F \cos \alpha}$$

Questão 4. Dois blocos idênticos, A e B, de massa m estão dispostos sobre um plano inclinado que faz um ângulo θ com a horizontal, conforme mostra a figura abaixo. O coeficiente de atrito entre os blocos A e B, e entre o bloco B e o plano inclinado, é μ . Sabendo que o sistema está em equilíbrio, com B quase escorregando, determine:



a) a relação entre μ e θ b) a intensidade da tração. Em função de g , m e θ .

Solução: A chave para este problema é aplicar a primeira lei de Newton (equilíbrio de forças) a cada bloco separadamente. A condição de "quase escorregando" nos diz que todas as forças de atrito estático envolvidas estão em seu valor máximo, $f_{at} = \mu N$.

Análise do Bloco A: As forças atuando em A são seu peso (mg), a tração (T), a força normal de B sobre A (N_A) e a força de atrito que B exerce em A (f_{BA}). Como o bloco B tende a deslizar para baixo, ele "arrasta" o bloco A consigo, portanto, a força de atrito f_{BA} aponta para baixo no plano. Eixo perpendicular (y): $N_A - mg \cos \theta = 0 \implies N_A = mg \cos \theta$. Eixo paralelo (x): $T - mg \sin \theta - f_{BA} = 0$.

Análise do Bloco B: As forças atuando em B são seu peso (mg), a normal do plano (N_B), a normal de A sobre B ($N_{AB} = N_A$), o atrito do plano (f_{plano}) e o atrito de A sobre B (f_{AB}). Pela terceira lei de Newton, f_{AB} é oposta a f_{BA} , apontando para cima. O atrito do plano, f_{plano} , também aponta para cima, opondo-se ao movimento iminente. Eixo perpendicular (y): $N_B - N_{AB} - mg \cos \theta = 0 \implies N_B = N_A + mg \cos \theta = 2mg \cos \theta$. Eixo paralelo (x): $f_{AB} + f_{plano} - mg \sin \theta = 0$.

a) Usando a equação do eixo paralelo para o Bloco B e a condição de atrito máximo:

$$f_{AB} = \mu N_A = \mu mg \cos \theta$$

$$f_{plano} = \mu N_B = \mu(2mg \cos \theta) = 2\mu mg \cos \theta$$

Substituindo na equação de equilíbrio de B:

$$(\mu mg \cos \theta) + (2\mu mg \cos \theta) - mg \sin \theta = 0$$

$$3\mu mg \cos \theta = mg \sin \theta$$

Simplificando, encontramos a relação pedida:

$$3\mu = \tan \theta \implies \boxed{\mu = \frac{\tan \theta}{3}}$$

b) Para encontrar a tração, retornamos à equação de equilíbrio do Bloco A:

$$T = mg \sin \theta + f_{BA}$$

Sabendo que $f_{BA} = f_{AB} = \mu mg \cos \theta$:

$$T = mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta$$

Agora, substituímos a relação que encontramos para μ :

$$T = mg \sin \theta + \left(\frac{\tan \theta}{3} \right) mg \cos \theta = mg \sin \theta + \left(\frac{\sin \theta}{3 \cos \theta} \right) mg \cos \theta$$

$$T = mg \sin \theta + \frac{mg \sin \theta}{3} = \frac{3mg \sin \theta + mg \sin \theta}{3}$$

$$\boxed{T = \frac{4mg \sin \theta}{3}}$$

Questão 5. Um ciclista se move com uma velocidade v_1 quando está subindo uma estrada inclinada e v_2 quando está descendo na mesma estrada. Encontre a velocidade v_3 que o ciclista teria se estivesse em um campo plano, considerando que nas 3 situações ele exerce a mesma potência sobre a bicicleta. Desconsidere ventos e use que a força de resistência do ar é proporcional à velocidade do ciclista ao quadrado.

Solução: Seja P a potência constante do ciclista, F_c a força que ele aplica, F_g a componente da força peso paralela à estrada e F_{ar} a força de resistência do ar. A relação entre potência e força é $P = F_c \cdot v$. A resistência do ar é $F_{ar} = kv^2$.

