

## Olimpíada Brasileira Online de Física

2ª Fase - 26 e 27 de outubro de 2025

Nome: \_\_\_\_\_

Série: \_\_\_\_\_

Nível EP  
Ensino Médio  
3ª e 4ª série

### Instruções de Prova

I. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos dos **3ª série do ensino médio e 4ª série do ensino técnico**. Ela contém **10** questões.

II. A duração máxima desta prova é de **quatro horas**. Além do tempo de prova, serão concedidos **5 minutos** correspondentes ao preenchimento online do gabarito.

III. A prova deve ser feita individualmente e não é permitido falar sobre a solução das questões durante o período de aplicação da prova **dias 26 e 27 de outubro de 2025**.

IV. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use:  $\pi = 3,0$ ;  $\sqrt{2} = 1,4$ ;  $\sqrt{3} = 1,7$ ;  $\sqrt{5} = 2,2$ ;  $\sin 30^\circ = 0,50$ ;  $\cos 30^\circ = 0,85$ ;  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0,70$ ; aceleração gravitacional na superfície da terra  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; calor específico da água líquida  $c_a = 1 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$ ; calor latente de fusão do gelo  $L = 80 \text{ cal/g}$ ;  $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$ ; densidade da água líquida  $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$ .

Apoio:





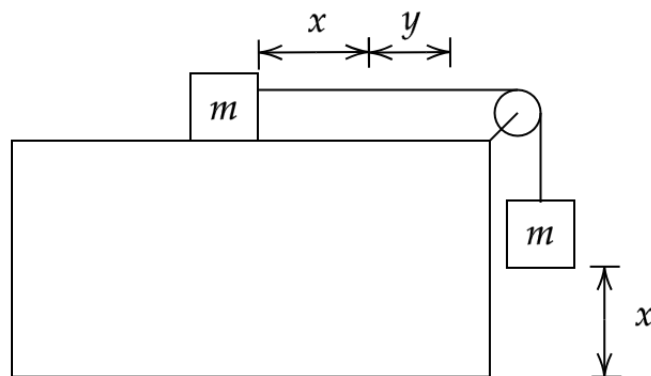
## Curiosidades:

Elisa Frota Pessoa, nascida Elisa Esther Habbema de Maia (Rio de Janeiro, 17 de janeiro de 1921 — Rio de Janeiro, 28 de dezembro de 2018) foi uma física experimental brasileira. Pioneira da ciência no Brasil, foi uma das fundadoras do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF). Elisa também foi uma das primeiras mulheres a se formar em física no Brasil, em 1942. Destacou-se pelos seus estudos de radioatividade com emulsões nucleares; reações e desintegrações de mésons- $K$  e  $\pi$  em emulsões nucleares; e reações de prótons e dêuterons com núcleos de massas médias



**Questão 1.** O filho de Globig, Globig Jr., estava brincando com o conjunto de polias e massas de seu pai, conforme ilustrado na figura. Demonstrando sua inteligência, ele decidiu utilizar duas massas idênticas para determinar o coeficiente de atrito cinético  $\mu$  entre os blocos e a superfície.

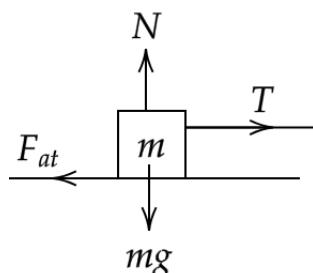
Para isso, montou o sistema mostrado e liberou ambos os blocos a partir do repouso. Durante o movimento, o bloco inferior desceu percorrendo uma distância  $x$ , enquanto o bloco superior deslocou-se uma distância  $x + y$ . Considere que após o bloco cair no chão sua velocidade zera, as polias e os fios são ideais, e que, sempre que o fio não estiver tensionado, sua tração seja nula.



- Faça o diagrama de forças de ambos os blocos antes que o bloco inferior encoste no chão.
- Determine a velocidade do bloco superior no instante em que o bloco inferior encosta no chão. Deixe sua resposta em função de  $g$ ,  $\mu$  e  $x$ .
- Faça o diagrama de forças do bloco superior após o bloco inferior já ter caído no chão.
- Determine o coeficiente de atrito cinético  $\mu$  em função de  $x$  e  $y$ .

