



Olimpíada Brasileira Online de Física Experimental

2ª Fase - 15 e 16 de Novembro de 2025

Nome: _____

Série: _____

Jayme Tiomno
Nível Aberto
Português

Instruções de Prova

- I. Esta prova contém 4 experimentos somando 100 pontos
- II. A duração máxima desta prova é de **quatro horas**. Além do tempo de prova, serão concedidos **5 minutos** correspondentes ao preenchimento online do gabarito.
- III. É permitido o uso de calculadoras.
- IV. A prova deve ser feita individualmente e não é permitido falar sobre a solução das questões durante o período de aplicação da prova **dias 15 e 16 de Novembro de 2025**.
- V. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: aceleração gravitacional na superfície da terra $g = 10 \text{ m/s}^2$; calor específico da água líquida $c_a = 1 \text{ cal/(g}^\circ\text{C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80 \text{ cal/g}$; $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$.

Apoio:





Curiosidades:

Jayme Tiomno (Rio de Janeiro, 16 de abril de 1920 – Rio de Janeiro, 12 de janeiro de 2011) foi um proeminente físico teórico brasileiro, reconhecido internacionalmente por suas contribuições à física de partículas. Foi um dos fundadores do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) e membro da Academia Brasileira de Ciências. Seus trabalhos sobre interações fracas, realizados em colaboração com gigantes como John Wheeler, foram pioneiros e levaram à proposição da universalidade da interação fraca, um conceito fundamental para o Modelo Padrão. Recebeu a Grã-Cruz da Ordem Nacional do Mérito Científico e é lembrado por sua atuação decisiva na formação de novas gerações de físicos e na consolidação da física teórica no Brasil.



1 Cinemática de uma captura

Introdução

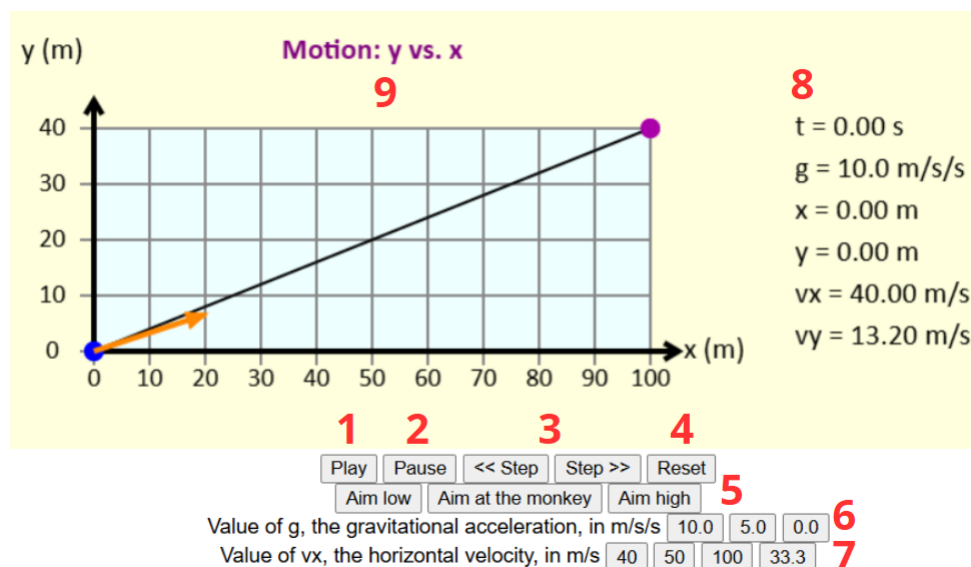
Um pesquisador deseja atingir um animal com um dardo tranquilizante para poder estudá-lo e, depois, devolvê-lo à natureza. Porém, o animal, que estava pendurado em uma árvore, cai no mesmo instante em que o dardo é atirado, proporcionando uma dificuldade maior para acertá-lo.

Durante todo o experimento, considere o animal como um ponto material e desconsidere a influência da resistência do ar. Em outras palavras, o movimento do dardo será um lançamento oblíquo sob a influência da gravidade da Terra, enquanto o movimento do animal será uma queda livre.

Durante este experimento, você pode desprezar as incertezas em seus cálculos.

Apresentando o simulador

Para realizar o experimento, utilizaremos um simulador criado por Andrew Duffy, que você pode acessar clicando [aqui](#). Assim que você acessar o simulador, se deparará com o seguinte cenário:



Nessa interface, podemos encontrar os seguintes elementos:

1. Ao apertar o botão "Play", a simulação começará. Se você pausar a simulação com o botão "Pause", aperte "Play" para que a simulação continue de onde parou.



Olimpíada Brasileira Online de Física Experimental



2. Ao apertar o botão "Pause", a simulação irá pausar, permitindo que você tire medidas de maneira mais controlada.
3. Os botões «<Step» e "Step" servem para analisar a simulação em intervalos discretos de tempo. Ao apertar o primeiro, você retrocede a simulação em 0,01s. Ao apertar o último, você avança a simulação em 0,01s. Essa é uma ótima maneira de controlar suas medidas.
4. Ao apertar o botão "Reset", a simulação irá voltar para o tempo em que $t = 0s$. Atenção: este botão NÃO reinicia as configurações do simulador, como a velocidade inicial e a gravidade local.
5. Aqui, você consegue controlar a maneira como o projétil será lançado. Ao apertar o botão "Aim low", o projétil será lançado em um ângulo menor em relação à horizontal. Ao apertar o botão "Aim high", o projétil será lançado em um ângulo maior com a horizontal. Ao apertar "Aim at the monkey", o projétil irá mirar no animal a cada instante da trajetória. Atenção: você pode apenas ativar uma dessas configurações por vez. Ao ativar uma, você automaticamente já desativa a anterior e a simulação recomeça.
6. Aqui, você pode controlar o valor da gravidade local dentre 3 valores: $10m/s^2$, $5m/s^2$ e $0m/s^2$ (sem gravidade). Atenção: você pode apenas ativar uma dessas configurações por vez. Ao ativar uma, você automaticamente já desativa a anterior e a simulação recomeça.
7. Aqui, você pode controlar a velocidade horizontal do projétil dentre 4 valores: $40m/s$, $50m/s$, $100m/s$ e $33,3m/s$. Perceba que essa velocidade é constante ao longo da trajetória. Atenção: você pode apenas ativar uma dessas configurações por vez. Ao ativar uma, você automaticamente já desativa a anterior e a simulação recomeça.
8. Nesta área, você pode visualizar alguns parâmetros da simulação que mudam ao longo da trajetória. Perceba que a gravidade g e a velocidade horizontal v_x são constantes ao longo da simulação, apesar de poderem ser variadas nas configurações originais. As coordenadas do projétil x (coordenada horizontal) e y (coordenada vertical) também são exibidas para qualquer instante de tempo t (que também é exibido). Por fim, a velocidade vertical do projétil ao longo da trajetória também é mostrada.
9. Nesta área, encontra-se um gráfico do movimento, que revela como as posições do projétil e do animal mudam com o passar do tempo. É preferível que você faça a maioria das medidas com respeito ao projétil por meio dos dados exibidos na direita, ao invés de usar o gráfico. Porém, o gráfico pode ser útil para tomar medidas acerca do animal.

Os textos escritos abaixo do simulador não são relevantes para realizar o experimento. Uma observação é importante é que o simulador sempre termina quando o projétil chega em $x = 100m$

Parte A: Lançamento Oblíquo

Agora, iremos analisar o lançamento oblíquo realizado pelo projétil. Nesta parte, configure a gravidade local para ser $g = 10m/s^2$, a velocidade horizontal para ser $v_x = 40m/s$ e a direção como "Aim high".

Item A.1

(5 pontos)

Faça uma tabela da coordenada vertical y do projétil para diferentes valores da coordenada horizontal x .

