

Instruções Gerais

1. Cada aluno deve enviar um arquivo único no formato PDF pelo Classroom da seletiva;
2. O título do arquivo deverá seguir a formatação: “Nº aluno’ - P2”. Por exemplo, se seu número é 19, envie o arquivo com título “19 - P2”;
3. As soluções de duas ou mais questões não podem estar em uma mesma página;
4. No canto superior esquerdo de TODAS as páginas informe: “Nº aluno - Q(Nº questão)”. Por exemplo, “19 - Q1”, e no canto inferior direito informe o número da página, por exemplo, “p.1”;
5. A duração da prova é de 3 (três) horas e meia e o tempo extra para escanear é de 20 (vinte) minutos, sem possibilidade de tempo adicional, a não ser em casos de imprevistos;
6. A prova é composta por 3 questões (totalizando 150 pontos), com as seguintes pontuações: Questão 1 com x pontos, Questão 2 com y pontos e Questão 3 com z pontos;
7. A prova é individual e sem consultas. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada na página 2, assim como no Classroom da seletiva;
8. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas/com acesso a internet;
9. É permitido o uso do software *Paint*, *Paint 3D* e demais equivalentes editores de imagens para fazer edições e marcações nas figuras disponibilizadas;
10. As resoluções das questões, numeradas de 1 a 10, podem ser feitas a lápis (bem escuro) ou caneta e devem ser apresentadas de forma clara, concisa e completa. Faça um retângulo ao redor da resposta de cada item. Recomendamos o uso de borracha, régua e compasso;
11. Você pode utilizar folhas de rascunho para auxiliar no processo de resolução da prova, mas elas não devem ser entregues no formulário.

Instruções Específicas

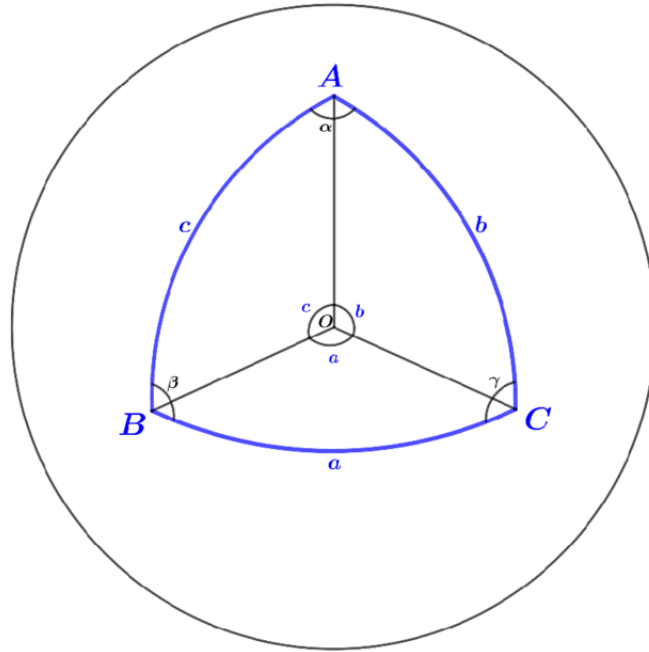
1. Só serão aceitos arquivos em pdf. Em caso de dúvidas, leia o passo a passo da OBA de como escanear suas soluções disponível no Classroom;
2. Os alunos só poderão se comunicar com o fiscal de sua sala por meio do chat da plataforma Zoom. São vedadas quaisquer dúvidas em relação ao conteúdo da prova;
3. Ao terminar a prova, avise o fiscal de sala pelo chat da plataforma Zoom e aguarde por instruções;
4. Os microfones deverão permanecer fechados a todo tempo. O estudante deve manter dois equipamentos conectados a sua sala zoom durante o curso da prova, de forma que possa ser visto durante toda sua duração;
5. O uso de aparelhos celulares ou câmeras fotográficas só são permitidos enquanto o aluno realiza o scan de suas soluções;
6. Para questões em branco, escreva no topo da questão subsequente “Pulei a questão anterior”.

Tabela de Constantes

Massa (M_{\oplus})	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Terra
Raio (R_{\oplus})	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade superficial (g_{\oplus})	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ}27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23\text{h } 56\text{min } 04\text{s}$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74 \text{ mag}$	
Massa (M_{\odot})	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	Sol
Raio (R_{\odot})	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade (L_{\odot})	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta (M_{\odot})	$4,80 \text{ mag}$	
Magnitude Aparente (m_{\odot})	$-26,7 \text{ mag}$	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s^{-1}	
Distância ao Centro Galáctico	$8,5 \text{ kpc}$	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	$+6 \text{ mag}$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 pc	206.265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	Constantes Físicas
Constante Universal dos Gases (R)	$8,314 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	
Massa do Próton	$938,27 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	656 nm	

Formulário

- Para um Triângulo Esférico:



Lei dos senos:

$$\frac{\text{sen}(a)}{\text{sen}(\alpha)} = \frac{\text{sen}(b)}{\text{sen}(\beta)} = \frac{\text{sen}(c)}{\text{sen}(\gamma)}$$

Lei dos cossenos:

$$\cos(a) = \cos(b) \cdot \cos(c) + \text{sen}(b) \cdot \text{sen}(c) \cdot \cos(\alpha)$$

1. **(Família Juventino - 75 pontos)** Todos sabemos que Juventino é um astrônomo extremamente habilidoso. Contudo, um fato menos conhecido é que a família de Juventino está por trás de importantes descobertas astronômicas há séculos.

Um claro exemplo disso é a descoberta da precessão dos equinócios. Embora tal feito seja atribuído a Hiparco, registros históricos apontam que o astrônomo grego frequentemente trocava correspondências com *Juventus Josephus Fonseccus*, um ancestral de Juventino que vivia na República Romana. Foi comprovado de maneira irrefutável que nessas conversas *Juventus* apresentou a ideia da precessão a Hiparco.

Ao analisar os documentos de sua família, Juventino decidiu reconstituir a descoberta da precessão utilizando cartas celestes feitas por seus ancestrais. Para isso, ele utilizou as seguintes imagens:

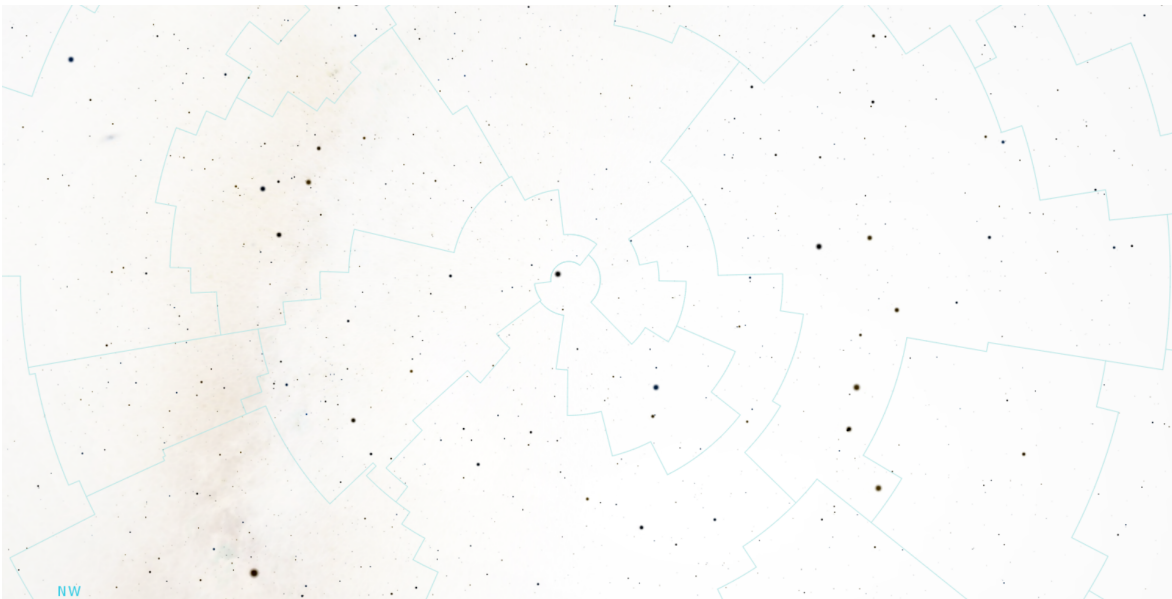
- I. As duas cartas celestes feitas no ano de 450 AC que foram utilizadas por *Juventus Josephus Fonseccus* para descobrir a precessão.



