

Olimpíada Brasileira Online de Física

2ª Fase - 26 e 27 de outubro de 2025

Nome: _____

Série: _____

Nível MN
Ensino Fundamental
8ª e 9ª séries

Instruções de Prova

I. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos das **8ª e 9ª séries do ensino fundamental**. Ela contém **10** questões.

II. A duração máxima desta prova é de **quatro horas**. Além do tempo de prova, serão concedidos **5 minutos** correspondentes ao preenchimento online do gabarito.

III. A prova deve ser feita individualmente e não é permitido falar sobre a solução das questões durante o período de aplicação da prova **dias 26 e 27 de outubro de 2025**.

IV. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: $\pi = 3,0$; $\sqrt{2} = 1,4$; $\sqrt{3} = 1,7$; $\sqrt{5} = 2,2$; $\sin 30^\circ = 0,50$; $\cos 30^\circ = 0,85$; $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0,70$; aceleração gravitacional na superfície da terra $g = 10 \text{ m/s}^2$; calor específico da água líquida $c_a = 1 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80 \text{ cal/g}$; $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$.

Apoio:



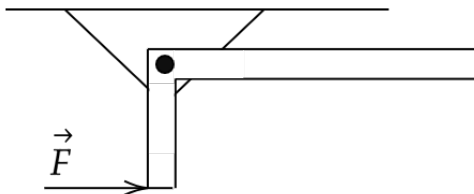


Curiosidades:

Herch Moysés Nussenzveig (São Paulo, 16 de janeiro de 1933 – Rio de Janeiro, 5 de novembro de 2022), homenageado nesse nível, foi um físico, pesquisador e professor universitário brasileiro de origem judaica. Grande oficial da Grã-Cruz da Ordem Nacional do Mérito Científico e membro da Academia Brasileira de Ciências, Moysés era professor emérito da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Foi presidente da Sociedade Brasileira de Física de 1981 a 1983. Recebeu em 1986 o Prêmio Max Born, outorgado pela Optical Society a cientistas que tenham dado contribuições significativas no campo da óptica. Moysés contribuiu bastante para o ensino de física no Brasil com sua coleção de livros “Física Básica”, os quais são usados amplamente em diversas universidades brasileiras.



Questão 1. Uma barra homogênea de largura e espessura uniformes e pequenas, em forma de L, é articulada sem atrito e é sustentada por uma força perpendicular $\vec{F}$. A parte horizontal tem comprimento x , já a parte vertical tem comprimento y . Sendo m a massa total da barra, calcule:



- a) a massa da parte horizontal m_h e vertical m_v . Deixe sua resposta em função de m , x e y
b) a intensidade da força F . Deixe sua resposta em função de m , g , x e y

Resolução:

a) Como a barra é homogênea, podemos afirmar que a barra tem uma densidade linear (massa/comprimento) constante. Logo:

$$\lambda = \frac{m}{x + y}$$

$$\lambda = \frac{m_h}{x}$$

$$\lambda = \frac{m_v}{y}$$

Substituindo as equações obtemos:

$$\frac{m_h}{x} = \frac{m}{x + y}$$

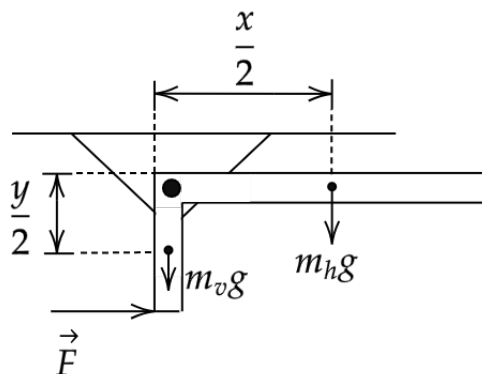
$$m_h = m \frac{x}{x + y}$$

$$\frac{m_v}{y} = \frac{m}{x + y}$$

$$m_v = m \frac{y}{x + y}$$



b) Podemos dividir a barra em horizontal e vertical, fazendo isso, obtemos o seguinte diagrama de forças:



Calculando o torque em relação ao ponto de apoio, obtemos que:

$$\tau = m_h g \frac{x}{2} - Fy$$

Perceba que o peso da massa vertical não contribui para o torque, já que a direção do peso é paralela ao comprimento.