Item A.2

(5 pontos)

Linearize os dados da tabela anterior e registre tais dados linearizados em uma nova tabela. Por meio desse linearização, confirme que a trajetória do projétil é uma parábola.



Olimpíada Brasileira Online de Física Experimental



y (m)	x (m)

Tabela: y x x

$f(y)$	$g(x)$

Tabela: $f(y)$ x $g(x)$

Parte B: Curva de perseguição

Nesta parte, vamos focar na configuração "Aim at the monkey". Use uma velocidade horizontal de 33,3m/s e a gravidade local como 10m/s² durante esta parte;

Item B.1

(6 pontos)

Faça uma tabela registrando os seguintes valores para diferentes instantes: as posições x e y do projétil, o tempo, uma estimativa da posição y do animal e, por fim, um cálculo da distância entre os dois corpos r .

y' (m)	y (m)	x (m)	r (m)	t (s)

Tabela: y' x y x x x r x t

Item B.2

(2 pontos)

Faça uma regressão entre os seus dados e descubra os coeficientes da reta entre r e t . O seu resultado é compatível com o esperado?

2 Hidrostática e balanças!

Introdução

Neste experimento, vamos estudar a física de objetos afundando em líquidos, com base em conceitos básicos de hidrostática. Além disso, vamos analisar como a inserção de uma balança modifica o experimento.

Durante este experimento, você pode desprezar incertezas em seus cálculos.

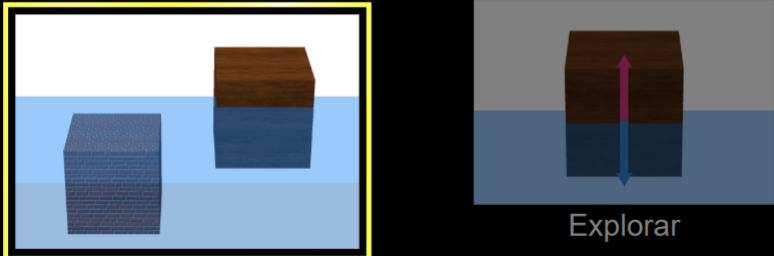
Apresentando o simulador

Para realizar o experimento, utilizaremos um simulador do PHET, que você pode acessar clicando [aqui](#). Assim que você acessar o simulador, se deparará com o seguinte cenário:

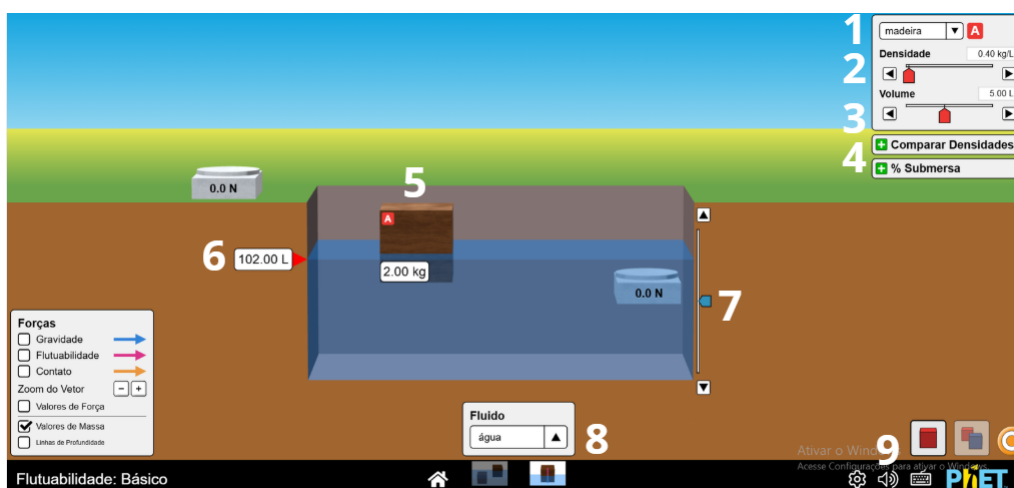
Atenção: Clique em "Explorar" e NÃO em "Comparar". Após clicar em explorar, a seguinte interface irá aparecer: Nessa interface, podemos encontrar os seguintes elementos:



Flutuabilidade: Básico



Comparar



1. Aqui, você pode alterar o material do cubo. Esse botão é irrelevante para o experimento, já que você pode alterar as propriedades de outras maneiras melhores.
2. Aqui, você pode alterar a densidade do cubo como preferir.
3. Aqui, você pode alterar o volume do cubo como preferir.
4. Ao apertar cada um desses botões "+", novas informações sobre a simulação serão mostradas a você. Elas são a densidade do líquido utilizado e a porcentagem de volume do cubo que está submersa. É recomendável que você deixe essas abas abertas durante todo o experimento.
5. Este é o cubo utilizado na simulação. Você pode movê-lo como quiser ao longo do espaço da simulação, segurando-o com o cursor do computador. Perceba também que a massa do cubo é informada dentro de um espaço branco localizado no canto inferior esquerdo.
6. Este espaço em branco mostra o volume da água presente somado com qualquer volume submerso.
7. Neste espaço, você pode alterar a altura da balança, que está presa à parede. Você pode fazer isso movendo a seta azul com o cursor ou apertando nos botões em formato de seta.
8. Aqui, você pode escolher o líquido que será utilizado na simulação. É importante destacar que cada líquido possui densidades diferentes, porém possui o mesmo volume.



9. Ao apertar este botão abaixo do número 9, você pode desativar o som da simulação, se assim preferir.

O simulador apresenta diversos outros botões e opções, mas esses outros recursos não são relevantes ao experimento.

Parte A: Uso da balança

Agora, vamos analisar o papel da balança na nossa simulação. Considere a balança como um paralelepípedo. Durante esta parte, você pode variar os valores da densidade e do volume do cubo conforme achar melhor. Porém, use água como seu líquido!

A partir de agora, sempre deixe o cubo diretamente acima da balança. Certifique-se de que eles realmente estejam em contato, pois isso será importante. Além disso, considere que o volume submerso se refere apenas ao volume do cubo e não ao da balança.

Item A.1

(2 pontos)

Registre a força de contato medida pela balança (Normal) para diferentes valores de volume submerso em uma tabela. Lembre-se de manter o volume e a densidade do cubo constantes ao longo de suas medidas.

F (N)	V_S (L)

Tabela: $F \times V_S$

Item A.2

(5 pontos)

Faça um gráfico com os dados anteriores. Por meio do método gráfico ou uma regressão linear, determine os coeficientes da reta.

Item A.3

(2 pontos)

Nos últimos itens, nós verificamos que a relação entre as grandezas é linear nas condições mostradas. Agora, demonstre esse resultado teoricamente e encontre a força de contato em função dos parâmetros da simulação. O seu resultado é condizente com os coeficientes encontrados no item anterior?

Agora que sabemos a fórmula para tal força, podemos analisar uma outra dependência interessante. A partir de agora, mantenha a altura da balança constante e escolha uma altura de forma que, *para qualquer volume*, o cubo ainda se mantenha entre a água e o ar, sem estar completamente em um meio nem no outro.

Item A.4

(5 pontos)

Mantendo a densidade do cubo constante, registre medidas da força de contato para diferentes valores do volume cubo.

F (N)	V (L)

Tabela: $F \times V$



Item A.5

(5 pontos)

Com base na equação teórica encontrada no item A.3, linearize seus dados da maneira que achar mais conveniente e registre seus novos dados linearizados em uma tabela.

$f(F)$	$g(V)$

Tabela: $f(F) \times g(V)$

Item A.6

(3 pontos)

Por meio de uma regressão linear ou pelo método gráfico, encontre os coeficientes da linearização feita. Mostre que eles são condizentes com o esperado pelo seu desenvolvimento teórico anterior.