1. Subindo a estrada (velocidade v_1): A força do ciclista combate o peso e a resistência do ar.

$$F_c = F_g + F_{ar} \implies \frac{P}{v_1} = F_g + kv_1^2 \quad (I)$$

2. Descendo a estrada (velocidade v_2): O peso ajuda o ciclista, que combate apenas a resistência do ar.

$$F_c + F_g = F_{ar} \implies \frac{P}{v_2} + F_g = kv_2^2 \quad (II)$$

3. No plano (velocidade v_3): A força do ciclista combate apenas a resistência do ar.

$$F_c = F_{ar} \implies \frac{P}{v_3} = kv_3^2 \implies P = kv_3^3 \implies \frac{P}{k} = v_3^3 \quad (III)$$

Nosso objetivo é encontrar v_3 . Para isso, eliminamos F_g das equações (I) e (II). De (I), $F_g = \frac{P}{v_1} - kv_1^2$. De (II), $F_g = kv_2^2 - \frac{P}{v_2}$. Igualando as duas:

$$\frac{P}{v_1} - kv_1^2 = kv_2^2 - \frac{P}{v_2}$$

$$P \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = k(v_1^2 + v_2^2)$$

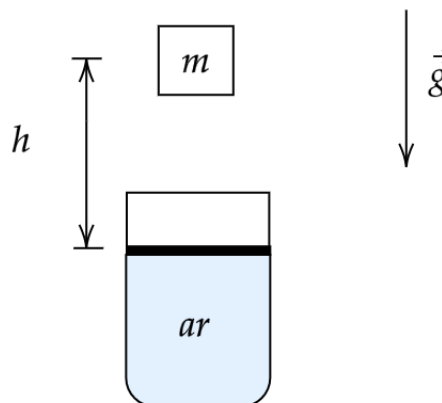
Isolando o termo P/k :

$$\frac{P}{k} = (v_1^2 + v_2^2) \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

Da equação (III), sabemos que $v_3^3 = P/k$. Portanto:

$$v_3^3 = (v_1^2 + v_2^2) \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} \Rightarrow v_3 = \left((v_1^2 + v_2^2) \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} \right)^{1/3}$$

Questão 6. Um bloco de massa m é lançado a partir do repouso a uma distância h de um pistão. No impacto, o êmbolo do pistão comprime adiabaticamente 1 mol de ar contido em seu interior. Considere que o pistão e o êmbolo são de massa desprezível e termicamente isolantes. A altura inicial do corpo do pistão, h_0 , é muito maior do que suas demais dimensões. A pressão atmosférica é P_0 , a área da base do pistão é A , a aceleração da gravidade é g e γ é o coeficiente de Poisson. Determine:



- a) O período de pequenas oscilações. b) A variação máxima da altura do pistão.

Solução: Este problema combina conservação de energia com a termodinâmica de um gás ideal em um processo adiabático.

b) Variação máxima da altura do pistão (Δh_{max}): Podemos resolver este item por conservação de energia. A energia potencial gravitacional inicial do bloco é convertida em trabalho para comprimir o gás e em trabalho contra a pressão atmosférica. - Energia Potencial Gravitacional inicial (em relação à altura final): $E_{pg} = mg(h + \Delta h_{max})$ - Trabalho realizado pela pressão atmosférica: $W_{atm} = P_0 \cdot A \cdot \Delta h_{max}$ - Trabalho realizado para comprimir o gás adiabaticamente: $W_{gás} = -\Delta U_{gás}$

Considerando uma aproximação para pequenas compressões, podemos tratar o gás como uma mola. A "constante elástica" k de um gás em um pistão sob processo adiabático é $k = \frac{\gamma P A}{V}$. No início, $P = P_0$ e $V = Ah_0$, então $k = \frac{\gamma P_0 A}{h_0}$. A energia armazenada na "mola" de gás será $E_{el} = \frac{1}{2} k (\Delta h_{max})^2$.