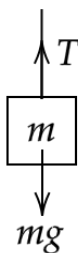
Solução:

- Construindo o diagrama de forças para o bloco superior:





Já para o bloco inferior:



b) Pelo diagrama de forças do bloco superior apresentado no problema anterior, temos que:

$$N = mg$$

$$T - F_{at} = ma$$

Como  $F_{at} = N\mu$ :

$$T - mg\mu = ma$$

Já pelo diagrama de forças do bloco inferior, temos que:

$$mg - T = ma$$

Substituindo uma equação na outra, temos que:

$$mg - mg\mu = 2ma$$

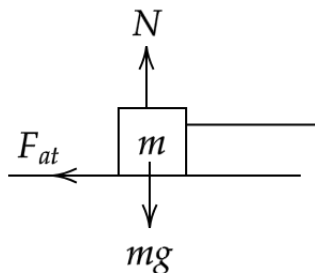
$$a = \frac{g(1 - \mu)}{2}$$

Pela equação de Torricelli  $v^2 = v_0^2 + 2ad$ , podemos afirmar que:

$$v^2 = 0 + g(1 - \mu)x$$

$$v = \sqrt{g(1 - \mu)x}$$

c) Como após o bloco inferior já ter encostado no chão, temos que a tração torna-se nula. Logo, o diagrama é o seguinte:





d) Pelo diagrama de forças apresentado no problema anterior, podemos concluir o seguinte:

$$-F_{at} = ma$$

$$-mg\mu = ma$$

$$a = -g\mu$$

Novamente, pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

Pelo problema a), temos que  $v_0^2 = g(1 - \mu)x$

$$0 = g(1 - \mu)x + 2(-g\mu)y$$

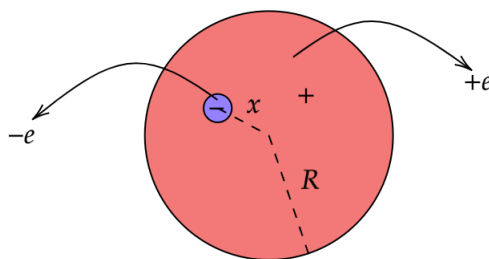
$$\mu = \frac{x}{x + 2y}$$

**Mark Scheme:**

a) Desenhar os diagramas de força corretos para os dois blocos: +2pts b) Aplicar a 2ª Lei de Newton para ambos os blocos e encontrar a aceleração  $a = \frac{g(1 - \mu)}{2}$ : +3pts b) Aplicar Torricelli corretamente para encontrar a velocidade  $v$ : +2pts c) Desenhar o diagrama de força correto para o bloco superior (apenas atrito): +1pt d) Encontrar a nova aceleração  $a = -g\mu$ : +1pt d) Aplicar Torricelli novamente com  $v_0$  do item (b) e  $v_f = 0$ , e isolar  $\mu$ : +1pt

**Questão 2.** O modelo de Thomson descrevia o átomo como uma esfera de carga positiva distribuída uniformemente em um volume de raio  $R$ , dentro do qual os elétrons (de carga negativa) estariam imersos e distribuídos de modo a garantir a neutralidade elétrica.

Para este problema, considere um modelo de Thomson aplicado ao átomo de hidrogênio, composto por um elétron (massa  $m_e$ , carga  $-e$ ) e um próton (carga  $+e$ ). Suponha que, inicialmente, o elétron se encontre a uma distância  $x$  do centro da esfera, conforme ilustrado na figura.



a) Prove que o campo elétrico gerado pela distribuição de carga positiva a uma distância  $x$  ( $x < R$ ) do centro da esfera é dado por:

$$\vec{E} = C\vec{x}$$

E determine o valor de  $k$ . Deixe sua resposta em função de  $e$ ,  $x$ ,  $R$ ,  $\epsilon_0$ . Dica: Utilize a Lei de Gauss,  $\phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$ , onde  $\phi = E \cdot A$  e  $Q_{\text{int}}$  corresponde à carga total contida na região delimitada pela área  $A$ .