- II. Duas cartas celestes registradas por Don Juvento de La Fonseca no ano de 1200 DC em uma região que hoje faz parte da Espanha.



- III. Duas cartas celestes feitas por Juventinni Fonsechi na Itália no ano 2000 DC. Como Juventinni é um cara mais moderno, ele desenhou os limites oficiais de cada constelação que aparece na carta.



Nos três casos, considere que os registros ocorreram na mesma noite com um intervalo de 4 horas entre a primeira e a segunda carta. Considere também que cada par de cartas corresponde exatamente à mesma região do céu em relação às coordenadas horizontais e que as cartas não foram rotacionadas.

Ignore a nutação e assuma que a posição dos polos eclípticos é fixa na esfera celeste.

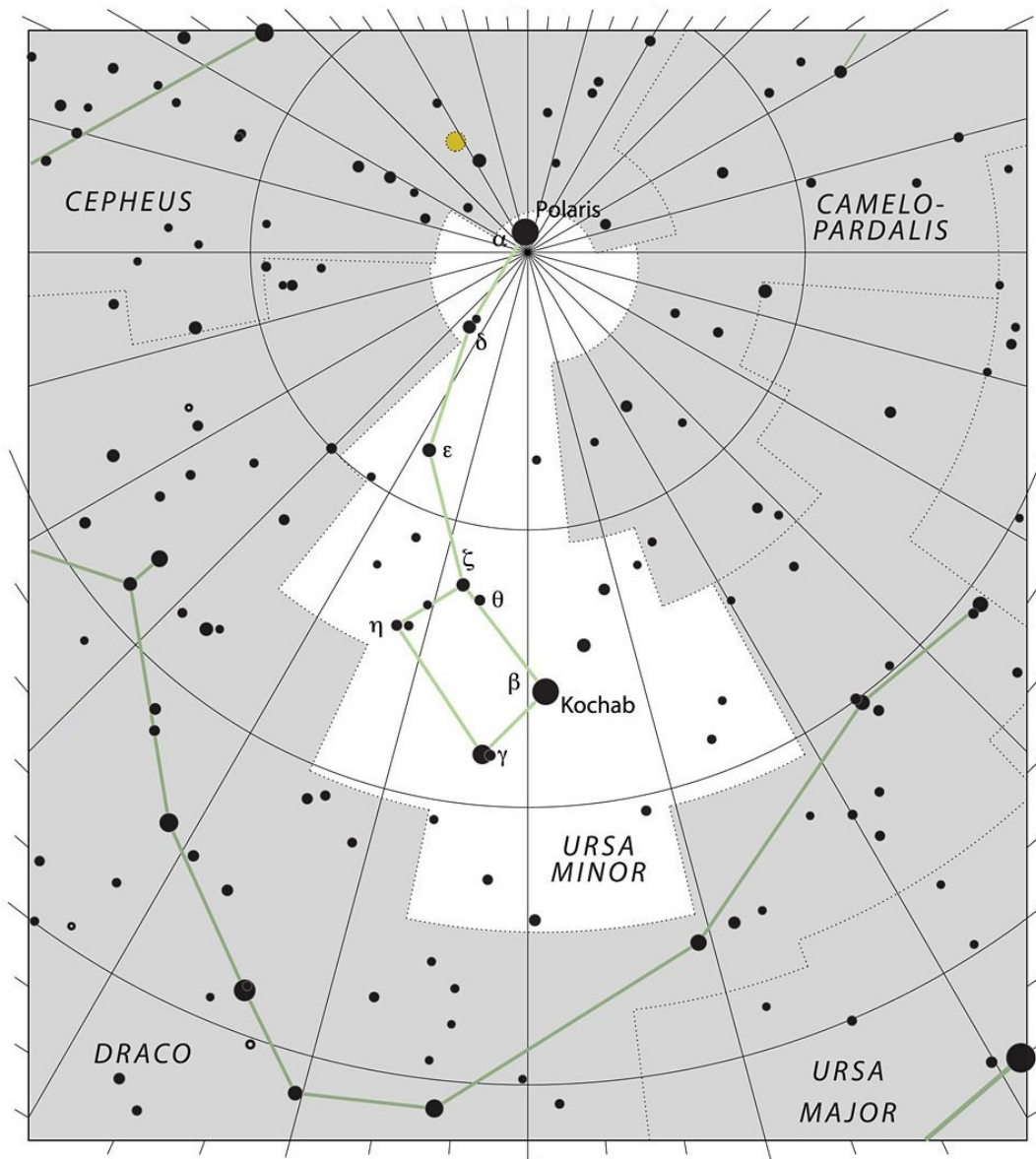
Observação: Com exceção do item A, você deve justificar todas as suas respostas com cálculos.

- (a) **(5 pontos)** Determine a constelação onde se encontra o Polo Eclíptico Norte.
- (b) **(15 pontos)** Com base nas cartas celestes da família de Juventino, determine a abertura, em graus, do cone de precessão da Terra.
- (c) **(25 pontos)** Com base nas cartas celestes da família de Juventino, determine o período de precessão da Terra.

Um dado que pode vir a ser relevante para essa questão é que a declinação de Kochab (β UMi) é igual a aproximadamente $74^\circ N$ atualmente.

É óbvio que Juventino ficaria muito desapontado se algum estudante não conseguisse identificar Kochab, mas ele é muito generoso e não gostaria que ninguém perdesse uma questão inteira apenas por não saber a localização de uma estrela. Por isso, ele decidiu incluir aqui uma carta celeste de Ursa Menor em J2000.0 que ele achou no acervo de sua família.

Juventino é tão bondoso que ele decidiu incluir uma dica nesse item. Caso potenciais imprecisões nas medições gerem alguma dúvida em relação à localização do Polo Eclíptico Norte, saiba que esse ponto está à esquerda de Polaris na carta a seguir.



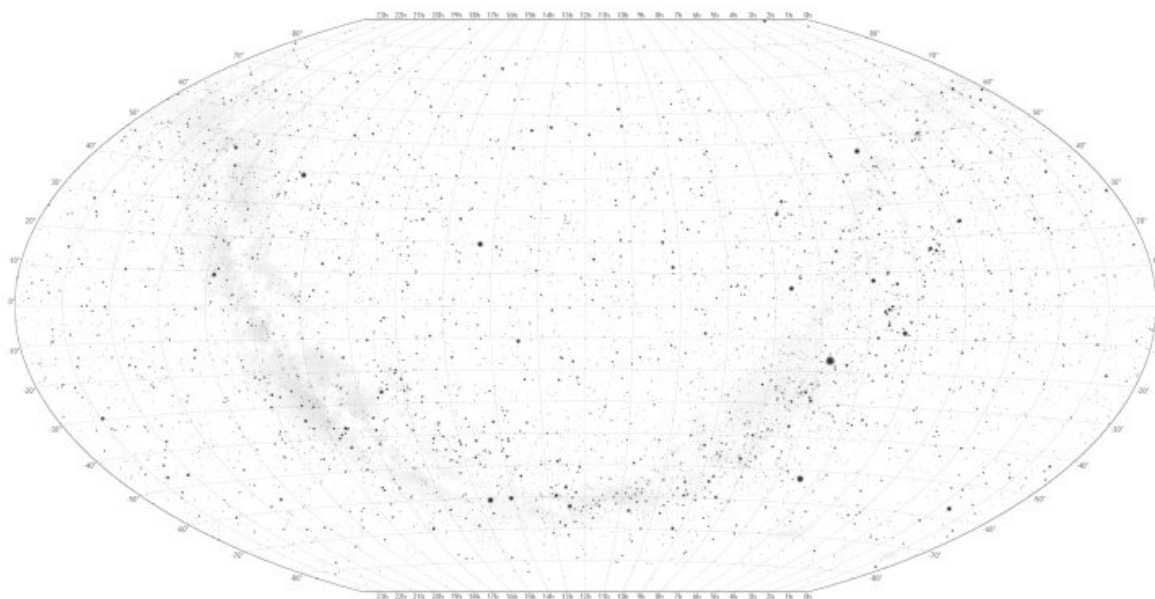
- (d) (30 pontos) Juventino adora a constelação do Centauro (*Centaurus*), a qual ele chama carinhosamente de Juventauro. Contudo, ao analisar os documentos de seu acervo familiar, Juventino ficou horrorizado ao perceber que talvez nem todos os membros de sua família tenham observado o Centauro em sua totalidade no céu noturno. Dos familiares de Juven-

tino, aquele que viveu mais ao norte foi Juvemir Ferrikov, que nasceu na região que hoje corresponde à Rússia, mas passou a maior parte de sua vida realizando estudos astronômicos em um observatório com latitude de $42,0^{\circ}N$. Infelizmente, os documentos sobre Juvemir são escassos e Juventino não conseguiu descobrir quando ele viveu. Em que ano Juvemir precisaria ter vivido para conseguir visualizar o Centauro acima do horizonte pelo maior tempo possível de seu observatório?