Como o sistema encontra-se em equilíbrio, temos que:

$$\begin{aligned}\tau &= 0 \\ 0 &= m_h g \frac{x}{2} - Fy\end{aligned}$$

Substituindo a massa horizontal m_h encontrada em a):

$$\begin{aligned}m_h g \frac{x}{2} &= Fy \\ \frac{mx}{x+y} \frac{x}{2} g &= Fy \\ \boxed{F = \frac{mx^2 g}{2y(x+y)}}$$

Mark Scheme:

Item a): Definir a densidade linear constante $\lambda = m/(x+y)$: +2pts Encontrar a expressão correta para m_h : +1.5pts Encontrar a expressão correta para m_v : +1.5pts

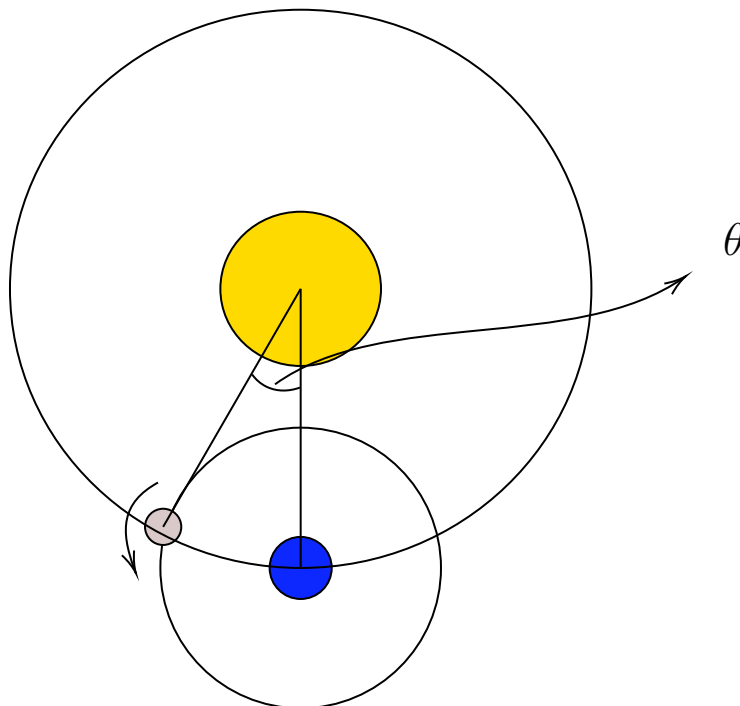
Item b): Aplicar a condição de equilíbrio de torques ($\tau_{net} = 0$) em relação ao pivô: +2pts Identificar os braços de alavanca corretos ($x/2$ para $m_h g$ e y para F): +2pts Chegar à expressão final correta para F : +1pt

Questão 2. Em um curioso sistema, o planeta Alves percorre uma órbita circular de raio R em torno da estrela Praca. Além disso, o planeta Alves rotaciona em torno do seu próprio eixo com um período S_A e a lua James percorre uma órbita circular de raio $r \ll R$ em torno do planeta com um período $S_J < S_A$. Considere que a rotação de Alves ocorre no mesmo plano que a translação de James e que a massa de Alves é muito menor que a de Praca, mas muito maior que a de James.

(a) Supondo que a rotação de Alves ocorre no mesmo sentido que a translação de James, encontre o período



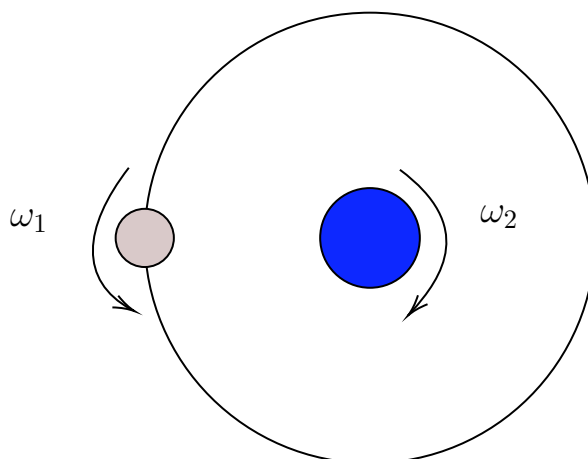
- para que uma mesma configuração entre os dois corpos se repita. Deixe seu resultado em função de S_A e S_J . (2,5pts)
- (b) Supondo que a rotação de Alves ocorre no sentido oposto que a translação de James, encontre o período para que uma mesma configuração entre os dois corpos se repita. Deixe seu resultado em função de S_A e S_J . (2,5pts)
- (c) Agora, observa-se um momento em que James está a uma distância R de Praça. Veja a figura fora de escala para entender melhor:



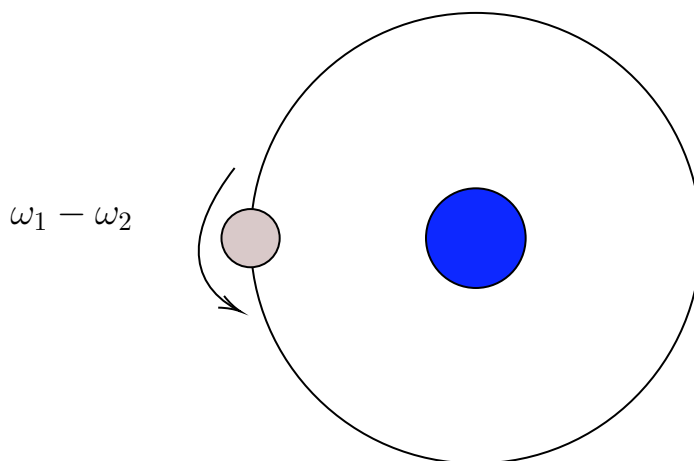
- Encontre uma expressão aproximada para o ângulo θ mostrado na figura. Deixe sua resposta em função de R e r . (2pt)
- (d) Considerando que a translação de James em torno de Alves ocorre no sentido mostrado na figura, encontre, aproximadamente, o tempo necessário desde da situação do item anterior até que James esteja a uma distância R de Praça novamente. Deixe sua resposta em função de S_J , r e R . (3pts)

Solução:

- (a) Veja a figura representando a situação:



Se formos para o referencial que gira junto ao planeta com uma velocidade angular ω_2 , temos a situação:



Nesse referencial, o período da translação da lua é o tempo requisitado. Logo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{1}{\frac{1}{S_J} - \frac{1}{S_A}} \rightarrow \boxed{T = \frac{S_A S_J}{S_A - S_J}}$$

(1,5pts) Modelar de maneira correta e precisa o movimento.

(1pt): Expressão final encontrada corretamente.

- (b) Analogamente, ao mudarmos para o referencial girante, a velocidade angular de James fica $\omega = \omega_1 + \omega_2$. Dessa maneira, o período requisitado será:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{1}{\frac{1}{S_J} + \frac{1}{S_A}} \rightarrow \boxed{T = \frac{S_A S_J}{S_A + S_J}}$$

(1,5pts) Modelar de maneira correta e precise o movimento.

(1pt): Expressão final encontrada corretamente.

- (c) Como $r \ll R$, o raio da órbita de James é aproximadamente igual ao arco referente ao ângulo θ . Dessa maneira, pela relação entre um ângulo e seu arco:

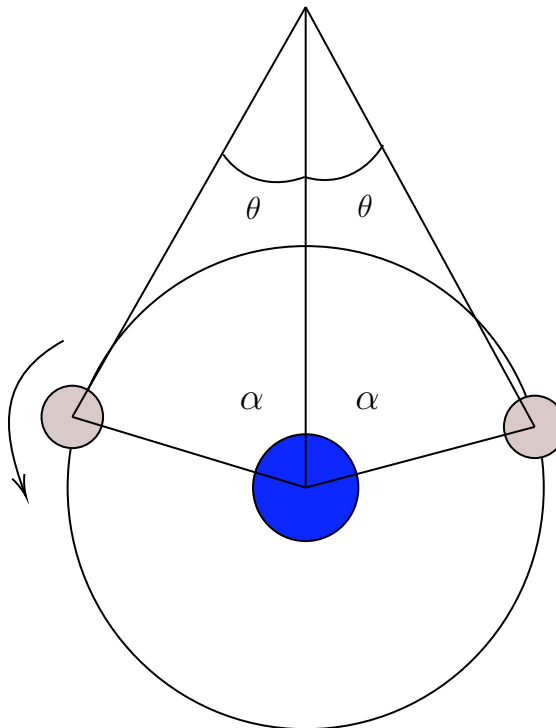


$$\theta = \frac{r}{R}$$

(1pt) Perceber que o arco da circunferência é aproximadamente igual a r (ou outra informação de mesmo valor caso tenha sido feito de outra maneira).

(1pt) Expressão final encontrada corretamente.

(d) Veja a figura:



Analisando os triângulos isósceles na figura, percebe-se que o ângulo α é:

$$\alpha = \frac{\pi - \theta}{2}$$

Assim, o ângulo de translação que James precisa percorrer é $2\pi - 2\alpha = \pi + \theta$. Dessa maneira, o tempo será:

$$\omega\Delta t = \pi + \theta \rightarrow \Delta t = \frac{S_J}{2} \left(1 + \frac{r}{\pi R}\right)$$

(1pt) Por modelar corretamente o movimento.

(1pt) Por encontrar corretamente a expressão para o ângulo de rotação $\pi + \theta$.

(1pt) Expressão final encontrada corretamente.

Questão 3. Uma esfera de metal (com volume igual $V = 1\text{L}$, massa de 200kg e calor específico $c = 900\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$) está em uma temperatura inicial de 800°C é colocada em um reservatório de água com temperatura inicial de 70°C .