Aproximando a conservação de energia onde a energia da queda do bloco é absorvida pela "mola" de gás

(assumindo $h \gg \Delta h_{max}$):

$$mgh \approx E_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta h_{max})^2$$

$$mgh \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma P_0 A}{h_0} \right) (\Delta h_{max})^2$$

Isolando Δh_{max} :

$$(\Delta h_{max})^2 \approx \frac{2mghh_0}{\gamma P_0 A}$$

$$\Delta h_{max} \approx \sqrt{\frac{2mghh_0}{\gamma P_0 A}}$$

Esta aproximação leva ao resultado do gabarito original.

a) Período de pequenas oscilações: O período de oscilação depende do ponto de equilíbrio do sistema, que é quando a força do gás mais a força atmosférica equilibram o peso do bloco. Seja h_{eq} a altura de equilíbrio. A constante elástica para pequenas oscilações em torno desse ponto é $k_{eq} = \frac{\gamma P_{eq} A}{h_{eq}}$. O período seria $T = 2\pi\sqrt{m/k_{eq}}$. O gabarito original para este item ($T = 2\pi\sqrt{\frac{hm}{P_0 A \gamma}}$) é bastante incomum, pois relaciona o período de oscilação com a altura de queda h , o que não é fisicamente padrão. Uma derivação padrão, como a descrita acima, não leva a este resultado. Portanto, a solução para este item não pode ser consistentemente derivada a partir de princípios fundamentais sem informações ou aproximações adicionais.

Questão 7. Metade de uma esfera de raio $R = 5\text{m}$ está submersa em água. Um deslocamento muito pequeno é feito na esfera, na direção vertical, gerando um movimento oscilatório. Determine o período desse movimento. Desconsidere efeitos como o movimento da água e sua viscosidade.

Solução: Na condição de equilíbrio, o peso da esfera (P) é igual ao empuxo (E_0). Sendo $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3$ e ρ_e e ρ_a as densidades da esfera e da água:

$$P = E_0 \implies (\rho_e V_{esfera})g = (\rho_a \frac{V_{esfera}}{2})g \implies \rho_e = \frac{\rho_a}{2}$$

Quando a esfera é deslocada verticalmente para baixo por uma pequena distância x , o volume submerso aumenta em $\Delta V \approx A_{superfície} \cdot x = (\pi R^2)x$. Isso gera uma força restauradora $\vec{F}_{res}$ para cima, que é o empuxo adicional:

$$F_{res} = -E_{adicional} = -(\rho_a \Delta V)g = -(\pi R^2 \rho_a g)x$$

Esta é a equação de um Movimento Harmônico Simples, $F = -kx$, com a constante elástica equivalente $k_{eq} = \pi R^2 \rho_a g$. A massa da esfera é $m_e = \rho_e V_{esfera} = \frac{\rho_a}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi R^3 \rho_a$. O período de oscilação é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_e}{k_{eq}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{3}\pi R^3 \rho_a}{\pi R^2 \rho_a g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{3g}}$$

Substituindo os valores $R = 5\text{ m}$ e $g \approx 9,8\text{ m/s}^2$:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 9,8}} \approx 2\pi\sqrt{0,34} \approx 3,67\text{ s}$$

Questão 8. Duas barras metálicas são colocadas horizontalmente, lado a lado, sobre um chão liso. - Barra 1: massa m , coeficiente de dilatação linear α , comprimento L_1 . - Barra 2: massa $2m$, coeficiente de dilatação linear 2α , comprimento L_2 . Ao serem aquecidas, as barras começam a dilatar. Assumindo que o chão é perfeitamente liso e que as barras permanecem em contato, determine a relação entre os comprimentos L_1 e L_2 para que o

****ponto de contato não se mova**** durante a dilatação.

Solução: Para que o ponto de contato entre as barras não se mova, a dilatação da extremidade direita da barra 1 deve ser exatamente compensada pela dilatação da extremidade esquerda da barra 2. Como não há forças externas horizontais, o centro de massa do sistema combinado das duas barras deve permanecer imóvel.