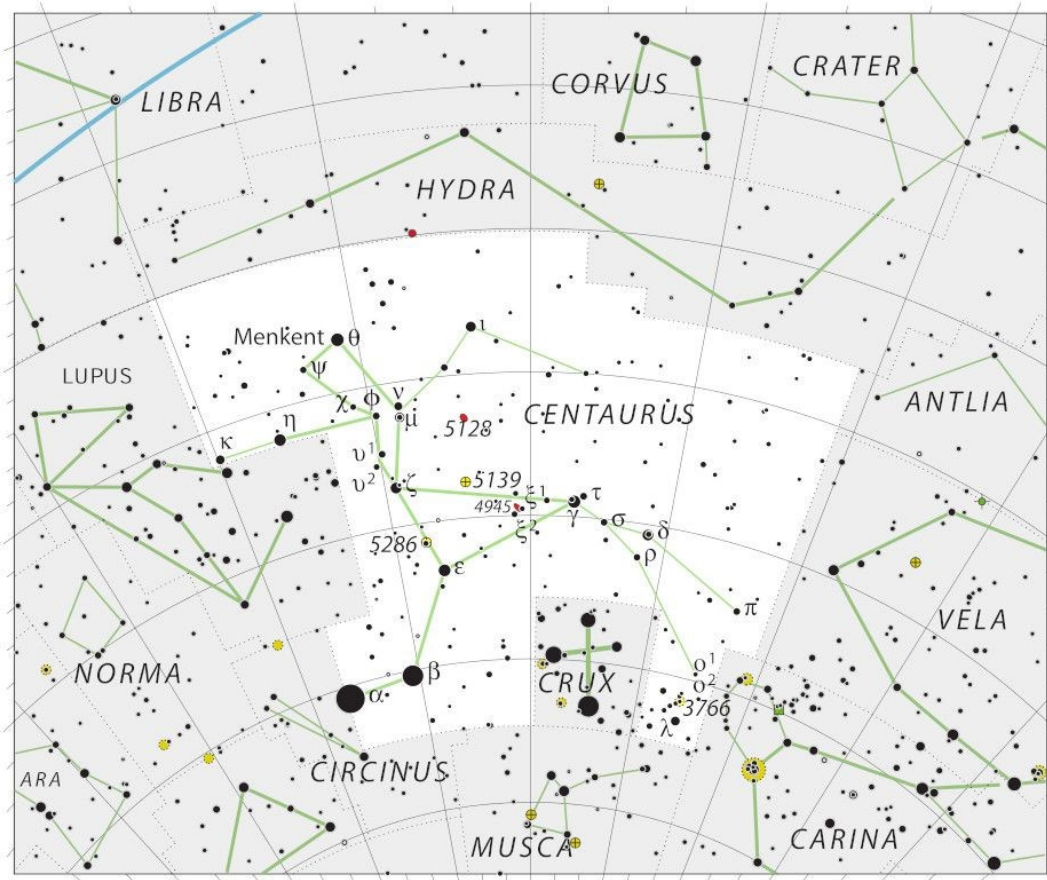
Assuma que Juvemir não viveu há mais de um período de precessão a partir de 2000.

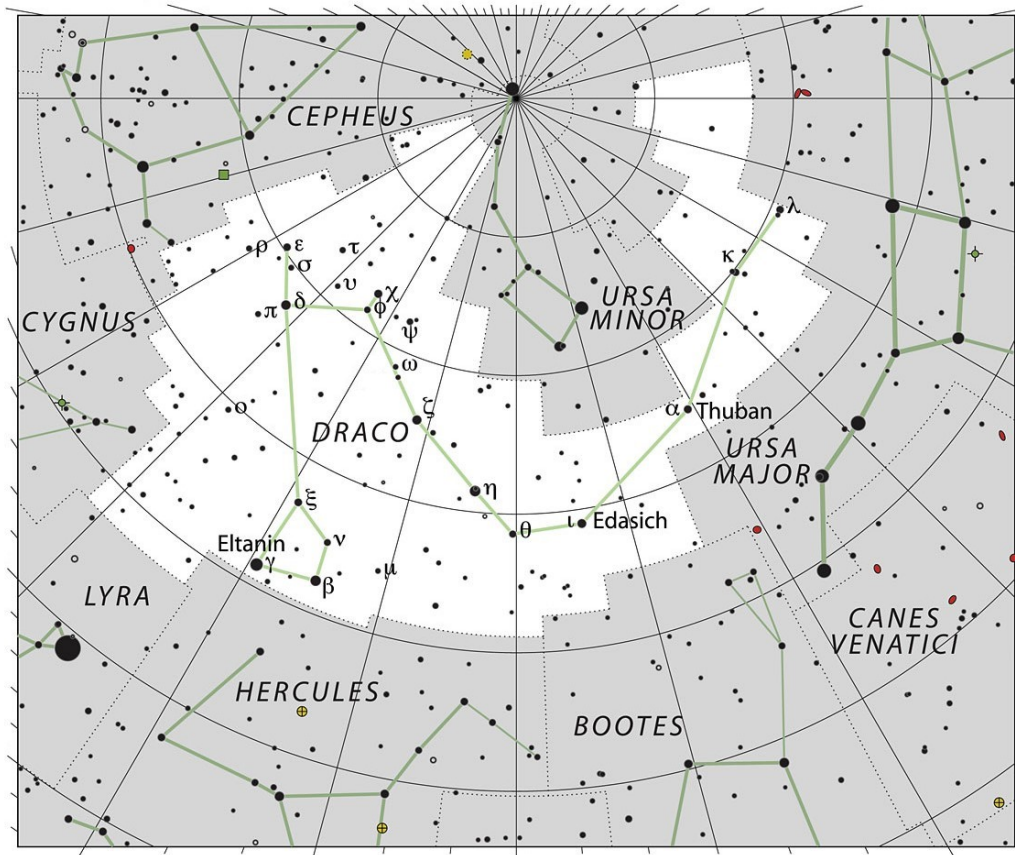
Importante: Diferentes pontos do Centauro permanecem acima do horizonte por diferentes intervalos de tempo. Para evitar qualquer confusão, estime o ponto do Centauro que ao longo de uma precessão passa menos tempo acima do horizonte para o observatório de Juvemir e determine o ano em que esse ponto pode ser observado acima do horizonte pelo maior intervalo de tempo possível.

A seguintes carta celestes de J2000.0 podem (ou não) ser úteis:



Caso esteja difícil de ler os números ao redor da primeira carta desse item, as marcações no topo e na parte de baixo da carta correspondem à ascensão reta. A ascensão mais à direita é de 0h e a última marcação à esquerda equivale a 23h. Os intervalos entre as marcações são de 1h. Nas laterais, as marcações de declinação vão de -80° a 80° (o -90° e o 90° seriam a parte de baixo e o topo) com intervalos de 10° .





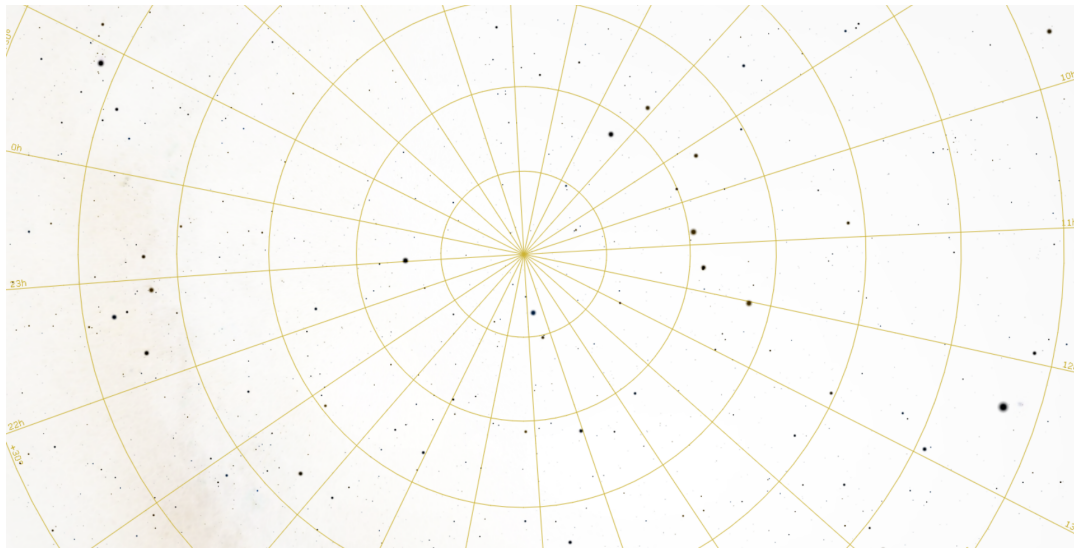
Aviso: Todos os eventos relacionados à família de Juventino são fictícios e foram criados exclusivamente para essa questão.