3 Analisando difrações

Introdução

Neste experimento, vamos estudar a difração da luz em diferentes contextos. Para isso, vamos analisar fotos de um experimento de difração realizado presencialmente, sem o uso de simuladores.

Apresentando o experimento

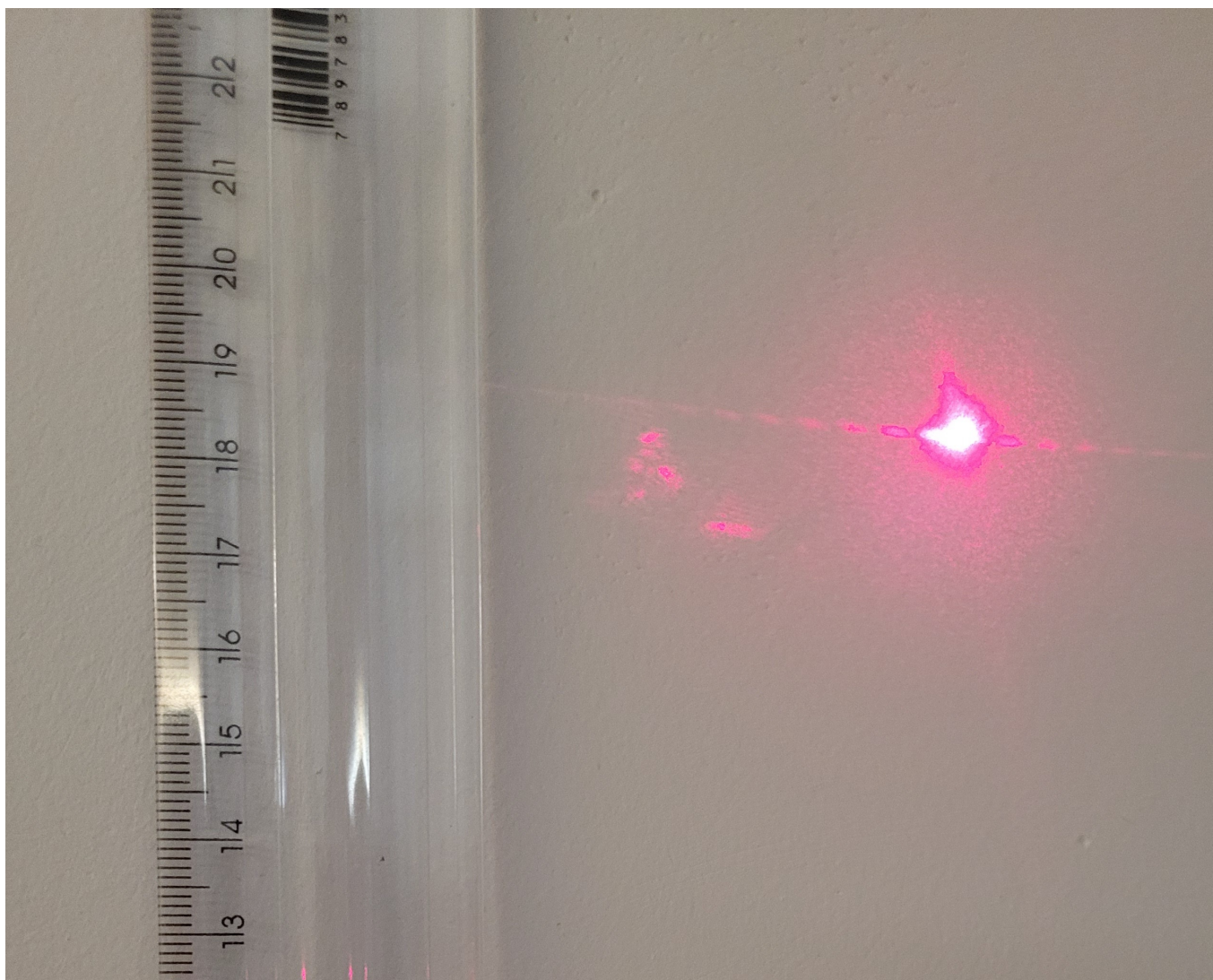
Como dito, não será necessário o uso de simuladores neste experimento, pois você apenas terá que analisar as fotos presentes. Em todas as fotos, desconsidere efeitos de paralaxe e possíveis imprecisões causadas pelo ângulo em que a foto foi tirada.

Em todas as fotos, uma régua aparece. Ela possui marcações principais em cm, mas também marcações menores para medir mm.

Em todos os experimentos, assuma que a distância da fonte até o anteparo é $D = 50\text{cm}$ e que o laser possui um comprimento de onda de $\lambda = 650\text{nm}$

Parte A: Um fio de cabelo

Nesta parte, vamos analisar a difração da luz em um fio de cabelo. Aqui está a foto que será analisada:



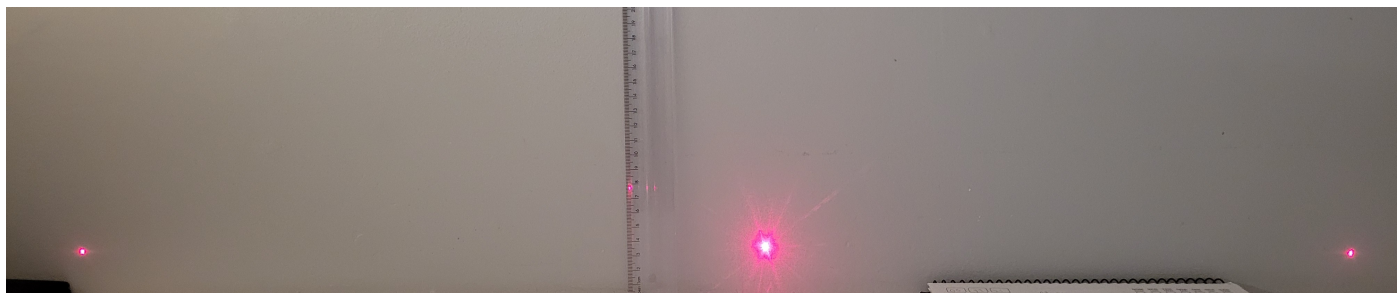
Item A.1

(6 pontos)

Estime o diâmetro do fio de cabelo por meio de medidas na imagem. Lembre-se de detalhar seu desenvolvimento teórico e seu procedimento experimental, além de buscar maneiras de tornar seu resultado mais preciso. Se achar necessário, faça uma tabela de dados relevantes.

Parte B: Redes de difração

Nesta parte, lidaremos com uma rede de difração. A foto relacionada com a rede de difração é esta:





Talvez seja útil saber que o comprimento do pedaço da régua que aparece nesta imagem é de aproximadamente 20,1cm, caso você não consiga vê-lo bem.

Item B.1

(6 pontos)

Estime o número de linhas por mm nessa rede de difração. Lembre-se de detalhar seu desenvolvimento teórico e seu procedimento experimental, além de buscar maneiras de tornar seu resultado mais preciso. Se achar necessário, faça uma tabela de dados relevantes.