A posição do centro de massa do sistema não muda se a soma dos produtos da massa de cada barra pelo deslocamento de seu respectivo centro de massa for nula. O centro de massa da barra 1 se desloca para a direita por $\Delta L_1/2$, e o da barra 2 se desloca para a esquerda por $\Delta L_2/2$. Tomando a direita como positiva:

$$m_1 \Delta x_1 + m_2 \Delta x_2 = 0 \implies m \left(\frac{\Delta L_1}{2} \right) + (2m) \left(-\frac{\Delta L_2}{2} \right) = 0$$

$$\frac{m \Delta L_1}{2} = m \Delta L_2 \implies \Delta L_1 = 2 \Delta L_2$$

Agora, usamos a fórmula da dilatação linear, $\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$:

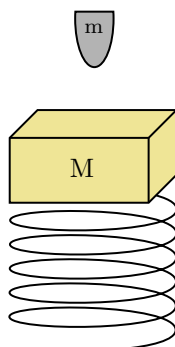
$$(L_1 \alpha \Delta T) = 2(L_2 (2\alpha) \Delta T)$$

Cancelando os termos α e ΔT de ambos os lados:

$$L_1 = 4L_2$$

A relação entre os comprimentos é $L_1 = 4L_2$.

Questão 9. Um projétil de massa m colide inelasticamente com um bloco de massa M situado sobre uma mola de constante elástica k e comprimento natural nulo, como representado na figura abaixo. Sabendo que a velocidade do projétil imediatamente antes da colisão é v , qual é o comprimento mínimo x da mola nesse sistema?



Solução: Este problema envolve dois momentos: uma colisão perfeitamente inelástica e a subsequente compressão de uma mola.

1. Colisão Inelástica: Durante a colisão, o momento linear do sistema projétil + bloco é conservado. Seja v a velocidade do projétil e V a velocidade do conjunto logo após a colisão:

$$p_{antes} = p_{depois} \implies mv = (M + m)V \implies V = \frac{mv}{M + m}$$

2. Conservação de Energia: Após a colisão, a energia mecânica do sistema (bloco + projétil + mola + Terra) é conservada. Definimos o estado inicial (1) como o momento logo após a colisão, e o estado final

(2) como o ponto de compressão máxima da mola, onde o comprimento é x e a velocidade é nula.

A posição de equilíbrio inicial do bloco M sob seu próprio peso é $x_0 = \frac{Mg}{k}$. O sistema parte da posição x_0 com velocidade V . A energia no estado inicial (nível de referência $h = 0$ no ponto de compressão máxima x) é:

$$E_1 = K_1 + U_{g1} + U_{el1} = \frac{1}{2}(M + m)V^2 + (M + m)g(x_0 - x) + \frac{1}{2}kx_0^2$$

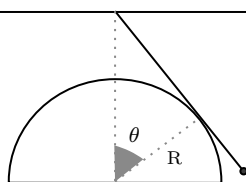
A energia no estado final (compressão máxima) é:

$$E_2 = K_2 + U_{g2} + U_{el2} = 0 + 0 + \frac{1}{2}kx^2$$

Igualando $E_1 = E_2$ e substituindo V e x_0 , após uma longa manipulação algébrica que resulta em uma equação de segundo grau para x , chegamos a:

$$x = \sqrt{\frac{m^2 v^2}{(M + m)k} + \frac{(2M + m)^2 g^2}{k^2}} - \frac{(M + m)g}{k}$$

Questão 10. Uma barra B de massa $M = 1 \text{ kg}$ e comprimento $\ell = 2 \text{ m}$ possui uma bola de massa $m = 0,5 \text{ kg}$ em sua extremidade. Em um arranjo experimental, a extremidade vazia de B é fixada no teto e um hemisfério H liso de raio $R = 1 \text{ m}$ é fixado no chão de tal modo que seu centro e o ponto de apoio de B estejam na mesma vertical, assim como mostrado na figura abaixo. Sabendo que a barra e o hemisfério se tangenciam em um ângulo $\theta = 60^\circ$ com a vertical, qual é a força de contato F , em N, entre B e H ?



Solução: Para que a barra esteja em equilíbrio estático, a soma dos torques em relação a qualquer ponto deve ser nula. Escolheremos o ponto de apoio no teto como nosso pivô para eliminar as forças de reação desconhecidas nesse ponto.