Solução:

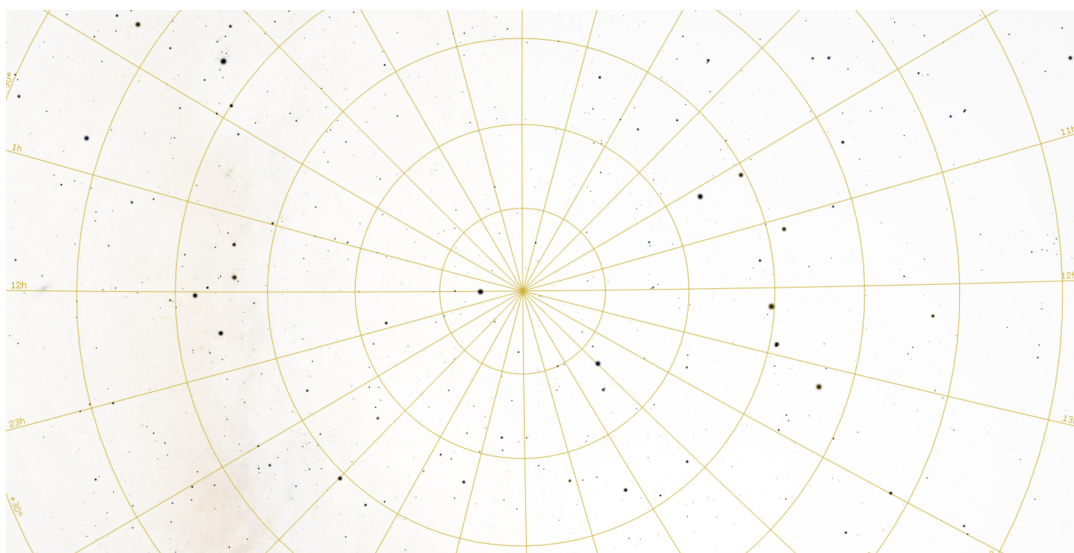
- (a) O Polo Eclíptico Norte é o ponto ao redor do qual o Polo Celeste Norte rotaciona. Observando a posição do Polo Celeste Norte em cada um dos pares de cartas, é possível notar que o Polo Celeste Norte rotaciona ao redor de um ponto no Dragão (*Draco*).

Para os próximos itens, o primeiro passo é determinar a localização do Polo Celeste Norte para cada par de imagens. Uma boa estratégia é identificar quais são as estrelas que menos mudam de posição entre as cartas e determinar o polo a partir delas.

Polo de *Juventus*:

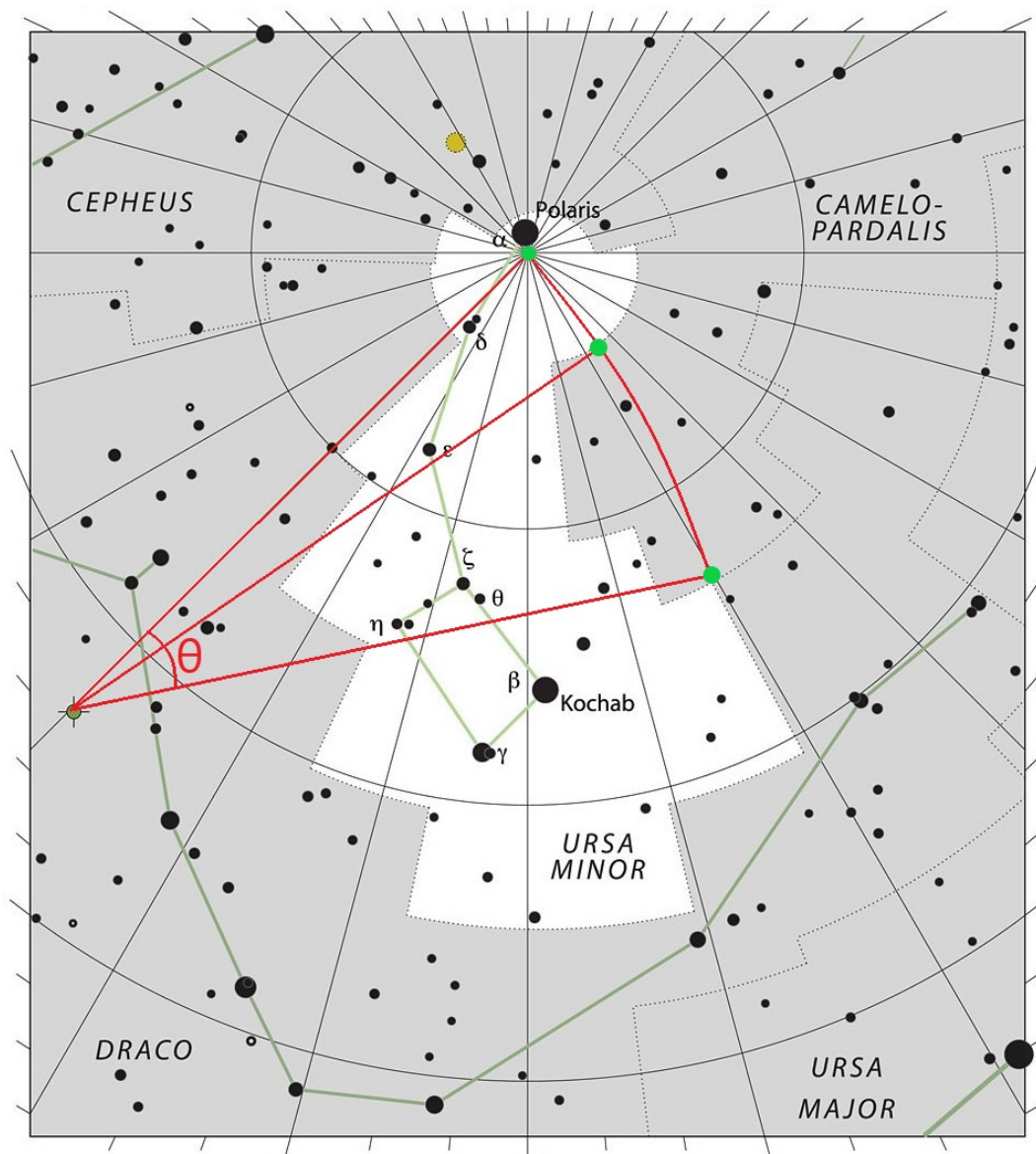


Polo de Don Juventus:



Como Juventus fez suas cartas celestes em 2000, o polo celeste estava praticamente em Polaris.

Para os cálculos dos próximos itens, pode ser útil realizar as seguintes marcações em alguma das cartas celestes:



Nessa imagem, os pontos verdes correspondem aos polos celestes para as diferentes épocas. O Polo Eclíptico Norte é o vértice do ângulo θ .

- (b) Sabendo que a abertura do cone de precessão corresponde ao dobro da distância angular entre o Polo Celeste Norte e o Polo Eclíptico Norte, é possível considerar que Polaris está praticamente no Polo Celeste Norte e determinar a separação angular entre Polaris e o Polo Eclíptico Norte. Para isso, era possível comparar essa distância à distância entre Polaris e Kochab ou simplesmente utilizar as marcações na carta celeste para determinar a declinação do Polo Eclíptico Norte.

Em ambos os casos, a separação angular obtida deve ser de aproximadamente $23,5^\circ$, o que resultaria em uma abertura de aproximadamente 47° no cone de precessão.