- (a) Calcule o volume submerso da esfera no começo, em litros, antes das trocas de calor começarem. (3pts)
- (b) Calcule a temperatura de equilíbrio do sistema. (4pts)



- (c) Calcule a massa final de água líquida de no sistema. Quanto calor adicional ao sistema é necessário para que toda a água seja vaporizada? (3pts)

Solução

- (a) Escrevendo a equação de equilíbrio hidroestático:

$$\text{Peso} = \text{Empuxo} \rightarrow \rho_1 V g = \rho_2 V_S g \rightarrow V_S = \frac{\rho_1}{\rho_2} V = 200\text{L}$$

Onde ρ_1 é a densidade da esfera e ρ_2 a da água. Como $V = 1\text{L}$, o volume submerso será de 1L.

(1,5pt) Por argumentar acerca das densidades ou equacionar o empuxo.

(1,5pt) Por encontrar corretamente 1L.

- (b) Vamos, inicialmente, assumir que a água não entra em ebulição. O calor trocado pela esfera é:

$$Q_1 = m_1 c_1 (T - T_e)$$

Onde m_1 e c_1 são a massa e o calor específico da esfera. Também temos o calor da água:

$$Q_2 = m_2 c_2 (T - T_0)$$

Por conservação de energia, a soma desses dois calores deve ser 0. Assim, podemos encontrar T :

$$T_f = \frac{m_1 c_1 T_e + m_2 c_2 T_0}{(m_1 c_1 + m_2 c_2)} = 100^\circ\text{C}$$

(2pt) Por equacionar o calor

(2pt) Por encontrar corretamente $T_f = 100^\circ\text{C}$.

- (c) Como a temperatura que calculamos anteriormente não é maior que a da temperatura de ebulição da água, nenhum calor foi usado para vaporizar a mesma. Assim, a massa final é igual a inicial(1000kg). Como a temperatura de equilíbrio é de 100°C , o calor necessário é apenas o calor da mudança de fase:

$$Q = mL \approx 2,26 \cdot 10^9\text{J}$$

(1pt) Encontrou corretamente a massa final.

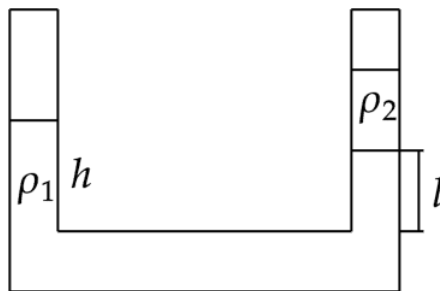
(2pts) Encontrar o calor necessário.

Observação: O enunciado não contém os valores do volume de água e do calor latente de vaporização da água. Porém, durante a prova os mesmos foram fornecidos.

Questão 4. Um tubo em u contém dois líquidos imiscíveis de densidades diferente conforme a figura a seguir. Qual é a diferença da altura dos líquidos entre os dois tubos?

Solução: Pelo teorema de Stevin podemos dizer que:

$$\rho_2 \cdot g \cdot d = \rho_1 \cdot g(h - l)$$



$$d = \frac{\rho_1}{\rho_2}(h - l)$$

Chegou em d +7pts

Portanto a diferença de altura é:

$$\Delta h = d + l - h = \frac{\rho_1}{\rho_2}(h - l) + l - h$$

Chegou na resposta correta +3pts

Questão 5. Ao descobrir que o canal *Cartoon Network* havia sido retirado do ar, Takashi decidiu, por uma última vez, reassistir aos desenhos que marcaram sua infância. Durante os episódios de seu desenho favorito, *Hora de Aventura*, ele percebeu algo curioso: independentemente da época do ano, o castelo do Rei Gelado, feito inteiramente de gelo, nunca derretia.

Intrigado, Takashi resolveu analisar um episódio em especial, no qual o Rei de Fogo estava presente — e, mesmo assim, o castelo não derreteu. Considere que o Rei de Fogo emite uma potência de 20000 cal/s (2 kcal/s), e que o castelo de gelo possui calor específico $c = 1 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})$ e calor latente de fusão $L_f = 80 \text{ cal/g}$. Admita ainda que o castelo recebe apenas essa fonte de calor, sem trocas térmicas com o ambiente, e que o calor é distribuído uniformemente por toda a massa do castelo, sem ocorrer derretimento parcial ou fenômenos superficiais.