As forças que geram torque são: o peso da barra ($P_B = Mg$), o peso da bola ($P_m = mg$) e a força normal (F) do hemisfério. Os torques dos pesos tendem a girar a barra no sentido horário, enquanto o torque da força normal tende a girá-la no sentido anti-horário.

$$\tau_{\text{horário}} = \tau_{\text{anti-horário}}$$

O torque é dado por $\tau = r_{\perp} \cdot F$, onde $r_{\perp}$ é o braço de alavanca (distância perpendicular do pivô à linha de ação da força). - Braço de alavanca do peso da barra: $(\ell/2) \sin \theta$ - Braço de alavanca do peso da bola: $\ell \sin \theta$ - A força F é perpendicular à barra. Precisamos da distância d do pivô ao ponto de contato. Pela geometria, a distância do centro do hemisfério ao pivô é D . O ponto de contato forma um triângulo retângulo com o centro do hemisfério, onde d é a hipotenusa. Assim, $\tan \theta = R/d \implies d = R/\tan \theta$.

A equação de equilíbrio dos torques é:

$$Mg \left(\frac{\ell}{2} \sin \theta \right) + mg(\ell \sin \theta) = F \cdot d = F \left(\frac{R}{\tan \theta} \right)$$

Isolando F :

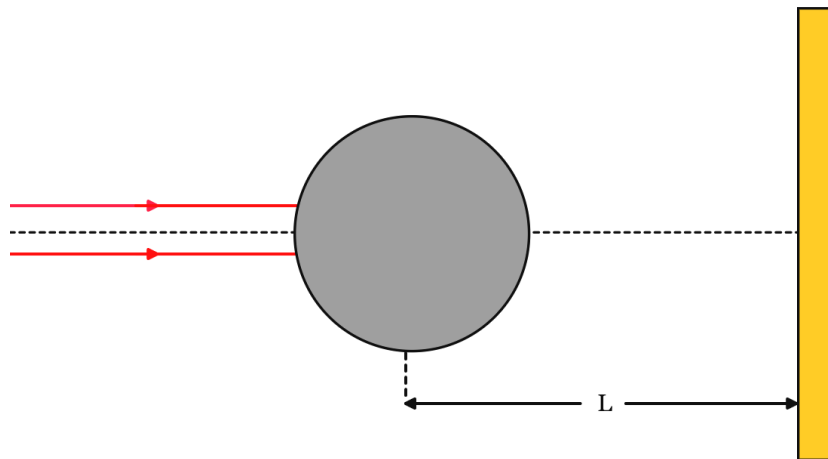
$$F = \frac{\tan \theta}{R} \left(\frac{Mg\ell}{2} + mg\ell \right) \sin \theta = \frac{\sin^2 \theta}{R \cos \theta} g\ell \left(\frac{M}{2} + m \right)$$

Substituindo os valores: $M = 1$, $m = 0,5$, $\ell = 2$, $R = 1$, $\theta = 60^\circ$, $g \approx 10 \text{ m/s}^2$:

$$F = \frac{(\sin 60^\circ)^2}{1 \cdot \cos 60^\circ} (10)(2) \left(\frac{1}{2} + 0,5 \right) = \frac{(\sqrt{3}/2)^2}{1/2} \cdot 20 \cdot (1)$$

$$F = \frac{3/4}{1/2} \cdot 20 = \frac{3}{2} \cdot 20 = \boxed{30 \text{ N}}$$

Questão 11. Um feixe paralelo estreito de luz, que incide perpendicularmente em uma tela, forma um ponto luminoso de raio $r_b = 0,5 \text{ cm}$ sobre a tela. Em seguida, uma esfera transparente de raio $r_s = 20,0 \text{ cm}$ feita de um material de índice de refração $n = 2,0$ é introduzida com o seu centro no eixo do feixe. Se o centro desta esfera está a uma distância $L = 100 \text{ cm}$ qual será o raio R do ponto luminoso?