- (c) Com um transferidor, é possível determinar que o ângulo θ corresponde a aproximadamente 33° . Dessa forma, é possível determinar o período de precessão da seguinte maneira:

$$\frac{2000 - (-450)}{T} = \frac{33^\circ}{360^\circ}$$

$$T = \frac{360^\circ * 2450}{33^\circ}$$

$$T \approx 27000 \text{ anos}$$

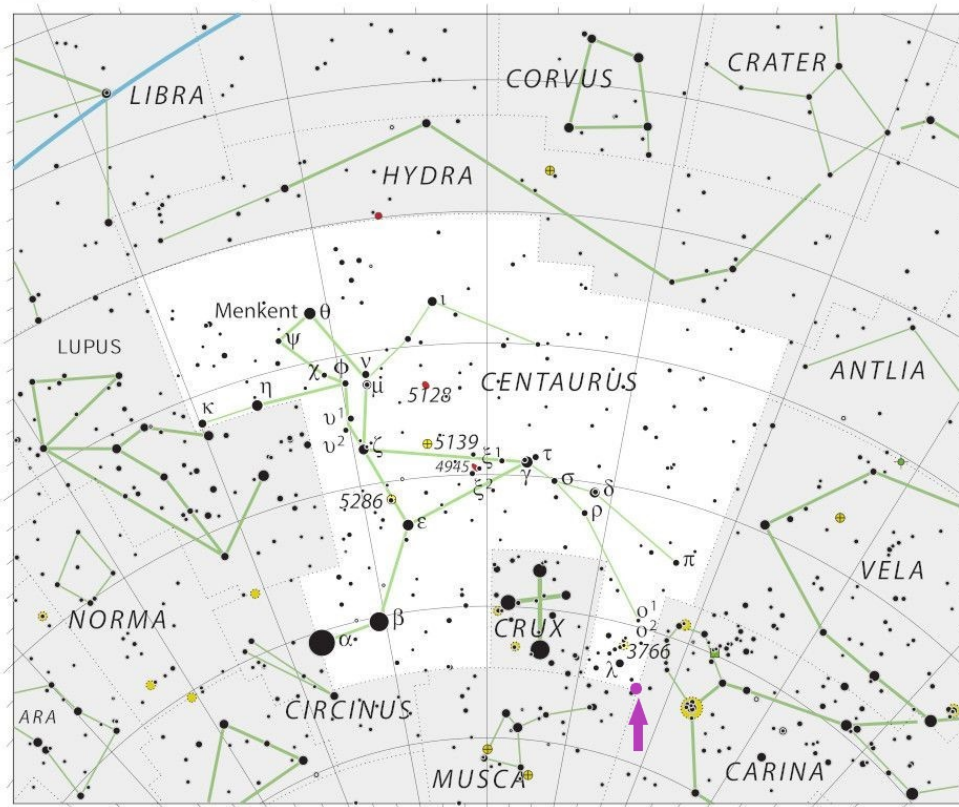
- (d) Com base nos pares de cartas celestes dos itens anteriores, era possível determinar a localização do Polo Eclíptico Norte. Utilizando as cartas desse item, é possível determinar as coordenadas desse polo. Primeiramente, o polo deve ser localizado na projeção equatorial do céu completo. Com base nisso, as coordenadas desse ponto ficaram restritas a um intervalo de 1h em ascensão reta e 10° em declinação. Depois de limitar as possíveis coordenadas do polo, a carta da constelação do Dragão deve ser utilizada para obter uma estimativa mais precisa. Comparando a projeção equatorial com a carta do Dragão, é possível perceber que os intervalos entre as marcações de ascensão reta na carta do Dragão também são de 1h e os intervalos de declinação também são de 10° .

Dessa forma, uma boa estimativa para as coordenadas do Polo Eclíptico Norte seria $\delta_{PEN} = 67^\circ$ e $\alpha_{PEN} = 18h00min$.

O próximo passo é determinar qual é o ponto do Centauro que passa menos tempo acima do horizonte ao longo de uma precessão (se é que isso ocorre). Esse ponto deve estar o mais distante possível do Polo Eclíptico Norte. Como os polos equatoriais realizam o movimento de precessão ao redor dos polos eclípticos, o ponto mais distante do Polo Eclíptico Norte também terá a maior distância média em relação ao Polo Celeste Norte (equatorial) ao longo da precessão.

Observando a carta do Centauro, é possível notar que o ponto mais distante do Polo Eclíptico Norte está no canto inferior direito da figura. Esse é o ponto com maior distância em declinação e praticamente a maior distância em ascensão reta.

O ponto em questão está marcado na figura a seguir:



Com base no mesmo procedimento utilizado para determinar a posição do Polo Eclíptico Norte, é possível concluir que as coordenadas desse ponto são $\delta_{Cen} = -65^\circ$ e $\alpha_{Cen} = 11h20min$

O próximo passo é calcular a separação angular entre o Polo Eclíptico Norte e o ponto no Centauro:

$$\cos(\beta) = \cos(90^\circ - \delta_{PEN})\cos(90^\circ - \delta_{Cen}) + \sin(90^\circ - \delta_{PEN})\sin(90^\circ - \delta_{Cen})\cos(\Delta\alpha)$$

$$\cos(\beta) = \sin(\delta_{PEN})\sin(\delta_{Cen}) + \cos(\delta_{PEN})\cos(\delta_{Cen})\cos(\Delta\alpha)$$

$$\cos(\beta) = \sin(67^\circ)\sin(-65^\circ) + \cos(67^\circ)\cos(-65^\circ)\cos(18h00min - 11h20min)$$

$$\cos(\beta) = \sin(67^\circ)\sin(-65^\circ) + \cos(67^\circ)\cos(-65^\circ)\cos(100^\circ)$$

$$\cos(\beta) = -0,8629$$

$$\beta = \arccos(-0,8629)$$

$$\beta = 149,65^\circ$$

A menor separação angular entre o Polo Celeste Norte corresponde a esse valor menos metade da abertura do cone de precessão:

$$\gamma = \beta - \alpha/2$$

$$\gamma = 149,65^\circ - 47^\circ/2$$

$$\gamma = 149,65^\circ - 47^\circ/2$$

$$\gamma = 126,15^\circ$$

Nesse caso, a declinação do ponto no Centauro seria a seguinte:

$$\delta_{min} = -(126,15^\circ - 90^\circ)$$

$$\delta_{min} = -36,15^\circ$$

A declinação limite para uma estrela invisível na latitude de Juvemir é a seguinte:

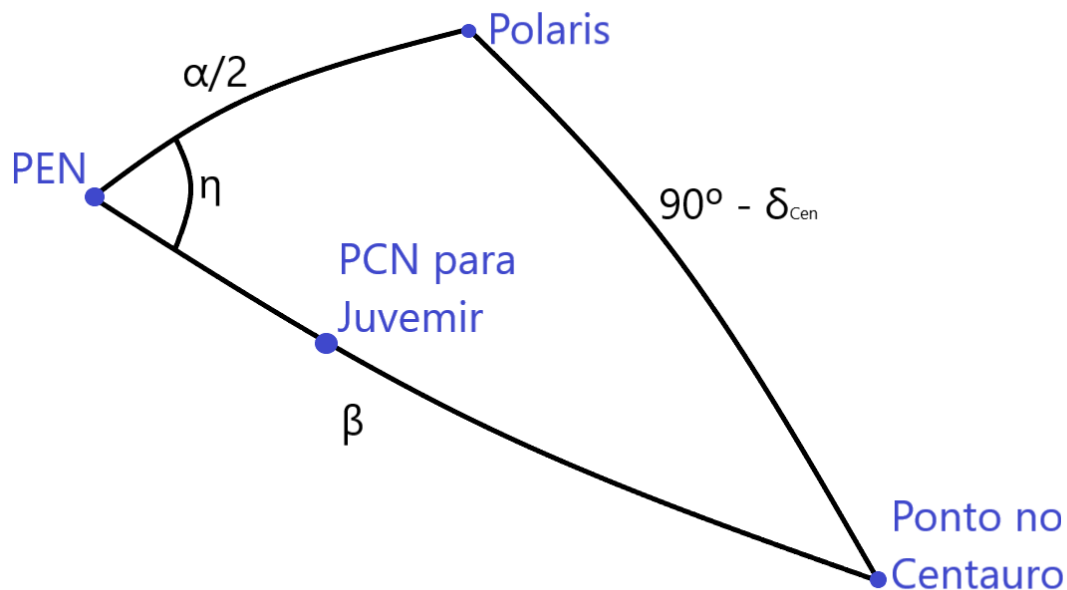
$$\delta_{lim} = -90^\circ + \phi_{Juvemir}$$

$$\delta_{lim} = -90^\circ + 42^\circ$$

$$\delta_{lim} = -48^\circ$$

Como o ponto no Centauro está ao norte das declinações de estrelas invisíveis, Juvemir pode ter visto o Centauro em sua totalidade dependendo do período em que ele viveu.