b) Determine o período de oscilação que o elétron se movimenta em torno do centro do átomo. Deixe sua resposta em função de  $C$ ,  $m_e$ ,  $e$

Solução:

a) Usando a Lei de Gauss, temos o seguinte:

$$E \cdot A = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$
$$E \cdot 4\pi x^2 = \frac{\rho \cdot 4\pi x^3}{3\epsilon_0}$$

Onde  $\rho$  é a densidade de carga ( $\rho = \frac{carga}{Volume}$ )

$$\vec{E} = \frac{\rho \vec{x}}{3\epsilon_0}$$
$$\vec{E} = \frac{e\vec{x}}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

Logo,

$$C = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

b) Considerando que o campo elétrico é dado por:

$$\vec{E} = C\vec{x}$$

E que a força aplicada no elétron é dada por  $\vec{F} = -e\vec{E}$ . Podemos concluir que a força aplicada no elétron é:

$$\vec{F} = -eC\vec{x}$$

Perceba que essa força tem a forma de uma força elástica ( $F = -kx$ ). Logo, podemos afirmar que o movimento trata-se de um MHS (Movimento Harmônico Simples). Portanto, podemos fazer uma analogia com o sistema massa-mola e considerar que a constante elástica nesse caso é  $eC$ .

Como o período do massa-mola é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Podemos afirmar que nesse sistema o período é dado por:

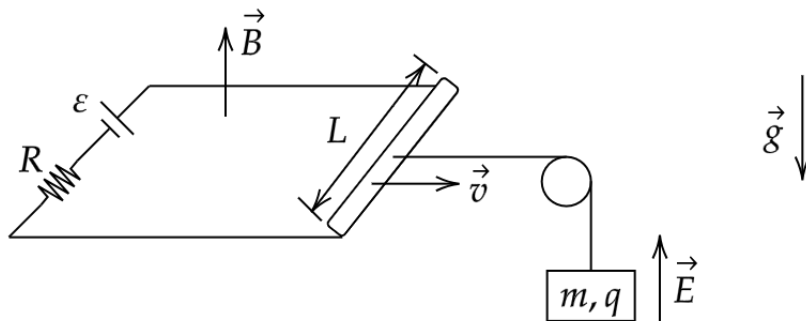
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_e}{eC}}$$



**Mark Scheme:**

- a) Aplicar a Lei de Gauss (superfície  $E \cdot 4\pi x^2$ ): +2pts a) Calcular a carga interna  $Q_{int} = \rho V' = \left(\frac{e}{4/3\pi R^3}\right) \left(\frac{4}{3}\pi x^3\right)$ : +3pts a) Resolver para  $\vec{E}$  e identificar a constante  $C$ : +1pt b) Escrever a Força  $\vec{F} = (-e)\vec{E} = -eC\vec{x}$ : +1pt b) Identificar a forma de MHS ( $\vec{F} = -k_{eq}\vec{x}$ ) com  $k_{eq} = eC$ : +2pts b) Usar a fórmula do período  $T = 2\pi\sqrt{m_e/k_{eq}}$  para a resposta final: +1pt

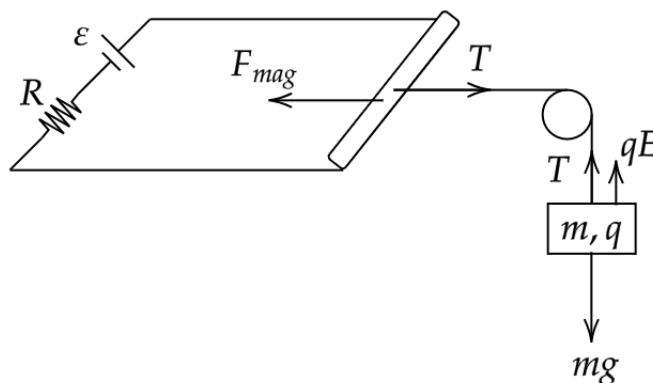
**Questão 3.** Uma barra condutora de comprimento  $L$  e resistência desprezível está apoiada sobre trilhos condutores, conforme mostrado na figura. A barra está conectada a um bloco de massa  $m$  e carga  $q$  por meio de uma polia ideal. Um campo elétrico  $\vec{E}$ , paralelo à direção do fio, atua sobre o bloco. As extremidades dos trilhos estão ligadas a um gerador de força eletromotriz  $\varepsilon$  com resistência interna  $R$ . O bloco puxa a barra, que se desloca com velocidade constante  $v$ , enquanto um campo magnético uniforme  $\vec{B}$  é aplicado perpendicular ao plano do sistema.