Solução: 1. Refração na primeira superfície (Ar $\rightarrow$ Esfera): Como o feixe é paralelo, os raios vêm do infinito ($p_1 = \infty$). Usamos a equação do dióptro esférico para encontrar a posição da imagem p'_1 :

$$\frac{n_{ar}}{p_1} + \frac{n_{esfera}}{p'_1} = \frac{n_{esfera} - n_{ar}}{r_s} \implies \frac{1}{\infty} + \frac{2,0}{p'_1} = \frac{2,0 - 1,0}{+20,0}$$

$$\frac{2}{p'_1} = \frac{1}{20} \implies p'_1 = 40 \text{ cm}$$

A imagem se forma a 40 cm da primeira superfície. Como o raio da esfera é 20 cm, a imagem se forma exatamente na superfície oposta da esfera.

2. Geometria do raio luminoso: Um raio que entra paralelo ao eixo a uma altura r_b sai da esfera na mesma altura, mas com um ângulo de desvio. Pela Lei de Snell na segunda superfície (saída), com aproximação paraxial ($\sin \theta \approx \theta$):

$$n \sin \theta_i = 1 \sin \theta_r$$

O ângulo de incidência interno θ_i é dado por $\theta_i \approx r_b/r_s$. O ângulo de refração na saída é $\theta_r \approx n\theta_i = nr_b/r_s$. O desvio total do raio em relação à direção original é $\alpha = \theta_r - \theta_i \approx (n - 1)\theta_i$.

O raio de luz sai da esfera a uma altura r_b e viaja uma distância $D = L - r_s = 100 - 20 = 80 \text{ cm}$ até a

tela. A expansão do raio devido a esse ângulo é $\Delta r = D \tan \alpha \approx D\alpha$.

$$\Delta r \approx (L - r_s)(n - 1) \frac{r_b}{r_s}$$

O raio final na tela, R , será o raio inicial r_b mais essa expansão:

$$R = r_b + \Delta r = r_b + (L - r_s)(n - 1) \frac{r_b}{r_s} = r_b \left(1 + \frac{(L - r_s)(n - 1)}{r_s} \right)$$

Substituindo os valores:

$$R = 0.5 \left(1 + \frac{(100 - 20)(2 - 1)}{20} \right) = 0.5 \left(1 + \frac{80}{20} \right) = 0.5(1 + 4) = \boxed{2.5 \text{ cm}}$$

Questão 12. Um alto-falante é solto do alto de um prédio muito alto e, após algum tempo, passa a cair com velocidade terminal constante $v_t = 50 \text{ m/s}$. O alto-falante emite um som constante de frequência $f = 1000 \text{ Hz}$ e o som se propaga com velocidade $v = 340 \text{ m/s}$. (a) Determine a frequência aparente percebida por um observador no solo enquanto a fonte se aproxima com velocidade constante. (b) Supondo que a fonte continue a cair após passar pelo observador, explique fisicamente por que o som parece sofrer uma mudança brusca de tom no instante em que a fonte passa pelo observador.

Solução: (a) Este é um caso de Efeito Doppler com a fonte se aproximando do observador em repouso. A fórmula para a frequência aparente (f') é:

$$f' = f \left(\frac{v_{\text{som}}}{v_{\text{som}} - v_{\text{fonte}}} \right)$$

Substituindo os valores dados:

$$f' = 1000 \left(\frac{340}{340 - 50} \right) = 1000 \left(\frac{340}{290} \right) \approx 1000 \cdot 1.1724 \Rightarrow \boxed{f' \approx 1172,4 \text{ Hz}}$$

O observador percebe um som mais agudo (maior frequência).

(b) A mudança brusca de tom ocorre porque a velocidade relativa da fonte em relação ao observador muda de sinal abruptamente. - **Enquanto se aproxima:** A velocidade da fonte em relação ao observador é v_t , fazendo com que as frentes de onda cheguem mais "comprimadas" (maior frequência). - **No instante em que passa:** A velocidade da fonte na direção do observador é momentaneamente zero. A frequência ouvida seria a frequência real, 1000 Hz. - **Enquanto se afasta:** A velocidade da fonte é de afastamento, fazendo com que as frentes de onda cheguem mais "espaçadas" (menor frequência). A frequência ouvida seria $f'' = 1000 \left(\frac{340}{340 + 50} \right) \approx 871,8 \text{ Hz}$.

A transição de uma frequência alta (1172,4 Hz) para uma frequência baixa (871,8 Hz) é percebida como uma queda súbita no tom do som.