A última etapa da questão é determinar o ano em que Juvemir poderia ter visto o ponto em questão por mais tempo no céu. Isso ocorre justamente quando a separação angular entre o Polo Celeste Norte e o ponto no Centauro for mínima. Dessa forma, é possível representar a situação da seguinte maneira:



Utilizando a lei dos cossenos, é possível calcular o ângulo η :

$$\cos(90^\circ - \delta_{Cen}) = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos(\beta) + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin(\beta) \cos(\eta)$$

$$\cos(\eta) = \frac{\sin(\delta_{Cen}) - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos(\beta)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin(\beta)}$$

$$\cos(\eta) = \frac{\sin(-65^\circ) - \cos(23,5^\circ) \cos(149,65^\circ)}{\sin(23,5^\circ) \sin(149,65^\circ)}$$

$$\cos(\eta) = -0.5705$$

$$\eta = \arccos(-0.5705)$$

$$\eta = 124,78^\circ$$

Com base nos três polos determinados anteriormente, é possível perceber que o sentido da precessão é do polo de Juvemir para Polaris, não de Polaris para o polo de Juvemir. Levando em consideração o sentido do movimento de precessão é possível determinar o ano em questão da seguinte maneira:

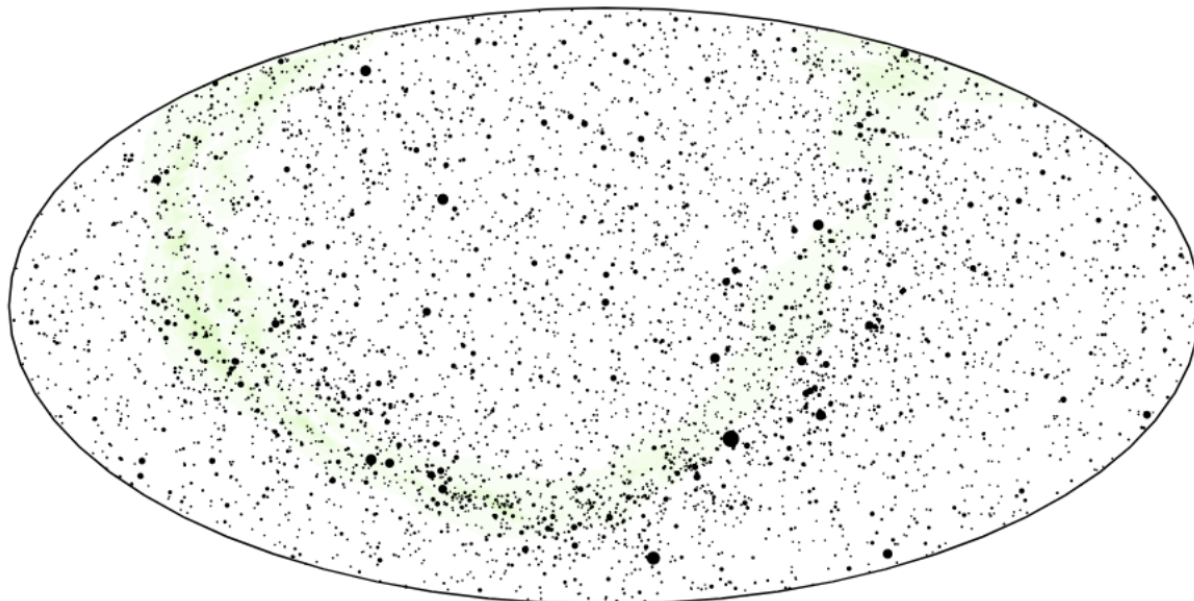
$$t = 2000 - T + T \frac{\eta}{360^\circ}$$

$$t = 2000 - 27000 + 27000 \frac{124,78^\circ}{360^\circ}$$

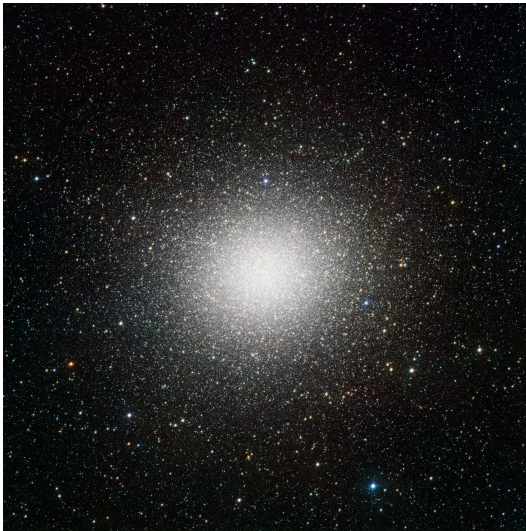
$$t \approx -16000$$

Dessa forma, Juvemir precisaria ter vivido em torno de 16000 AC para ver o Centauro no céu noturno pelo maior tempo possível.

2. **(Projeções Astronômicas e uma Aventura Marítima - 75 pontos)** As cartas celestes e representações do céu que encontramos geralmente são projeções estereográficas do céu. Esse é apenas um dos possíveis tipos de planificações da esfera celeste, pode-se utilizar projeções de Mercator, Robinson e várias outras. A imagem a seguir é uma projeção de Aitoff do céu.



- (a) **(2 pontos)** Qual é o nome da estrela do centro da carta?
- (b) **(8 pontos)** Trace a eclíptica e o equador celeste.
- (c) **(3 pontos)** Identifique o ponto vernal e antivernal.
- (d) **(5 pontos)** Onde estão os polos eclípticos na carta? Marque-os.
- (e) **(3 pontos)** Marque o PNC.
- (f) **(8 pontos)** Informe o nome dos seguintes objetos de céu profundo e destaque-os na carta celeste com sua letra correspondente. Podem destacar com um círculo vermelho, por exemplo.



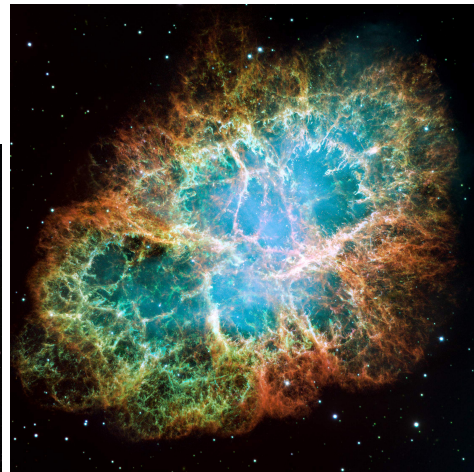
A (bem conhecido e está no hemisfério sul)



B



C



D

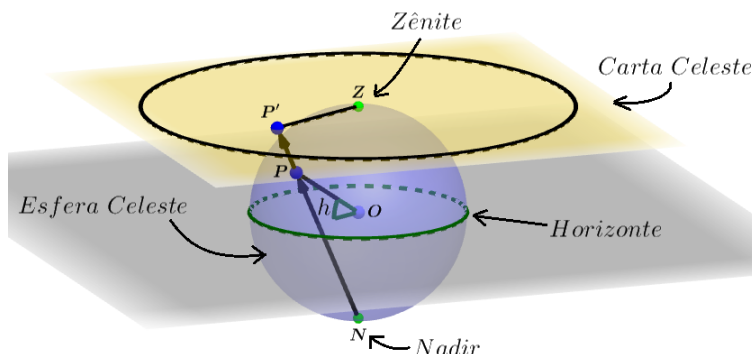


E



F

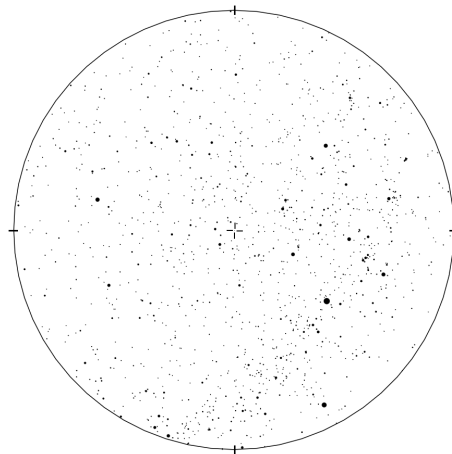
A projeção estereográfica baseia-se no remapeamento dos pontos do firmamento a partir do Nadir local sobre um plano de projeção que tangencia a esfera celeste na Zênite. Abaixo está ilustrado esse tipo de projeção.