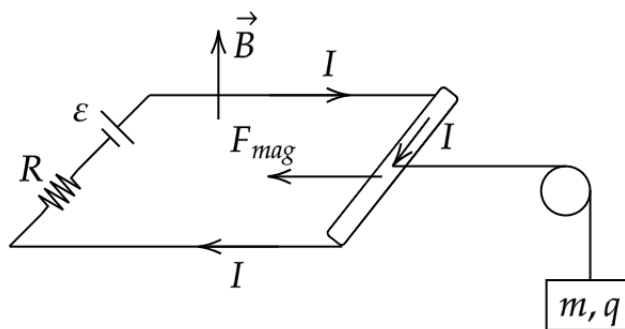
- a) Determine o módulo e o sentido da corrente elétrica  $I$  que percorre os trilhos. Deixe sua resposta em função de  $B$ ,  $L$ ,  $q$ ,  $E$ ,  $m$ ,  $g$ .
- b) Determine a f.e.m. induzida. Deixe sua resposta em função de  $B$ ,  $L$ ,  $v$ .
- c) Determine a força eletromotriz  $\varepsilon$ . Deixe sua resposta em função de  $B$ ,  $L$ ,  $q$ ,  $E$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $v$ ,  $R$ .

**Solução:**

- a) Como foi dito no enunciado, a velocidade é constante e tem módulo  $v$ . Logo, a força resultante deve ser nula. Fazendo o diagrama de forças, temos o seguinte:



Observe que a força magnética deve atuar em sentido oposto à tração, pois caso contrário a força resultante não seria nula. Logo, podemos inferir o sentido da corrente usando a regra da mão esquerda de Fleming. Portanto, a corrente elétrica deve ter o seguinte sentido:



Pelo diagrama de forças e considerando que a força resultante deve ser nula (velocidade constante), podemos chegar nas seguintes equações:

$$F_{mag} = T$$
$$T + qE = mg$$

Substituindo uma equação na outra e considerando que  $F_{mag} = BIL$ , obtemos:

$$BIL + qE = mg$$

$$I = \frac{mg - qE}{BL}$$

b) Utilizando a Lei de Faraday:

$$\varepsilon_{ind} = \frac{\Delta(B \cdot A)}{\Delta t}$$

Como o campo magnético é constante

$$\varepsilon_{ind} = B \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Considerando que a barra se move uma distância  $\Delta x$  em um tempo  $\Delta t$ , temos que:

$$\varepsilon_{ind} = B \frac{\Delta x L}{\Delta t}$$

Como  $L$  é constante,

$$\varepsilon_{ind} = BL \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Sendo  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ,

$$\varepsilon_{ind} = BLv$$



c) O primeiro passo é determinar se a f.e.m. induzida é positiva ou negativa. Para isso, devemos analisar em qual situação a f.e.m. geraria um campo magnético que se opõe à variação do fluxo.

(Obs: A solução para o item c) estava incompleta no material original.)

**Mark Scheme:**

a) DCL do bloco ( $T, mg, qE$ ) e da barra ( $T, F_{mag}$ ): +2pts a) Aplicar  $F_{res} = 0$  (vel. constante) nos dois corpos e relacioná-los ( $F_{mag} + qE = mg$ ): +2pts a) Determinar o sentido da corrente (Regra da Mão Esquerda): +1pt a) Resolver para  $I = (mg - qE)/BL$ : +1pt b) Usar a Lei de Faraday  $\varepsilon_{ind} = \Delta\Phi/\Delta t = B(\Delta A/\Delta t)$ : +2pts b) Resolver para  $\varepsilon_{ind} = BLv$  (usando  $\Delta A = L\Delta x$ ): +2pts c) (Solução não fornecida)

**Questão 4.** Uma esfera de metal (com volume igual  $V = 1\text{L}$ , massa de  $200\text{kg}$  e calor específico  $c = 900\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ) está em uma temperatura inicial de  $800^\circ\text{C}$  é colocada em um reservatório de água com temperatura inicial de  $70^\circ\text{C}$ .