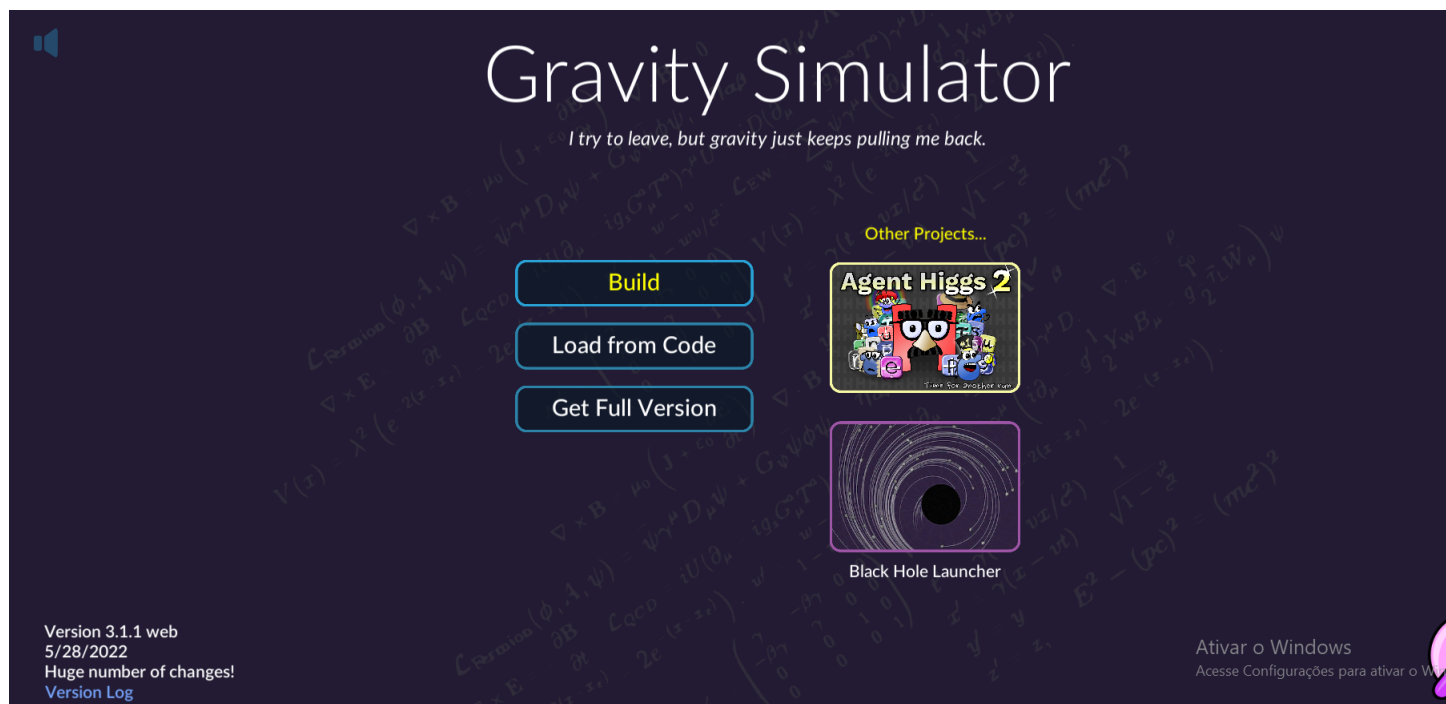
4 Encontrando padrões em um sistema de 3 corpos

Introdução

Neste experimento, vamos desvendar padrões em um sistema gravitacional de 3 corpos, que é conhecido por ser caótico. Ou seja, mudanças ínfimas nas condições iniciais podem gerar comportamentos completamente diferentes nesta simulação. Porém, ainda podemos fazer ricas análises destes sistemas!

Apresentando o simulador

Para realizar o experimento, utilizaremos um simulador criado pela "TestTubeGames", que você pode acessar clicando [aqui](#). Assim que você acessar o simulador, se deparará com o seguinte cenário:



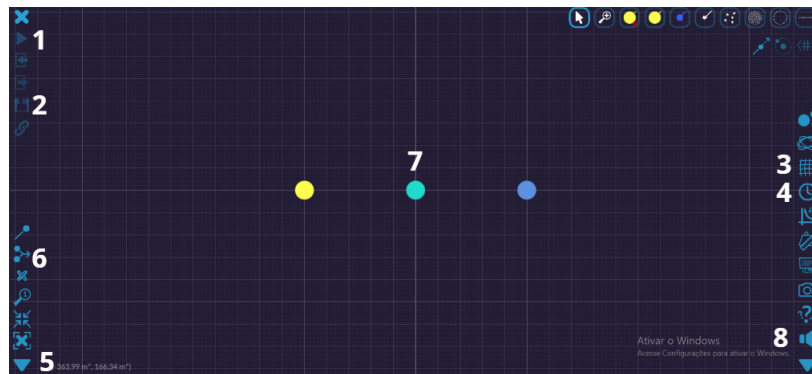
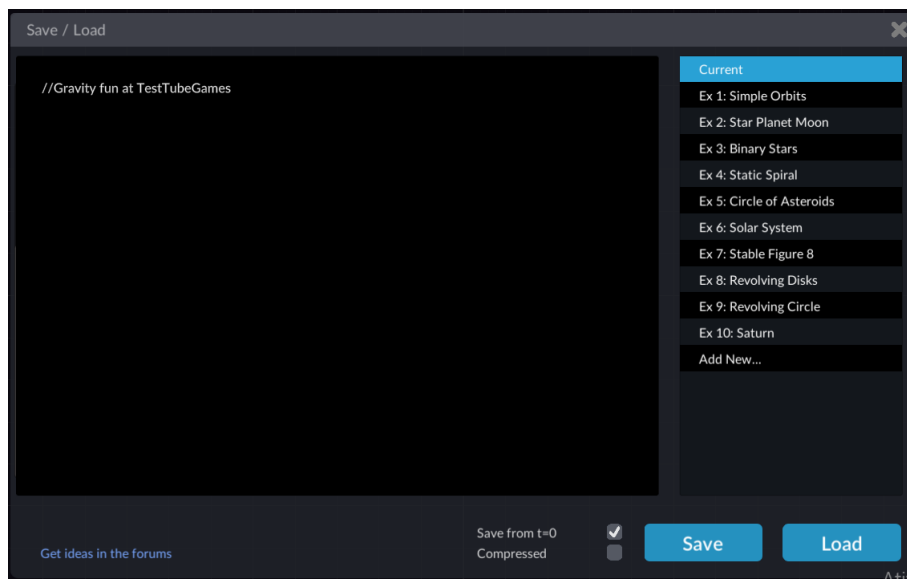
Aperte em "Load from Code" para continuar. Ao fazer isso, você irá se deparar com a seguinte tela:

Nessa tela, aperte em "Ex 7: Stable Figure 8" e depois em "Load". Após isso, vamos finalmente entrar na simulação:

1. Neste botão, você paralisa a simulação. Ao apertá-lo novamente, a simulação volta de onde parou.
2. Ao apertar este botão, você retorna a uma tela que comentamos anteriormente. Aperte em "Ex 7: Stable Figure 8" e depois em "Load" para reiniciar a simulação. **ATENÇÃO:** Se você pausar a simulação e depois



Olimpíada Brasileira Online de Física Experimental



fizer esse processo para reiniciá-la, a sua simulação irá *começar pausada*. Isso é essencial para algumas partes deste experimento, que envolvem mudanças nas condições iniciais do sistema.

3. Por meio dessa opção, é possível alterar o "zoom" da simulação.
4. Por meio dessa opção, é possível medir o tempo da simulação, mudar a velocidade da simulação e fazer a simulação progredir "em reverso". Algumas dessas funções podem ser essenciais para o experimento.
5. Ao apertar neste botão, alguns botões aparecem acima dele.
6. Ao passar o cursor sobre esse botão, você pode ver se a simulação está no modo "Merge On" ou no modo "Ghost Mode". É essencial realizar a parte B deste experimento com o seu simulador no modo "Merge On". Você pode alternar entre modos apertando neste botão.
7. Apertando em um planeta, é possível ver algumas de suas propriedades.
8. Neste botão, é possível desligar o volume da simulação, caso você queira fazer isso.