- (g) **(10 pontos)** Encontre a altura h de um ponto P na esfera celeste em função do raio R da carta celeste e da distância r entre o ponto projetado P' e o centro da carta.

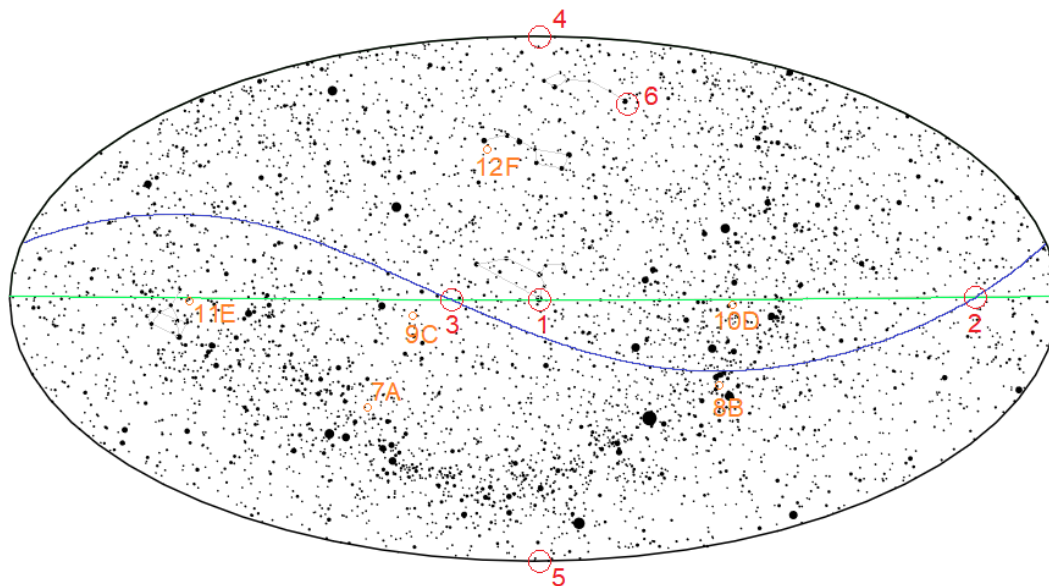
O fabuloso navegador aventureiro Carrit esteve desbravando os 7 mares em busca do tesouro do céu, que naturalmente caiu na Terra.

Após uma forte tempestade, sua bússola e planisfério terrestre de navegação se perderam nas águas turbulentas e só lhe restou seu relógio de tempo sideral de Greenwich, a carta celeste comum (estereográfica) que preparou para o dia e uma noite muito escura sob o céu bem estrelado. Saiba que a carta de Carrit é comum, de projeção estereográfica. **Importante:** a carta foi disponibilizada separadamente.



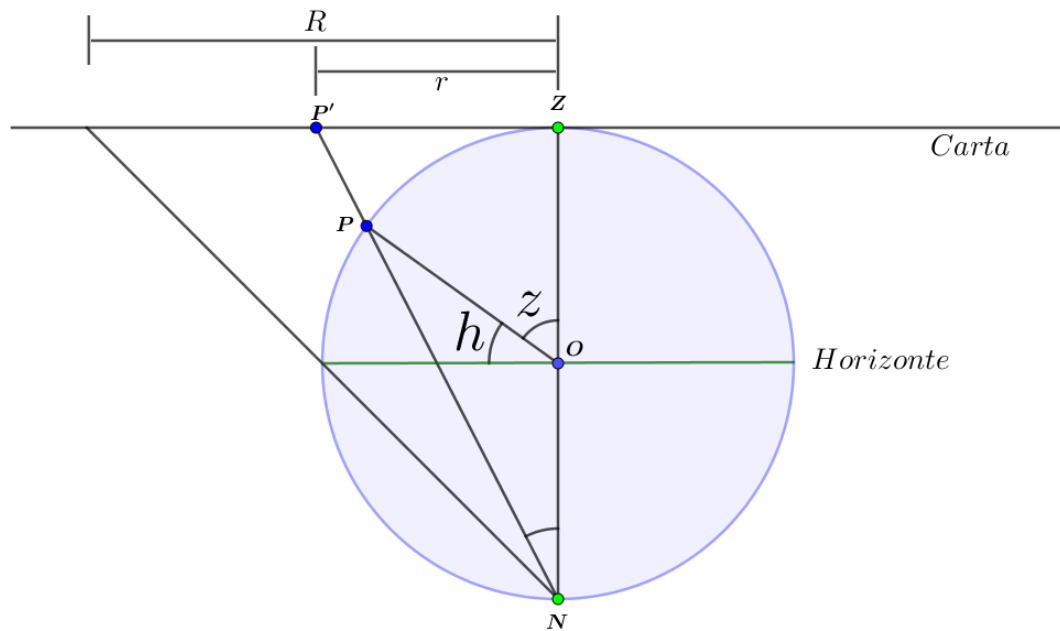
- (h) **(14 pontos)** Determine a latitude de Carrit.
- (i) **(16 pontos)** O respectivo relógio do navegador marca $19h06m41s$. Então, ele bem astuto, lembra-se das coordenadas da estrela Arcturus, α Boo, ($\alpha = 14h15m40s$, $\delta = +19^\circ 10' 57''$) e logo termina de determinar sua localização. Qual foi a longitude encontrada pelo aventureiro?
- (j) **(6 pontos)** O porto marítimo mais próximo conhecido por Carrit situa-se em Acapulco-México, em ($\lambda = -99^\circ 53' 13''$, $\phi = 16^\circ 49' 46''$). Qual é a menor distância que o navegador deve percorrer até chegar a tal porto?

Solução:



- (a) A estrela é Regulus, destacada pelo círculo 1.
- (b) A eclíptica está traçada pela linha verde e o equador pela linha azul.
- (c) O ponto vernal e antivernal correspondem às intersecções entre a eclíptica e o equador. O vernal foi destacado pelo círculo 2 e o antivernal pelo 3.
- (d) Como a eclíptica corresponde ao eixo maior da carta, então os polos eclípticos são os próprios polos da carta. Ambos foram marcados pelos círculos 4 e 5.
- (e) O Polo Norte Celeste foi destacado pelo círculo 6
- (f) Temos as seguintes identificações:
- **A** é o Aglomerado Globular Ômega Centauri (NGC 5139), marcada pelo círculo 7A;
 - **B** é a Nebulosa de Orion (M42), marcada pelo círculo 8B;
 - **C** é a Galáxia do Sombrero (M104), marcada pelo círculo 9C;
 - **D** é a Nebulosa do Caranguejo (M1), marcada pelo círculo 10D;
 - **E** é a Nebulosa Trífida (M20), marcada pelo círculo 11E;
 - **F** é a Galáxia do Redemoinho ou Whirlpool Galaxy (M51), marcada pelo círculo 12F.