- (a) Calcule o volume submerso da esfera no começo, em litros, antes das trocas de calor começarem.  
(3pts)
- (b) Calcule a temperatura de equilíbrio do sistema.  
(4pts)
- (c) Calcule a massa final de água líquida de no sistema. Quanto calor adicional ao sistema é necessário para que toda a água seja vaporizada?  
(3pts)

**Solução**

- (a) Escrevendo a equação de equilíbrio hidroestático:

$$\text{Peso} = \text{Empuxo} \rightarrow \rho_1 V g = \rho_2 V_S g \rightarrow V_S = \frac{\rho_1}{\rho_2} V = 200\text{L}$$

Onde  $\rho_1$  é a densidade da esfera e  $\rho_2$  a da água. Como  $V = 1\text{L}$ , o volume submerso será de  $1\text{L}$ .

(1,5pt) Por argumentar acerca das densidades ou equacionar o empuxo.

(1,5pt) Por encontrar corretamente  $1\text{L}$ .

- (b) Vamos, inicialmente, assumir que a água não entra em ebulição. O calor trocado pela esfera é:

$$Q_1 = m_1 c_1 (T - T_e)$$

Onde  $m_1$  e  $c_1$  são a massa e o calor específico da esfera. Também temos o calor da água:

$$Q_2 = m_2 c_2 (T - T_0)$$

Por conservação de energia, a soma desses dois calores deve ser 0. Assim, podemos encontrar  $T$ :

$$T_f = \frac{m_1 c_1 T_e + m_2 c_2 T_0}{(m_1 c_1 + m_2 c_2)} = 100^\circ\text{C}$$

(2pt) Por equacionar o calor

(2pt) Por encontrar corretamente  $T_f = 100^\circ\text{C}$ .



- (c) Como a temperatura que calculamos anteriormente não é maior que a da temperatura de ebulição da água, nenhum calor foi usado para vaporizar a mesma. Assim, a massa final é igual a inicial (1000kg). Como a temperatura de equilíbrio é de 100°C, o calor necessário é apenas o calor da mudança de fase:

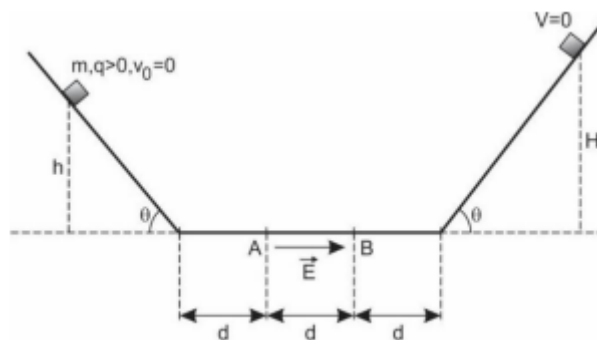
$$Q = mL \approx 2,26 \cdot 10^9 \text{ J}$$

(1pt) Encontrou corretamente a massa final.

(2pts) Encontrar o calor necessário.

Observação: O enunciado não contém os valores do volume de água e do calor latente de vaporização da água. Porém, durante a prova os mesmos foram fornecidos.

**Questão 5.** Um bloco de massa  $m$  e carga  $q > 0$  foi abandonado de um plano inclinado a uma altura  $h$ . Ele passa por um trecho horizontal onde do início ao ponto A o coeficiente de atrito do bloco com o chão é  $\mu$  e do ponto A até o ponto B há um campo elétrico de acordo com a imagem abaixo. Qual a altura  $H$  que o bloco chegará?