- Considerando que o Rei de Fogo permaneceu próximo ao castelo durante um intervalo de 20 min, determine o **calor total** emitido pelo Rei de Fogo nesse período.(2,5)
- Suponha que a temperatura inicial do castelo seja 0°C . Determine a **menor massa de gelo** necessária para que o castelo permaneça completamente no estado sólido durante todo o tempo em que o Rei de Fogo emite calor.(3,0)
- Suponha agora que o castelo possua o formato de uma pirâmide de base **triangular**, cuja área da base é 30 m^2 e altura 10 m. Sabendo que a massa mínima do castelo é a obtida no item (b), determine a **densidade do gelo** em g/cm^3 .(4,5)

Resolução:

Dados:

$$P = 20000 \text{ cal/s}, \quad \Delta t = 20 \text{ min} = 1200 \text{ s}, \quad c = 1 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C}), \quad L_f = 80 \text{ cal/g}.$$

A)

O calor total fornecido é:

$$Q = P \cdot \Delta t = 20000 \times 1200 = 24000000 \text{ cal}.$$



$$Q = 2,4 \times 10^7 \text{ cal}$$

B)

Para que todo o castelo permaneça sólido:

$$mL_f \geq Q \Rightarrow m \geq \frac{Q}{L_f}.$$

$$m \geq \frac{24000000}{80} = 300000 \text{ g} = 300 \text{ kg}$$

$$m_{\min} = 300 \text{ kg}$$

C)

Volume da pirâmide:

$$V = \frac{1}{3} A_{\text{base}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot 10 = 100 \text{ m}^3$$

Densidade média:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{300 \text{ kg}}{100 \text{ m}^3} = 3 \text{ kg/m}^3 = 3000 \text{ g/m}^3$$

Convertendo para g/cm^3 :

$$\rho = \frac{3000}{10^6} = 3 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

$$\rho = 3 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

Observação: O resultado apresenta verossimilhança razoável: uma massa de 300 kg para o castelo não é absurda. A densidade calculada é baixa, mas isso faz sentido, pois, no desenho, o castelo não é maciço de gelo; ele é formado apenas por suas paredes e estruturas externas, e não pelo volume total.

Mark Scheme:

Nº	Critério	Pontuação
1	Identificou a potência e o tempo corretamente para calcular o calor total.	1
2	Calculou o calor total $Q = 2,4 \times 10^7 \text{ cal}$ corretamente.	1,5
3	Aplicou a relação $mL_f \geq Q$ para determinar a massa mínima.	3
4	Encontrou a massa mínima $m_{\min} = 300 \text{ kg}$.	1
5	Calculou corretamente o volume da pirâmide triangular.	1
6	Calculou a densidade média $\rho = m/V$ em kg/m^3 .	1,5
7	Converteu a densidade para g/cm^3 corretamente.	1
	Total	10

Questão 6. Do ponto A ao ponto B, cuja distância é s , partiram dois automóveis: o primeiro iniciou o movimento a partir do repouso com aceleração constante; o segundo, com uma velocidade inicial v , freou com uma aceleração constante de tal forma que, ao final do percurso no ponto B, parou completamente. Em direção



a eles, partindo do ponto B, saiu simultaneamente um terceiro automóvel com uma velocidade constante e desconhecida u . Ele terminou sua viagem no ponto A ao mesmo tempo em que os dois primeiros automóveis chegavam ao ponto B.

- a) Qual velocidade v_1 o primeiro automóvel tinha no final de seu percurso?(2.0)
- b) Com que velocidade u o terceiro automóvel se movia? (2.0)
- c) Quanto tempo passou entre os encontros do terceiro automóvel com o primeiro e o segundo?(6.0)

Solução:

A) Os dois primeiros automóveis terminaram o movimento simultaneamente, percorrendo a mesma distância s .

Movimento dos dois primeiros automóveis

Para o primeiro automóvel:

$$s = \frac{a_1 t^2}{2}$$

Para o segundo automóvel:

$$s = vt - \frac{a_2 t^2}{2}$$

Além disso, sabe-se que:

$$t = \frac{v}{a_2} \Rightarrow v = a_2 t$$

Substituindo:

$$s = \frac{a_2 t^2}{2} = \frac{a_1 t^2}{2}$$

Logo:

$$a_1 = a_2 \equiv a$$

Podemos concluir que, movendo-se com acelerações iguais em módulo, o primeiro e o segundo automóvel alteraram suas velocidades em módulo pelo mesmo valor v . Assim:

$$v_1 = v$$

B) Movimento do terceiro automóvel

O terceiro automóvel percorreu a mesma distância s com velocidade constante u e em um tempo t_0 :

$$u = \frac{s}{t_0} = \frac{at^2/2}{t_0} = \frac{at}{2}$$

Sabendo que $at = v$, segue que:

$$u = \frac{v}{2}$$

C) Determinação do primeiro momento de encontro (t_1)

Para o primeiro automóvel:

$$s - ut_1 = \frac{at_1^2}{2}$$



Expressando a aceleração pela variação do quadrado da velocidade:

$$v^2 - 0^2 = 2as \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v^2}{2s}$$

Substituindo:

$$s - \frac{vt_1}{2} = \frac{v^2 t_1^2}{4s}$$

Resolvendo em relação a t_1 :

$$t_1 = \frac{v}{2a} (\sqrt{5} - 1)$$

Substituindo $a = \frac{v^2}{2s}$:

$$t_1 = \frac{s}{v} (\sqrt{5} - 1)$$

Determinação do segundo momento de encontro (t_2)