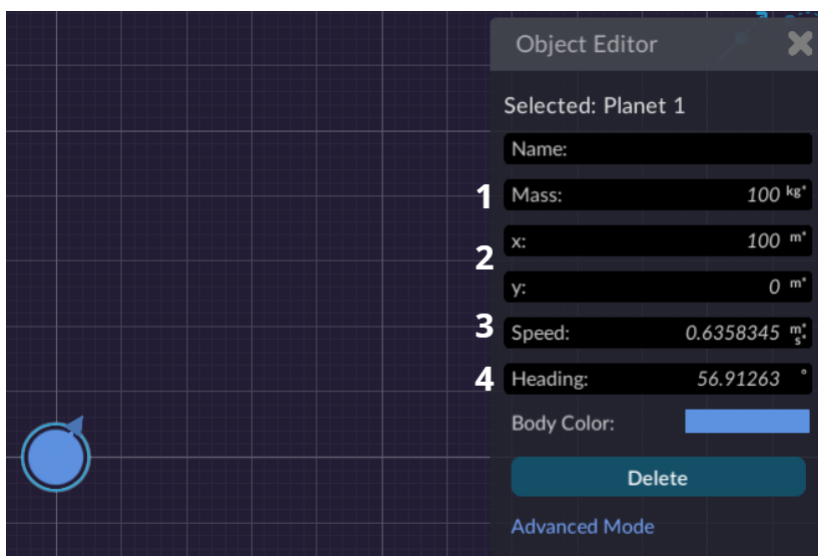
É importante que você evite apertar nos botões que não foram destacados, pois esses podem atrapalhar seu experimento.

Este simulador usa um sistema de unidades diferentes. Não será relevante ao experimento entender esse novo sistema de unidades, mas você precisa escrever respostas literais nesta unidade.

Ao clicar em um planeta, a seguinte interface aparecerá:

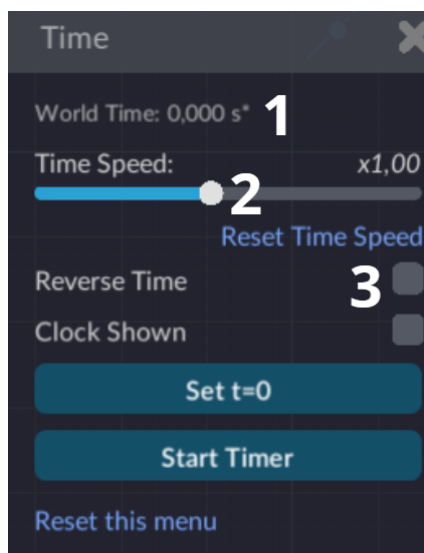


Olimpíada Brasileira Online de Física Experimental



1. Aqui, é mostrada a massa do planeta, em kg^* . Perceba que, ao clicar neste espaço, é possível reescrever a massa do planeta.
2. Nesta área, são mostradas as coordenadas horizontais (x) e verticais (y) em unidades de m^* .
3. Aqui, é mostrado a velocidade do planeta no instante da medida, em m^*/s^* . Perceba que ao clicar neste espaço, é possível reescrever a velocidade do planeta.

Analogamente, ao apertar o botão sinalizado como 4, você se depara com a interface:



1. "World time" significa o tempo passado desde do começo da simulação, que está sendo medido em s^*
2. Ao mover esse círculo com seu cursor, você pode alterar a velocidade da simulação.
3. Ao apertar esse botão, a simulação irá progredir "em reverso". Ou seja, irá "voltar no tempo".

Parte A: Uma solução estável?

Vamos estudar a simulação sem fazer nenhuma modificação nas propriedades dos planetas. Ou seja, vamos analisar os movimentos em formato de 8 feito pelos mesmos. Essa parte teve inspiração em uma incrível



Olimpíada Brasileira Online de Física Experimental



questão criada por Maté Vigh e Jaan Kaalda.

Item A.1

(4 pontos)

Mostre que os momentos linear e angular do sistema são nulos, por meios teóricos. Verifique se isso ocorre no simulador, calculando explicitamente os momentos linear e angular por meio de dados.

Nos próximos itens, vamos lidar com medições de tempo. Lembre-se de medir intervalos de tempo por meio do próprio simulador, tirando medidas em s^* .

Item A.2

(2 pontos)

Faça medidas acerca do período do sistema (tempo até um corpo voltar à sua posição original). Registre suas medidas em uma tabela e calcule o período médio.

T_1 (s)	T_2 (s)	...	T_n (s)	$T_{\text{médio}}$ (s)

Tabela: Medidas de período

Item A.3

(6 pontos)

Sejam O o ponto que sinaliza o centro do sistema (que, neste caso, equivale à origem) e P_1 e P_2 os outros dois pontos que estão no eixo de simetria da figura em formato de 8. Calcule o tempo que demora até que o planeta da esquerda chegue em O e o tempo que o planeta à direita demora até chegar no ponto P_1 , se o ponto P_1 está mais próximo dele do que P_2 , a partir das posições destes planetas no começo da simulação. Faça tudo por meios teóricos. Não confunda direções: caso tenha dúvida, o planeta que está a direita possui coordenada horizontal positiva.

Item A.4

(3 pontos)

Faça medidas do tempo que demora para o planeta da esquerda chegar no ponto O . Registre suas medidas em uma tabela e calcule o tempo médio. O seu resultado é compatível com o calculado em A.3?

t_1 (s)	t_2 (s)	...	t_n (s)	$t_{\text{médio}}$ (s)

Tabela: Medidas de tempo até O

**Item A.5****(3 pontos)**

Faça medidas do tempo que demora para o planeta da direita chegar no ponto P_1 . Registre suas medidas em uma tabela e calcule o tempo médio. O seu resultado é compatível com o calculado em A.3?

t_1 (s)	t_2 (s)	...	t_n (s)	$t_{\text{médio}}$ (s)

Tabela: Medidas de tempo até P_1

Parte B: Modelo "Merge" e análise do caos

Garanta que nessa parte o seu simulador está no modo "Merge", pois isso será essencial. Nesse modelo, ao mudarmos um pouco as propriedades de um dos planetas, os planetas se movimentam por um tempo até fundirem em um planeta maior, que chamaremos de "planeta final". Considere que durante esse processo de fusão, momento ainda é conservado.

Ao fazer qualquer mudança nas propriedades do planeta, garanta que você fez isso com o simulador parado e antes de ele começar.

Durante toda essa parte, mude apenas as propriedades do planeta no centro.

Perceba que as velocidades dos outros problemas v_p possuem módulo e sentido iguais no começo da simulação. Por fim, durante essa parte, você terá que medir velocidades. Sempre meça elas com 3 algarismos significativos (com um deles sendo o duvidoso), para facilitar suas medidas, apesar de você ter acesso a mais.

Item B.1**(3 pontos)**

Sejam m' e v' as novas massas e velocidades do planeta localizado no centro (assuma que as velocidades mantenham suas direções), antes da simulação começar. Determine a massa e velocidade do "planeta final", por meios teóricos, em função das massas e velocidades dos planetas iniciais.

Agora, suponha que você não conheça o valor de v_p e deseje obtê-lo por meio de uma regressão. Lembre-se que a massa inicial dos planetas ainda é conhecida.

Item B.2**(7 pontos)**

Mantendo a velocidade do planeta do centro a mesma que originalmente, varie a massa do planeta do centro e meça a velocidade do "planeta final". Registre seus resultados em uma tabela. Talvez seja útil definir um sentido para poder diferenciar velocidades positivas de velocidades negativas.

v_f (m/s)	m' (kg)

Tabela: v_f x m'



Item B.3

(7 pontos)

Linearize os seus dados da tabela anterior. Por meio de uma regressão entre os dados, determine v_p

$f(v_f)$	$g(m')$

Tabela: $v_f \times g(m')$

Item B.4

(9 pontos)

Mantendo a massa do planeta do centro a mesma que originalmente, varie a velocidade do planeta do centro e meça a velocidade do "planeta final". Registre seus resultados em uma tabela.

v_f (m/s)	v' (m/s)

Tabela: $v_f \times v'$

Agora, suponha novamente que você não conheça o valor de v_p e deseje obtê-lo por meio de uma regressão.