**Solução:** Conservando energia:

Utilizou conservação de energia +2pts

$$mgh + qEd = mg\mu \cdot d + mgH$$

Considerou o trabalho do campo +2pts, considerou o trabalho da força de atrito +2pts

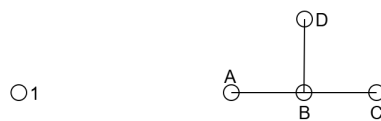
$$H = h - \mu \cdot d + \frac{qEd}{mg}$$

Chegou na resposta correta +4pts

**Questão 6.** Quatro fontes idênticas A, B, C e D são posicionadas conforme a imagem abaixo. Todas as fontes estão a uma distância de  $\frac{\lambda}{2}$  da fonte B. Os receptores 1 e 2 estão à mesma distância de B muito maior que  $\lambda$ . Qual receptor escutará o som mais alto?

**Solução:** Sendo  $r$  a distância dos receptores até a fonte B. Escrevendo o a amplitude do som que chegará no receptor 1:

$$A_1 = A_0 \cdot \exp(ik(r - \frac{\lambda}{2})) + A_0 \cdot \exp(ikr) + A_0 \cdot \exp(ik(r + \frac{\lambda}{2})) + A_0 \cdot \exp(ik\sqrt{r^2 + \frac{\lambda^2}{4}})$$



2○

Escreveu essa equação +2pts

No receptor 2:

$$A_2 = A_0 \cdot \exp(ikr) + A_0 \cdot \exp(ik(r + \frac{\lambda}{2})) + 2A_0 \cdot \exp(ik\sqrt{r^2 + \frac{\lambda^2}{4}})$$

Escreveu essa equação +2pts

Perceba que  $k \cdot \lambda = 2\pi$  e que  $e^{i\pi} = -1$ , logo:

Utilizou essas relações +4 pts

$$A_1 = 0$$

$$A_2 = 2A_0 \cdot e^{ikr}$$

Logo, o receptor 2 ouvirá o som mais alto.

Escreveu o receptor certo +2pts

**Questão 7.** Desde pequeno, Elias sempre foi fascinado por tecnologia — e seu herói favorito era Zane, o ninja branco de Ninjago, mestre do gelo e um robô. Crescendo, passou a estudar eletricidade e circuitos para entender o funcionamento de mecanismos artificiais. Durante seus estudos, percebeu que, na prática, os circuitos são muito mais complexos que os exemplos teóricos, e que é possível simplificá-los substituindo conjuntos de resistores ou capacitores em série e em paralelo por elementos equivalentes. Em um de seus primeiros projetos, Elias montou o seguinte circuito: No circuito da figura acima, cada capacitor possui capacitância de  $10 \mu\text{F}$ , e entre os pontos  $A$  e  $B$  é aplicada uma diferença de potencial de  $100 \text{ V}$ .

- a) Determine a **capacitância equivalente** entre os pontos  $A$  e  $B$ ; (6,0)
- b) Calcule a **energia elétrica total armazenada** no sistema. (4,0)

**Solução:**

A) Cada capacitor do circuito tem capacitância

$$C = 10 \mu\text{F} = 10 \times 10^{-6} \text{ F},$$

e entre os pontos  $A$  e  $B$  é aplicada uma diferença de potencial

$$U = 100 \text{ V}.$$



Identificação da associação

Observando o circuito, nota-se que ele é formado por três ramos paralelos entre  $A$  e  $B$ . Cada ramo contém dois capacitores idênticos em série. Portanto:

$$\text{ramos: } \underbrace{C - C}_{\text{série}}, \underbrace{C - C}_{\text{série}}, \underbrace{C - C}_{\text{série}}.$$

Capacitância equivalente de um par em série

Para dois capacitores iguais em série:

$$C_s = \frac{C}{2} = \frac{10 \mu\text{F}}{2} = 5 \mu\text{F}.$$

Capacitância equivalente total (ramos em paralelo)

Como os três pares estão em paralelo, somam-se as capacitâncias equivalentes:

$$C_{\text{eq}} = C_s + C_s + C_s = 3C_s = 3 \times 5 \mu\text{F} = 15 \mu\text{F}.$$

$$C_{\text{eq}} = 15 \mu\text{F}$$

B) Energia elétrica armazenada no sistema

A energia total armazenada no conjunto equivalente é

$$E = \frac{1}{2} C_{\text{eq}} U^2.$$

Substituindo valores:

$$E = \frac{1}{2} \times 15 \times 10^{-6} \times (100)^2 = 0,5 \times 15 \times 10^{-6} \times 10^4 = 0,075 \text{ J}.$$

$$E = 7,5 \times 10^{-2} \text{ J}$$

**Observação:** Este exercício também pode ser resolvido reorganizando o circuito em uma configuração equivalente. Se quiser, a resolução do Ex. 1 da IPhO de 1996 mostra essa outra forma de resolução e como o circuito fica após a simplificação.