Para o segundo automóvel:

$$s - \frac{vt_2}{2} = vt_2 - \frac{at_2^2}{2}$$

Substituindo $a = \frac{v^2}{2s}$ e resolvendo:

$$t_2 = \frac{s}{v} (3 + \sqrt{5})$$

Tempo total de movimento do terceiro automóvel

$$t_0 = \frac{2s}{v}$$

Intervalo de tempo entre os encontros

O intervalo de tempo entre os dois encontros será:

$$t = t_2 - t_1 = \frac{s}{v} (3 + \sqrt{5}) - \frac{s}{v} (\sqrt{5} - 1)$$

Simplificando:

$$t = \frac{2s}{v} (\sqrt{5} - 2)$$

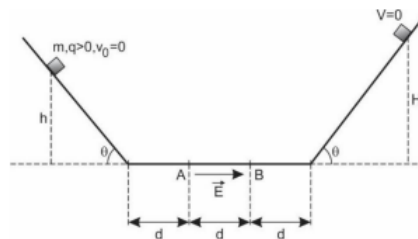
$$t = \frac{2s}{v} (\sqrt{5} - 2)$$

Critérios de Avaliação:



Nº	Critério	Pontuação
1	Justificou corretamente a igualdade das acelerações dos dois primeiros automóveis.	1
2	Obteve $v_1 = v$ a partir da igualdade entre acelerações e tempo de movimento.	1
3	Encontrou a velocidade do terceiro automóvel $u = \frac{v}{2}$.	2
4	Escreveu a equação da coordenada do primeiro (ou segundo) automóvel.	1
5	Escreveu a equação da coordenada do terceiro automóvel.	1
6	Encontrou um dos instantes de encontro $\frac{s}{v}(\sqrt{5}-1)$ ou $\frac{s}{v}(3-\sqrt{5})$.	
7	Encontrou o tempo total de movimento $t_0 = \frac{2s}{v}$.	1
8	Encontrou o segundo momento de encontro.	1
9	Expressou o intervalo de tempo final $t = \frac{2s}{v}(\sqrt{5}-2)$.	2
Total		10

Questão 7. Um bloco de massa m e carga $q > 0$ foi abandonado de um plano inclinado a uma altura h . Ele passa por um trecho horizontal onde do início ao ponto A o coeficiente de atrito do bloco com o chão é μ e do ponto A até o ponto B há um campo elétrico de acordo com a imagem abaixo. Qual a altura H que o bloco chegará?



Solução: Conservando energia:

Utilizou conservação de energia +2pts

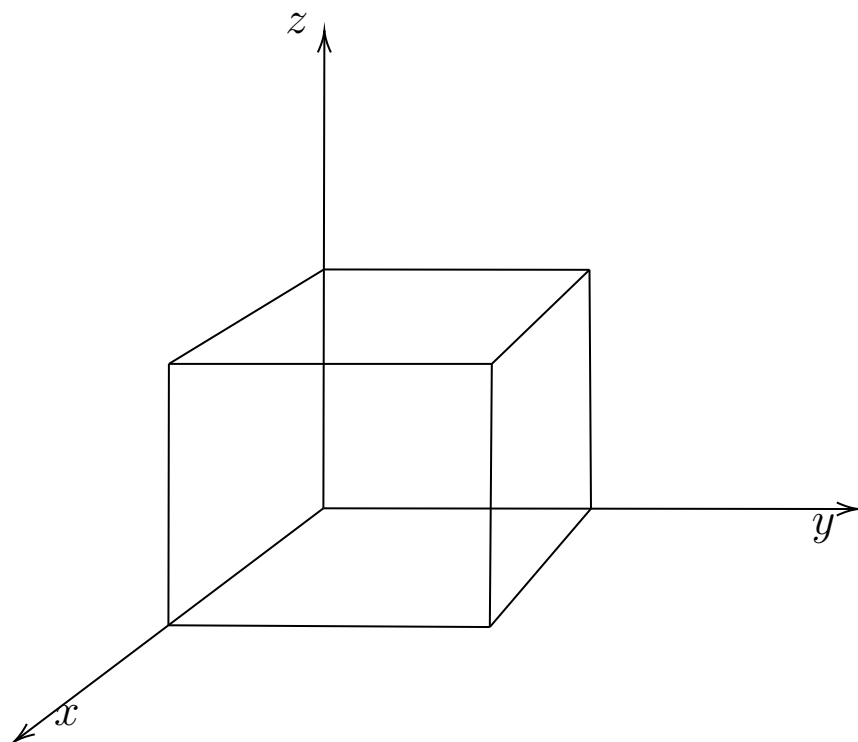
$$mgh + qEd = mg\mu \cdot d + mgH$$

Considerou o trabalho do campo +2pts, considerou o trabalho da força de atrito +2pts