Item B.5

(4 pontos)

Por meio de uma regressão entre seus dados, obtenha v_p .

5 Solução

5.1 Cinemática de uma captura

Parte A: Lançamento oblíquo

Solução A.1

Fazendo a tabela:

Tabela: $y \times x$



$y(\text{m})$	$x \text{ (m)}$
0,00	0
1,95	4
3,80	8
5,55	12
7,20	16
8,75	20
10,20	24
11,55	28
12,80	32
13,95	36
15,00	40
15,95	44
16,80	48
17,55	52
18,20	56
18,75	60
19,20	64
19,55	68
19,80	72
19,95	76
20,00	80
19,95	84
19,80	88
19,55	92
19,20	96
18,75	100

Solução A.2

A equação de uma parábola é da forma:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Como $y = 0$ em $x = 0$, o termo c é nulo neste caso. Se dividirmos ambos os lados por x , obtemos:

$$\frac{y}{x} = ax + b$$

Logo, y/x varia linearmente com x . Essa será a linearização que usaremos, porém saiba que existem outras maneiras.

Fazendo uma tabela com os novos dados linearizados, obtemos:

Tabela: $y/x \times x$



y/x	x (m)
0,4875	4
0,4750	8
0,4625	12
0,4500	16
0,4375	20
0,4250	24
0,4125	28
0,4000	32
0,3875	36
0,3750	40
0,3625	44
0,3500	48
0,3375	52
0,3250	56
0,3125	60
0,3000	64
0,2875	68
0,2750	72
0,2625	76
0,2500	80
0,2375	84
0,2250	88
0,2125	92
0,2000	96
0,1875	100

Fazendo uma regressão entre os dados obtemos:

$$\begin{aligned} Y &= A + BX \\ B &= -3,13 \cdot 10^{-3} \\ A &= 0,5 \end{aligned}$$

Além disso, obtemos que os dados possuem uma ótima correlação linear, o que confirma que essa a trajetória realmente é parabólica.

Parte B: Curva de perseguição

Solução B.1

Em um referencial que também cai com a aceleração da g , o movimento que o projétil percorre é um MRU, enquanto o animal fica está parado. Logo, a separação entre os dois corpos(r) diminui linearmente com o tempo:

$$r = r_0 - vt$$



Solução B.2

As medidas foram feitas buscando variar y' a cada 5m. Assim, fica muito mais fácil estimar y' corretamente. Fazendo a tabela:

Tabela: $y' \times y \times x \times r \times t$

y'	y	x	r	t
40	0	0	107,7	0
35	8,3	33	72,12	0,99
30	8,87	46,67	57,36	1,40
25	8,10	57,67	45,58	1,73
20	6,73	66,33	36,19	1,99
15	4,69	75	27,04	2,25
10	2,65	81,67	19,75	2,45
5	0,09	88,67	12,35	2,66
0	-2,31	94,33	6,122	2,83

Solução B.3 Fazendo a regressão entre os dados, obtemos:

$$\begin{aligned} Y &= A + BX \\ B &= -35,9 \cdot 10^{-3} \\ A &= 108 \end{aligned}$$

Então, a velocidade relativa entre os corpos vale 35,9m/s. É previsto que a velocidade relativa é uma constante, que é a velocidade original do projétil. Podemos calcular a velocidade no começo do movimento:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{13,33^2 + 33,33^2} \approx 35,9\text{m/s} \quad (1)$$

Ou seja, nosso resultado é coerente com o resultado com o esperado.



Marking Scheme

Parte A — 10.0 pts	Pts
A.1 - Por corretamente apresentar a tabela, destacando unidades e o que significa as quantias de cada eixo.	1.0
A.1 - Por corretamente tomar uma quantidade aceitável de medidas. Será dado pontuação cheia para tabelas com 10 medidas ou mais. Se o aluno fizer menos de 10 medidas, será descontado um 0,4 pontos por medida faltante.	4.0
A.2 - Corretamente encontrar uma maneira de se realizar a linearização.	1.0
A.2 - Por corretamente apresentar os dados linearizados em uma tabela. Se o aluno fizer menos de 10 medidas, será descontado um 0,4 pontos por medida faltante.	4.0
Parte B — 8.0 pts	Pts
B.1 - Por descrever corretamente como estimou a posição do animal.	1.0
B.1 - Pontuação cheia será fornecida para quem fizer 5 medidas ou mais por quantidade. Será descontado 1,0 pontos para cada linha de medida faltante. Se o aluno não escreveu as medidas de algum dos colunas, pontos também serão descontados.	5.0
B.2 - Por obter corretamente os coeficientes da reta.	1.5
B.2 - Por mostrar que o resultado é condizente com o valor da velocidade inicial do projétil.	0.5
TOTAL	18.0

5.2 Hidrostática e balanças

Parte A: Uso da balança

Solução A.1



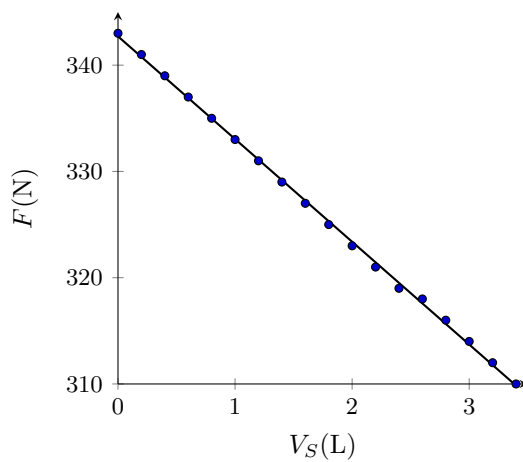
Fazendo a tabela:

Tabela: $F \times V_s$

$F(\text{N})$	$V_s(\text{L})$
343	0,00
341	0,200
339	0,40
337	0,60
335	0,80
333	1,00
331	1,20
329	1,40
327	1,60
325	1,80
323	2,00
321	2,20
319	2,40
318	2,60
316	2,80
314	3,00
312	3,20
310	3,40

Solução A.2 Fazendo o gráfico e realizando a regressão:

Gráfico: $F \times V_s$



$$\begin{aligned} Y &= A + BX \\ B &= -9,8 \\ A &= 343 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$



Solução A.3 Podemos escrever a equação de equilíbrio:

$$mg = \rho_a ghA + F$$

Onde $\rho_a ghA$ é o termo da força de empuxo. Perceba que h é a altura submersa, A é área de uma face do cubo e ρ_a é a densidade da água. Assim, podemos escrever:

$$F = g(m - \rho_a hV^{2/3})$$

Nós podemos facilmente encontrar h como o volume submerso dividido pela área de uma face do cubo. Nos próximos itens, h será uma constante.

Solução 1.4 Fazendo a tabela:

Tabela: $F \times V$

$F(N)$	$V(L)$
90.0	1,00
136.4	1,50
183.0	2,00
229.8	2,50
276.7	3,00
323.7	3,50
370.8	4,00
417.9	4,50
465.1	5,00
512.3	5,50
559.6	6,00
606.8	6,50
654.1	7,00
701.5	7,50
748.8	8,00
796.2	8,50
843.5	9,00
890.9	9,50
938.3	10,0

Solução A.5 A equação teórica em função do volume fica:

$$F = g(\rho V - \rho_a hV^{2/3})$$

Assim, ao dividir por V , a expressão fica:

$$\frac{F}{V} = g(\rho - \rho_a hV^{-1/3})$$

Assim, F/V é linear com $V^{-1/3}$. Fazendo uma tabela com os dados linearizados:



Tabela: Dados linearizados

$F/V(\text{N/L})$	$V^{-1/3}(\text{L}^{-1/3})$
90,0	1,00
90,9	0,874
91,5	0,794
91,9	0,737
92,2	0,693
92,5	0,659
92,7	0,630
92,9	0,606
93,0	0,585
93,1	0,567
93,3	0,550
93,4	0,536
93,4	0,523
93,5	0,511
93,6	0,500
93,7	0,490
93,7	0,481
93,8	0,472
93,8	0,464

Solução A.6 Fazendo um regressão entre os dados, obtêm-se:

$$\begin{aligned} Y &= A + BX \\ B &= -0,14 \\ A &= 13,6 \end{aligned}$$

OBSERVAÇÃO: A regressão foi feita considerando mais casas decimais na tabela linearizada. Fazer com menos dígitos implicaria em resultados menos preciso, apesar disso ser o mais comum de se fazer durante a prova.