**Critérios de Avaliação:**



| Nº | Critério                                                                                                                                                | Pontuação |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1  | Identificou corretamente que o circuito é composto por três ramos paralelos, cada um com dois capacitores em série ou remontou o circuito corretamente. | 4         |
| 2  | Calculou corretamente o valor da capacitância equivalente.                                                                                              | 2         |
| 3  | Aplicou a fórmula da energia $E = \frac{1}{2}C_{eq}U^2$ .                                                                                               | 2         |
| 4  | Substituiu os valores com unidade correta e efetuou a conta até $E = 7,5 \times 10^{-2} \text{ J}$ .                                                    | 2         |
|    | <b>Total</b>                                                                                                                                            | <b>10</b> |

**Questão 8.** Um ar-condicionado ideal (refrigerador de Carnot) é utilizado para resfriar um pequeno escritório. Ele opera entre o interior da sala (reservatório frio, a temperatura  $T_c$ ) e o ar externo a  $T_h = 35^\circ\text{C}$ .

Sabe-se que o aparelho possui uma taxa máxima de consumo elétrico de  $E = 1500\text{W}$  e deve fornecer uma potência útil mínima de refrigeração de  $P = 400\text{W}$ . Admita funcionamento com eficiência máxima possível (ciclo de Carnot). Determine a temperatura mínima  $T_c$  (em Kelvin e em  $^\circ\text{C}$ ) que o ar-condicionado pode manter no interior do escritório.

**Solução:** Como estamos diante de um ciclo de Carnot, a variação total de entropia é nula:

$$-\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_h}{T_h} = 0$$

Onde  $T_c$  e  $T_h$  são as temperaturas em Kelvin e  $Q_c$  e  $Q_h$  os calores relacionados com cada uma, em módulo. Perceba que, ao dividirmos a equação com respeito ao tempo, temos:

$$-\frac{P}{T_c} + \frac{P'}{T_h} = 0$$

Porém, temos que  $P' - P = E$ , por conservação de energia. Assim, juntando as duas equações, podemos escrever:

$$P(T_h - T_c) = E T_c \Rightarrow P T_h = T_c(E + P)$$

$$T_c = \frac{P T_h}{E + P}$$

Substituindo os valores:

$$T_c = \frac{400 \times 308}{1500 + 400} \approx 64,8 \text{ K}.$$

Convertendo para Celsius:

$$T_c \approx 64,8 - 273 = \boxed{-208,2^\circ\text{C}}.$$

Portanto, a temperatura mínima que o ar-condicionado ideal poderia manter no interior do escritório é:

$$\boxed{T_c \approx 64,8 \text{ K} = -208,2^\circ\text{C}}.$$

Perceba que tal valor é extramamente baixo, sendo inconsistente com a realidade. Isso ocorre por causa de um erro na escrita do enunciado ao atribuir os valores de  $E$  e/ou  $P$ .

**Mark Scheme:** Escrever a fórmula do  $\text{COP}_{\text{max}}$  para refrigerador de Carnot: +2pts



Escrever a relação  $P = \text{COP} \cdot E$ : +2pts

Isolar corretamente  $T_c = \frac{P T_h}{E+P}$ : +2pts

Converter  $T_h$  para Kelvin (308 K): +1pt

Substituir os valores e calcular  $T_c$  em Kelvin: +2pts

Converter  $T_c$  para Celsius: +1pt

Outras soluções (como fazendo a entropia total ser nula), também serão consideradas com critérios análogos.

Duas barras  $A$  e  $B$  de comprimento próprio  $L$  estão se aproximando com velocidade constante  $v = \beta c$  em relação a um referencial inercial  $S'$ . Qual é a razão entre o comprimento de  $A$  no referencial da barra  $B$  e no referencial  $S'$  em termos de  $\beta$ ?