$$H = h - \mu \cdot d + \frac{qEd}{mg}$$

Chegou na resposta correta +4pts

Questão 8. Um cubo de lado $L = 1\text{m}$, massa $m = 10\text{kg}$, calor específico $c = 500\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ e temperatura inicial $T_0 = 0^\circ\text{C}$ sofre uma variação de temperatura $\Delta T = 100^\circ\text{C}$ que o faz expandir. Considere que nenhuma das faces do cubo está oculta e que todas recebem calor da mesma maneira. Veja a figura fora de escala:



- (a) Considere que os coeficientes de dilatação de cada eixo são $\alpha_x = 1 \cdot 10^{-4}/^{\circ}\text{C}$, $\alpha_y = 2 \cdot 10^{-4}/^{\circ}\text{C}$ e $\alpha_z = 5 \cdot 10^{-4}/^{\circ}\text{C}$, para respectivamente para os eixos x, y e z. Calcule cada um dos novos lados do objeto e seu novo volume.
(2,5pts)
- (b) Agora, o objeto já dilatado é trazido para um reservatório de água. Após trocas de calor, o objeto volta a sua temperatura anterior ao encontrar seu equilíbrio térmico junto com os 50kg de água de um reservatório. Antes das trocas de calor, a água estava a $T_A = 25^{\circ}\text{C}$. Determine a temperatura de equilíbrio do sistema e o volume submerso final do cubo, em litros. A dilatação da água pode ser desprezada.
(7,5pts)

Solução

- (a) Podemos calcular o novo comprimento no eixo x utilizando a expressão da dilatação:

$$\Delta L_x = L_x \alpha_x \Delta T$$

$$L_{fx} = L_x + \Delta L_x = L_x(1 + \alpha_x \Delta T) = \boxed{1,01\text{m}}$$

Fazendo o mesmo para os comprimentos dos outros eixos:

$$L_{fy} = \boxed{1,02\text{m}}$$

$$L_{fz} = \boxed{1,05\text{m}}$$

Multiplicando esses 3 lados, temos o novo volume do objeto:



$$V = L_{fx} \cdot L_{fy} \cdot L_{fz} \approx \boxed{1,08\text{m}^3}$$

(0,5pt) Corretamente escrever a equação de dilatação que cada componente irá sofrer.

(0,5pt) Encontra valor correto do novo lado na direção x.

(0,5pt) Encontra valor correto do novo lado na direção y.

(0,5pt) Encontra valor correto do novo lado na direção z.

(0,5pt) Encontra valor correto do novo volume.

- (b) Para encontrar a temperatura final, precisamos conservar o calor trocado. O calor trocado pelo objeto é:

$$Q_1 = m_1 c_1 (T_f - T_0)$$

Onde m_1 e c_1 são, respectivamente, a massa e o calor específico do objeto. Analogamente, temos o calor da água:

$$Q_2 = m_2 c_2 (T_f - T_A)$$

Por conservação de energia, a soma desses dois calores deve ser 0. Assim, podemos isolar T_f :

$$T_f(m_1 c_1 + m_2 c_2) = m_1 c_1 T_0 + m_2 c_2 T_A \rightarrow \boxed{T_f = \frac{m_1 c_1 T_0 + m_2 c_2 T_A}{(m_1 c_1 + m_2 c_2)} \approx 26,7^\circ\text{C}}$$

Agora, basta escrevermos a equação de equilíbrio hidroestático para obter o volume submerso:

$$\text{Peso} = \text{Empuxo} \rightarrow m_1 g = \frac{m_2}{V_{\text{água}}} V_s g \rightarrow \boxed{V_s = \frac{m_1}{\rho_{\text{água}}} = 10\text{L}}$$

(1,5pt) Escrever corretamente expressão para calor do objeto e da água.

(2pt) Encontrar expressão para a temperatura final corretamente.

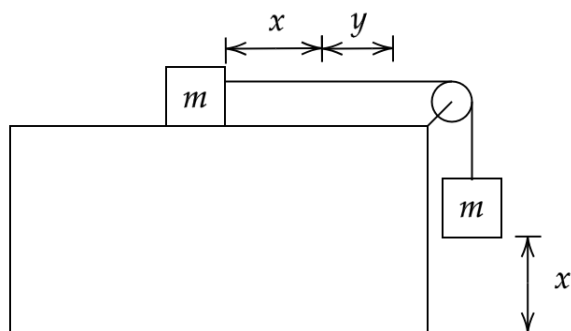
(1pt) Valor numérico correto para a temperatura final.

(2pt) Encontrar o corretamente a expressão para o volume submerso.