Marking Scheme

Parte A — 22.0 pts	Pts
A.1 - Por corretamente tomar uma quantidade aceitável de medidas. Será dado pontuação cheia para tabelas com 10 medidas ou mais. Se o aluno fizer menos de 10 medidas, será descontado um 0,2 pontos por medida faltante.	2.0
A.2 - Por corretamente apresentar o gráfico, destacando unidades e o que significa as quantias de cada eixo.	0.5
A.2 - Por corretamente fazer o gráfico. Será descontado 0,5 pontos para cada ponto apresentado no gráfico, com pontuação máxima de 5 pontos.	5.0
A.2 - Por encontrar os coeficientes da reta.	0.5
A.3 - Por corretamente encontrar a equação	1.5
A.3 - Por mostrar que é condizente com os coeficientes encontrados.	0.5
A.4 - Por corretamente apresentar a tabela, destacando unidades e o que significa as quantias de cada coluna.	1.0
A.4 - Por corretamente tomar uma quantidade aceitável de medidas. Será dado pontuação cheia para tabelas com 10 medidas ou mais. Se o aluno fizer menos de 10 medidas, será descontado um 0,4 pontos por medida faltante.	4.0
A.5 - Corretamente encontrar uma maneira de se realizar a linearização.	1.0
A.5 - Por corretamente apresentar os dados linearizados em uma tabela. Se o aluno fizer menos de 10 medidas, será descontado 0,4 pontos por medida faltante.	4.0
A.6 - Por encontrar os coeficientes	2.0
A.6 - Por mostrar que eles são condizentes com o esperado	1.0
TOTAL	22.0

5.3 Analisando difrações

Parte A: Um fio de cabelo

Solução A.1

A fórmula que determina os mínimos dessa difração é:

$$d \sin \theta = m \lambda$$

Onde λ é o comprimento de onda, d é o diâmetro buscado, θ é o ângulo que localiza o mínimo e m é um inteiro. Seja y a distância de um mínimo com respeito ao máximo central. Porém, em aproximação, podemos dizer que a diferença entre dois mínimos é a mesma que a entre dois máximos. Assim, vamos fazer medidas com respeito a máximos, por eles serem mais fáceis de visualizar.

O ângulo θ é tal que:

$$\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{y^2 + D^2}}$$

Não há problema em aproximar tal valor para a $\tan \theta$, caso o estudante tenha feito isso.

Precisamos medir as posições dos máximos com respeito ao máximo central. Para isso, a maneira mais sugerida é utilizar uma régua. É possível definir um aumento A como a razão entre 1cm marcado na régua e o espaçamento desse 1cm na figura, medido por uma régua. Assim, para encontrarmos tais posições, basta



medir os mínimos com respeito centro utilizando uma régua e depois multiplicar pelo aumento para obter as distâncias reais.

Analisar mais máximos aumenta a precisão do método. Ainda mais se você medir os máximos de ambos os lados do máximo central e fazer uma média entre eles.

Um exemplo de tabela possível seria:

m	$y_{\text{médio}}(\text{cm})$
1	0,54
2	0,96
3	1,38

Assim, obtemos o seguinte valor de d :

$$d \approx 77,38 \cdot 10^{-6} \text{m}$$

Parte B: Redes de difração

Solução B.1

A fórmula que determina os máximos dessa difração é:

$$d \sin \theta = m \lambda$$

Onde λ é o comprimento de onda, d é o diâmetro buscado, θ é o ângulo que localiza o máximo e m é um inteiro, de forma que $m = 0$ é o máximo central, $m = 1$ é o próximo máximo e assim por diante. Seja y a distância de um máximo com respeito ao máximo central. O ângulo θ é tal que:

$$\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{y^2 + D^2}}$$

Não há problema em aproximar tal valor para a $\tan \theta$, caso o estudante tenha feito isso.

Precisamos medir as posições dos máximos com respeito ao máximo central. Para isso, a maneira mais sugerida é utilizar uma régua. É possível definir um aumento A como a razão entre 1cm marcado na régua e o espaçamento desse 1cm na figura, medido por uma régua. Assim, para encontrarmos tais posições, basta medir os máximos com respeito centro utilizando uma régua e depois multiplicar pelo aumento para obter as distâncias reais.

Para aumentar a precisão do nosso método, vamos medir a posição dos 2 máximos visíveis e fazer uma média entre elas. Utilizando a fórmula para calcular d , obtêm-se:

$$d \approx 1,041 \cdot 10^{-6} \text{m}$$

Ou seja, a cada 1mm, existem aproximadamente 1041 fendas na rede (1041linhas/mm), de acordo com nossas medidas. O valor verdadeiro é 1000linhas/mm.



Marking Scheme

Parte A — 6.0 pts	Pts
A.1 - Por detalhar corretamente o procedimento usado, incluindo descrever a análise teórica.	2.5
A.1 - Por fazer 6 medidas(se você pegou dois valores para encontrar uma média, isso será considerado 2 medidas). Será descontado 0,5 pontos por cada medida faltante.	3.0
A.1 - Por encontrar um valor entre 40mm e 115mm.	0,5
Parte B — 6.0 pts	Pts
B.1 - Por detalhar corretamente o procedimento usado, incluindo descrever a análise teórica.	4.5
B.1 - Por corretamente tirar medidas acerca dos dois máximos visíveis.	1.0
B.1 - Por encontrar um valor entre 800linhas/mm e 1200linhas/mm	0.5
TOTAL	12.0

5.4 Encontrando padrões em um sistema de 3 corpos

Parte A: Uma solução estável?

Solução A.1 Imagine um sistema que contém os 3 corpos analisados. Se o sistema tivesse um momento linear resultante, o mesmo se moveria com o passar do tempo, algo que não ocorre na simulação. Podemos confirmar isso no simulador: no começo da simulação, é possível ver que o momento do planeta central se cancela perfeitamente com a soma dos momentos dos planetas não centrais.

Analogamente, a figura de 8 não rotaciona, então o momento angular do sistema é nulo. Para confirmar isso, vamos definir nosso sistema de coordenadas da mesma que no simulador. O momento angular do planeta central será nulo, enquanto o momento angular dos outros planetas terão seus sentidos opostos. Porém, o módulo de ambos vale $mrsen\theta$, então ambos se cancelam, como esperado.

Solução A.2 Utilizando as opções envolvendo medidas de tempo apresentadas anteriormente, podemos realizar medidas extremamente precisas. Uma estratégia pode ser, por exemplo, desacelerar o tempo perto do destino do planeta. Porém, o estudante pode fazer o experimento sem essas opções, aumentando a precisão realizando muitas medidas. Aqui está um exemplo de tabela:

Tabela: Medidas de período

$T_1(s^*)$	$T_2(s^*)$	$T_3(s^*)$	$T_4(s^*)$	$T_5(s^*)$	$T_6(s^*)$	$T_7(s^*)$	$T_8(s^*)$	$T_9(s^*)$	$T_{10}(s^*)$	$T_{\text{médio}}(s^*)$
632,640	632,610	632,572	632,600	632,590	632,600	632,580	632,630	632,600	632,600	632,602

Solução A.3

Aqui, vale a pena explorarmos a simetria da situação. Por simetria, o tempo que um planeta demora para chegar na atual posição do próximo planeta(na ordem do movimento) é de $T/3$.