**Resolução:**

Primeiramente, o comprimento da barra  $A$  em relação a um referencial inercial  $X$  pode ser achada diretamente pela fórmula:

$$L_X = \frac{L}{\gamma} = L \sqrt{1 - \left(\frac{v'}{c}\right)^2}$$

Onde  $v'$  é a velocidade de  $A$  em relação a  $X$ . Portanto, podemos utilizar diretamente  $v' = \beta c$  no referencial  $S'$  para concluir que:

$$L_{S'} = L \sqrt{1 - \beta^2}$$

Além disso, podemos utilizar a fórmula de adição de velocidades para descobrir  $v'$  de  $B$ . De fato, temos que:

$$v'_B = \frac{v + v}{1 + (v/c) \cdot (v/c)} = \frac{2\beta}{1 + \beta^2} c$$

Assim, conseguimos chegar em:

$$L_B = L \sqrt{1 - \left(\frac{2\beta}{1 + \beta^2}\right)^2} = L \frac{\sqrt{(1 + 2\beta^2 + \beta^4) - 4\beta^2}}{1 + \beta^2} = L \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2}$$

Por fim, a razão fica:

$$\frac{L_B}{L_{S'}} = \frac{1 - \beta^2}{(1 + \beta^2) \cdot \sqrt{1 - \beta^2}} \iff \boxed{\frac{L_B}{L_{S'}} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta^2}}$$

**Mark Scheme:**

Calcular corretamente o comprimento de  $A$  no referencial  $S'$  ( $L_{S'}$ ): +3pts Aplicar corretamente a fórmula de adição de velocidades relativísticas para achar a velocidade relativa ( $v'_B$ ): +3pts Calcular corretamente o comprimento de  $A$  no referencial  $B$  ( $L_B$ ) usando  $v'_B$ : +2pts Realizar a álgebra final para encontrar a razão  $\frac{L_B}{L_{S'}}$ : +2pts

Uma fonte de luz monocromática  $L$  é colocada entre uma lente divergente e um espelho côncavo, cujos módulos dos focos são, respectivamente,  $|f_L| = 10 \text{ cm}$  e  $|f_E| = 5 \text{ cm}$ , de modo que esses distam  $L = 10 \text{ cm}$  entre si. Considerando que a fonte está a uma distância  $p = 4 \text{ cm}$  da lente, qual é a distância entre a primeira e segunda imagem formada na lente?

**Resolução:**

Primeiramente, é importante perceber que a segunda imagem formada na lente corresponde a imagem formada pelos raios que vem da reflexão no espelho. Assim, utilizando a lei de Gauss, devemos calcular a



posição da imagem de  $L$  no espelho da seguinte forma:

$$\frac{1}{p_e} + \frac{1}{L - p} = \frac{1}{f_E} \iff p_e = \frac{(L - p)f_E}{(L - p) - f_E} = \frac{6 \cdot 5}{6 - 5} \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

Logo, utilizando similarmente a lei de Gauss, a posição da segunda imagem na lente é:

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{L - p_e} = \frac{1}{f_L} \iff p_2 = \frac{(L - p_e)f_L}{(L - p_e) - f_L} = \frac{(10 - 30) \cdot (-10)}{(10 - 30) - (-10)} = -20 \text{ cm}$$

Além disso, a posição da primeira imagem é:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f_L} \iff p_1 = \frac{pf_L}{p - f_L} = \frac{4 \cdot (-10)}{4 - (-10)} \approx -2,87 \text{ cm}$$

Portanto, a distância entre as imagens é:

$$d = |p_2 - p_1| \iff \boxed{d = 17,13 \text{ cm}}$$

**Mark Scheme:** Calcular corretamente a posição da primeira imagem  $p_1$  (imagem direta da lente,  $f_L = -10$ ): +3pts Calcular a posição da imagem formada pelo espelho  $p_e$  (usando  $p_E = 6$  e  $f_E = 5$ ): +3pts Usar  $p_e$  como objeto para a lente (cálculo de  $p_2$ ): +3pts Calcular a distância final  $d = |p_2 - p_1|$ : +1pt