(1pt) Valor numérico correto para o volume submerso.

Questão 9. O filho de Globig, Globig Jr., estava brincando com o conjunto de polias e massas de seu pai, conforme ilustrado na figura. Demonstrando sua inteligência, ele decidiu utilizar duas massas idênticas para determinar o coeficiente de atrito cinético μ entre os blocos e a superfície.

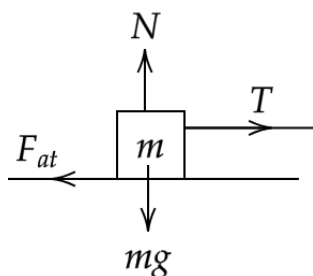
Para isso, montou o sistema mostrado e liberou ambos os blocos a partir do repouso. Durante o movimento, o bloco inferior desceu percorrendo uma distância x , enquanto o bloco superior deslocou-se uma distância $x + y$. Considere que após o bloco cair no chão sua velocidade zera, as polias e os fios são ideais, e que, sempre que o fio não estiver tensionado, sua tração seja nula.



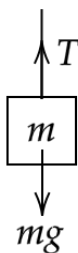
- Faça o diagrama de forças de ambos os blocos antes que o bloco inferior encoste no chão.
- Determine a velocidade do bloco superior no instante em que o bloco inferior encosta no chão. Deixe sua resposta em função de g , μ e x .
- Faça o diagrama de forças do bloco superior após o bloco inferior já ter caído no chão.
- Determine o coeficiente de atrito cinético μ em função de x e y .

Solução:

- Construindo o diagrama de forças para o bloco superior:



Já para o bloco inferior:



- Pelo diagrama de forças do bloco superior apresentado no problema anterior, temos que:

$$N = mg$$

$$T - F_{at} = ma$$

Como $F_{at} = N\mu$:

$$T - mg\mu = ma$$



Já pelo diagrama de forças do bloco inferior, temos que:

$$mg - T = ma$$

Substituindo uma equação na outra, temos que:

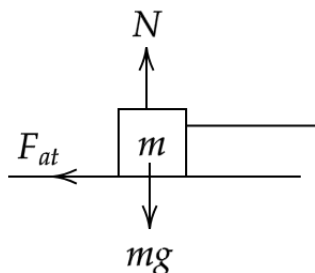
$$mg - mg\mu = 2ma$$
$$a = \frac{g(1 - \mu)}{2}$$

Pela equação de Torricelli $v^2 = v_0^2 + 2ad$, podemos afirmar que:

$$v^2 = 0 + g(1 - \mu)x$$

$$v = \sqrt{g(1 - \mu)x}$$

c) Como após o bloco inferior já ter encostado no chão, temos que a tração torna-se nula. Logo, o diagrama é o seguinte:



d) Pelo diagrama de forças apresentado no problema anterior, podemos concluir o seguinte:

$$-F_{at} = ma$$

$$-mg\mu = ma$$

$$a = -g\mu$$

Novamente, pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

Pelo problema a), temos que $v_0^2 = g(1 - \mu)x$

$$0 = g(1 - \mu)x + 2(-g\mu)y$$

$$\mu = \frac{x}{x + 2y}$$



Mark Scheme:

a) Desenhar os diagramas de força corretos para os dois blocos. (2 pts) b) Aplicar a 2ª Lei de Newton para ambos os blocos e encontrar a aceleração $a = \frac{g(1-\mu)}{2}$. (3 pts) b) Aplicar Torricelli corretamente para encontrar a velocidade v . (2 pts) c) Desenhar o diagrama de força correto para o bloco superior (apenas atrito). (1 pt) d) Encontrar a nova aceleração $a = -g\mu$. (1 pt) d) Aplicar Torricelli novamente com v_0 do item (b) e $v_f = 0$, e isolar μ . (3 pts)

Questão 10. Prostaferese é um artifício matemático que nos ajuda a somar senos e cossenos. É muito utilizado em óptica-física, como na demonstração do experimento de fenda dupla de Young. Neste exercício, seu objetivo é provar que:

$$\sin(x) + \sin(y) = 2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

sabendo que:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \sin(\beta)\cos(\alpha)$$

(Dica: escreva seus ângulos como um sistema de soma e diferença e expanda as coisas!)

Solução: Definindo os ângulos:

$$x = a + b; \quad y = a - b;$$

Escreveu o sistema +4pts

Portanto:

$$a = \frac{x+y}{2}; \quad b = \frac{x-y}{2}$$

$$\sin(x) + \sin(y) = \sin(a+b) + \sin(a-b)$$

Expandindo os senos:

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$$

$$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a)$$

$$\sin(x) + \sin(y) = 2\sin(a)\cos(b) = 2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

Chegou na resposta correta +6pts