Porém, também existe simetria acerca do caminho da trajetória. Para percorrer metade da trajetória, o tempo é $T/2$. Porém, sabemos que o planeta do centro demora $T/3$ para chegar no planeta da esquerda,



ao mesmo tempo que demora $T/2$ para voltar ao meio. Assim, o tempo para o planeta da esquerda chegar no centro é $T/2 - T/3 = T/6$.

Analogamente, o tempo do planeta da direita chegar em P_1 somado com o tempo de andar $1/4$ da órbita (que é $T/4$) deve resultar em $T/3$ (tempo até chegar no centro). Assim, o tempo buscado é $T/3 - T/4 = T/12$.

Solução A.4 Utilizando as opções envolvendo medidas de tempo apresentadas anteriormente, podemos realizar medidas extremamente precisas. Uma estratégia pode ser, por exemplo, desacelerar o tempo perto do destino do planeta. Porém, o estudante pode fazer o experimento sem essas opções, aumentando a precisão realizando muitas medidas. Aqui está um exemplo de tabela:

Tabela: Tempo até O

$t_1(s^*)$	$t_2(s^*)$	$t_3(s^*)$	$t_4(s^*)$	$t_5(s^*)$	$t_6(s^*)$	$t_7(s^*)$	$t_8(s^*)$	$t_9(s^*)$	$t_{10}(s^*)$	$t_{\text{médio}}(s^*)$
105,452	105,76	105,68	105,28	105,2	105,28	105,6	105,52	105,2	105,28	105,425

Como esperado, o tempo médio vale aproximadamente $T/6 = 105,433s^*$.

Solução A.5 Utilizando as opções envolvendo medidas de tempo apresentadas anteriormente, podemos realizar medidas extremamente precisas. Uma estratégia pode ser, por exemplo, desacelerar o tempo perto do destino do planeta. Porém, o estudante pode fazer o experimento sem essas opções, aumentando a precisão realizando muitas medidas. Aqui está um exemplo de tabela:

Tabela 5: Valores de tempo até P_1

$t'_1(s^*)$	$t'_2(s^*)$	$t'_3(s^*)$	$t'_4(s^*)$	$t'_5(s^*)$	$t'_6(s^*)$	$t'_7(s^*)$	$t'_8(s^*)$	$t'_9(s^*)$	$t'_{10}(s^*)$	$t'_{\text{médio}}(s^*)$
52,500	54,400	52,800	53,120	52,480	52,160	52,160	53,500	53,120	52,800	52,940

Como esperado, o valor médio é próximo $T/12$.

Parte B: Modelo "Merge" e análise do caos

Solução B.1

A massa do planeta final será simplesmente a massa dos planetas iniciais, já que eles se juntam. Logo, $m_f = 2m + m'$.

Perceba que o momento linear de cada um dos planetas estão contidos em uma mesma direção. Assim, podemos obter v_p conservando o momento:

$$(2m + m')v_f = 2v_p(m - m')$$

Onde definimos o sentido de positivo de v_p quando ele está apontando para o primeiro quadrante (local superior direito). Isolando:

$$v_f = \frac{2v_p(m - m')}{(2m + m')}$$



Solução B.2

Fazendo a tabela:

Tabela: $v_f \times m'$

$v_f(\text{m/s})$	$m'(\text{kg})$
0,254	50,0
0,224	55,0
0,196	60,0
0,168	65,0
0,141	70,0
0,116	75,0
0,0908	80,0
0,0670	85,0
0,0439	90,0
0,0216	95,0
-0,0209	105,0
-0,0410	110,0
-0,0606	115,0
-0,0795	120,0
-0,0978	125,0
-0,116	130,0
-0,133	135,0
-0,150	140,0
-0,166	145,0
-0,182	150,0

Solução B.3



Podemos linearizar os dados por meio da equação encontrada em B.1. Aqui está um exemplo de linearização possível:

$m'(\text{kg*})$	$(2m + m') \cdot v_f(\text{kg * m * /s*})$
50	63,5
55	57,12
60	50,96
65	44,52
70	38,07
75	31,90
80	25,424
85	19,095
90	12,731
95	6,372
105	-6,3745
110	-12,71
115	-19,089
120	-25,44
125	-31,785
130	-38,28
135	-44,555
140	-51
145	-57,27
150	-63,7

Fazendo uma regressão entre os dados:

$$\begin{aligned} Y &= A + BX \\ B &= -1,27 \\ A &= 127 \end{aligned}$$

Por meio da equação teórica, $v_p = -B/2 = 0,635 \text{ m * /s*}$

Solução B.4



Fazendo a tabela:

$v'(\text{m} * / \text{s}*)$	$v_f(\text{m} * / \text{s}*)$
0,50	0,257
0,60	0,224
0,70	0,191
0,80	0,157
0,90	0,124
1,00	0,0906
1,10	0,0572
1,20	0,0239
1,40	-0,0428
1,50	-0,0761
1,60	-0,109
1,70	-0,143
1,80	-0,176
1,90	-0,209

Solução B.5

Fazendo a regressão, obtêm-se:

$$\begin{aligned} Y &= A + BX \\ B &= -0,333 \\ A &= 0,424 \end{aligned}$$

Pela fórmula teórica encontrada, $v_p = 3A/2 = 0,636 \text{ m} * / \text{s}*$.



Marking Scheme

Parte A — 10.0 pts	Pts
A.1 - Pelos resultados teóricos mostrados	3.0
A.1 - Pelos resultados mostrados teoricamente	1.0
A.2 - Por corretamente tomar uma quantidade aceitável de medidas. Métodos mais precisos necessitarão de menos medidas, então o valor mínimo de medidas pode variar.	2.0
A.3 - Por encontrar e mostrar que $t = T/6$	3.0
A.3 - Por encontrar e mostrar que $t' = T/12$	3.0
A.4 - Por corretamente tomar uma quantidade aceitável de medidas. Métodos mais precisos necessitarão de menos medidas, então o valor mínimo de medidas pode variar.	3.0
A.5 - Por corretamente tomar uma quantidade aceitável de medidas. Métodos mais precisos necessitarão de menos medidas, então o valor mínimo de medidas pode variar.	3.0
Parte B — 30.0 pts	Pts
B.1 - Por encontrar m'	1.0
B.1 - Por encontrar v'	2.0
B.2 - Por corretamente tomar uma quantidade aceitável de medidas. Será dado pontuação cheia para tabelas com 10 medidas ou mais. Se o aluno fizer menos de 10 medidas, será descontado um 0,7 pontos por medida faltante.	7.0
B.2 - Por medir um bom "Alcance" de dados. Ou seja, deve-se considerar um alcance que seja grande o suficiente e que inclua tanto aumentos quanto diminuições em relação a massa inicial.	1.0
B.3 - Por corretamente apresentar os dados linearizados em uma tabela. Se o aluno fizer menos de 10 medidas, será descontado 0,7 pontos por medida faltante.	7.0
B.3 - Por encontrar v_p por meio da regressão entre os dados	1.0
B.4 - Por corretamente tomar uma quantidade aceitável de medidas. Será dado pontuação cheia para tabelas com 10 medidas ou mais. Se o aluno fizer menos de 10 medidas, será descontado um 0,8 pontos por medida faltante.	8.0
B.4 - Por medir um bom "Alcance" de dados. Ou seja, deve-se considerar um alcance que seja grande o suficiente e que inclua tanto aumentos quanto diminuições em relação a massa inicial.	1.0
B.5 - Por encontrar os coeficientes da regressão	3.0
B.5 - Por encontrar v_p .	1.0
TOTAL	48.0