(g) Pela geometria da figura, nota-se que:

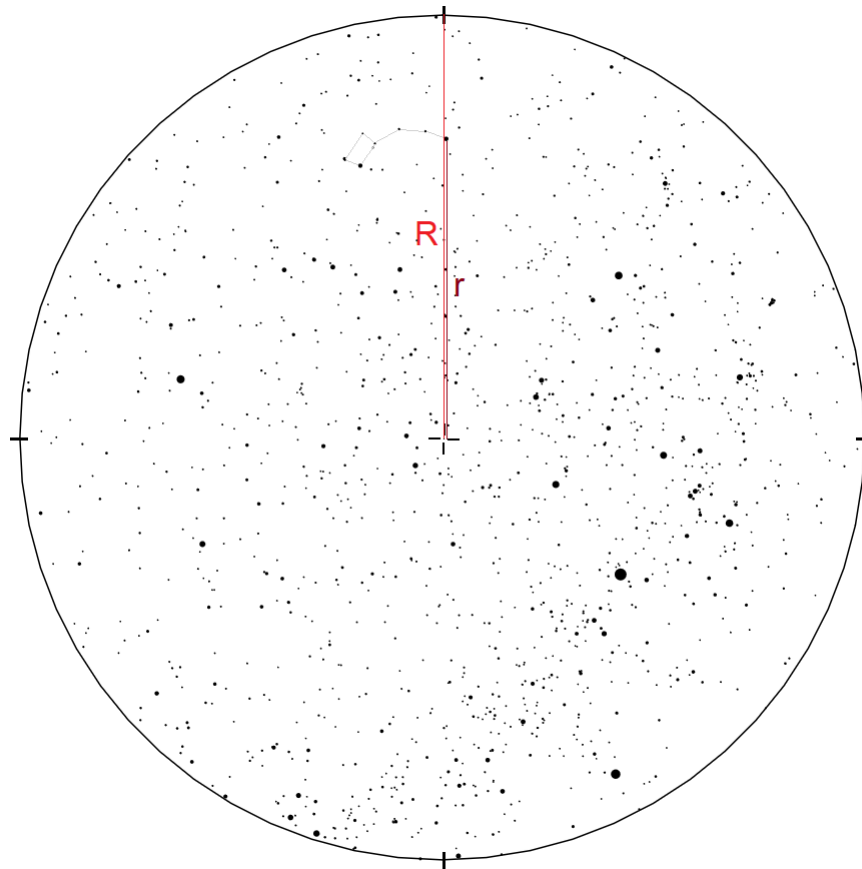


$$\tan\left(\frac{z}{2}\right) = \frac{r}{R} \text{ e } z = 90^\circ - h \Rightarrow$$

$$z = 2 \arctan\left(\frac{r}{R}\right)$$

$$h = 90^\circ - 2 \arctan\left(\frac{r}{R}\right)$$

(h) Medindo o raio da carta e a distância r do polo norte celeste:



Obtemos: $R = 424$ pixels e $r = 298$ pixels.

Podemos encontrar a altura do polo, isto é, a latitude do local, com a expressão deduzida no item anterior. Aplicando:

$$\phi = 90^\circ - 2 \arctan \left(\frac{298}{424} \right)$$

$$\boxed{\phi = +19^\circ 48'}$$

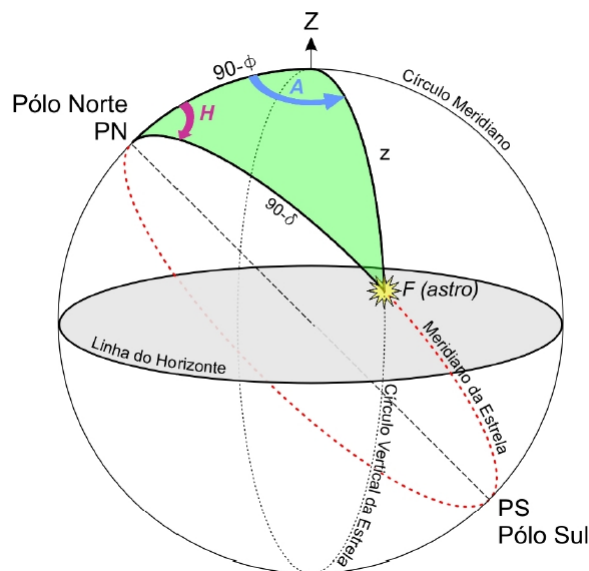
(i) .
 O tempo sideral de um local é o ângulo horário do ponto vernal neste local, portanto, muda conforme a longitude. A diferença de horários corresponde a longitude do local.

$$\lambda = TS_{\text{local}} - TS_{\text{Greenwich}} = H_{\gamma,l} - H_{\gamma,G}$$

O TS_l ou $H_{\gamma,l}$ pode ser encontrado a partir de outro astro com a seguinte expressão:

$$TS = \alpha_* + H_*$$

O astro que usaremos será Arcturus, α Boo. Para determinar o ângulo horário de Arcturus, usemos o seguinte triângulo de posição:



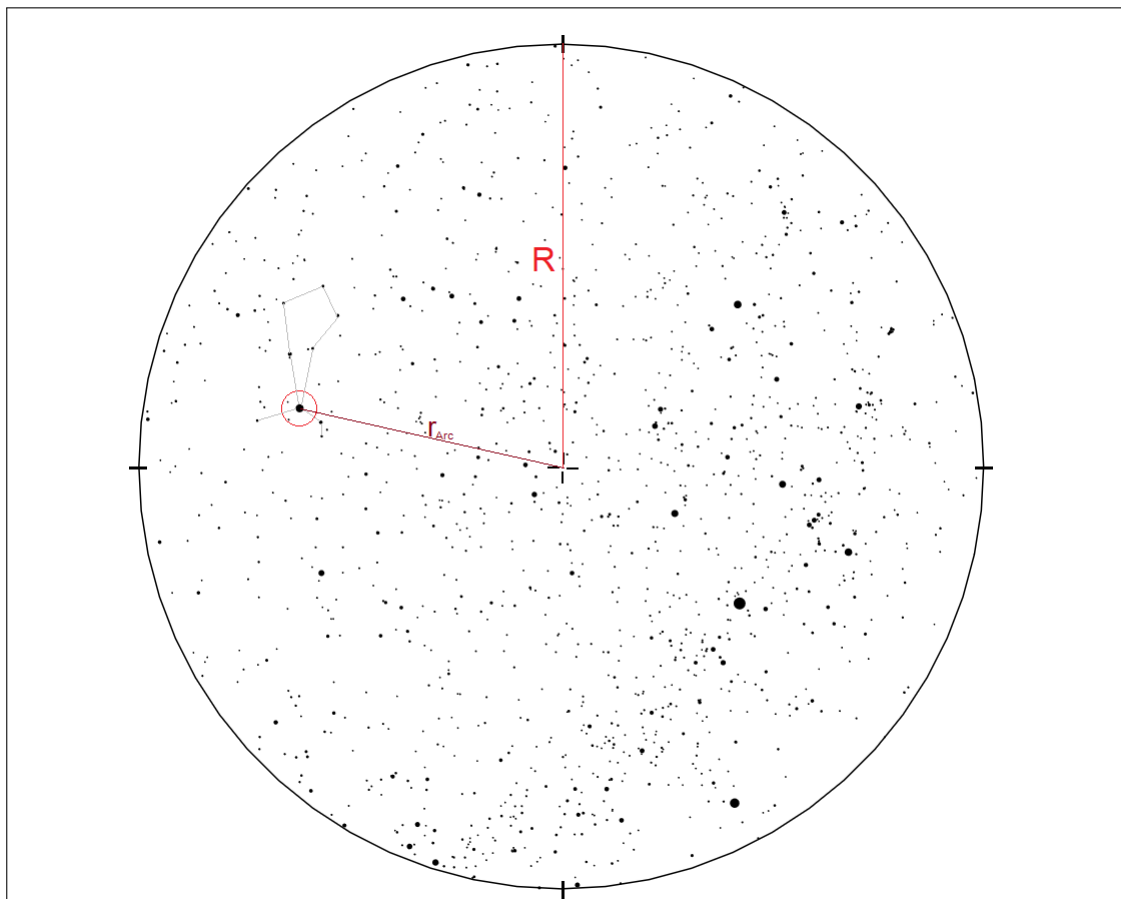
Triângulo de Posição. Fonte: Astronomia e Astrofísica. S. O., Kepler e O. S., Maria de Fátima

Aplicando a lei dos cossenos para triângulos esféricos:

$$\cos z = \cos(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \delta) \cos H$$

$$\cos H = \frac{\cos z - \sin \delta \sin \phi}{\cos \delta \cos \phi}$$

A distância zenital de Arcturus será encontrada com a carta celeste dada e a fórmula deduzida no item (g):



Medindo na figura, encontramos $r_{Arc} = \sqrt{264^2 + 60^2} = 270,73234$ pixels.

Encontrando a distância zenital de Arcturus:

$$z = 2 \arctan \left(\frac{270,73234}{464} \right) = 60,525^\circ$$

Substituindo na expressão do triângulo esférico:

$$\cos H_{Arc} = \frac{\cos(60,525^\circ) - \sin(19^\circ 10' 57'') \sin(19^\circ 48')}{\cos(19^\circ 10' 57'') \cos(19^\circ 48')}$$

$$|H_{Arc}| = 64,63045^\circ$$

Pela carta, Arcturus ainda não passou pelo meridiano local, então seu ângulo horário é negativo.

$$H_{Arc} = -64,63045^\circ = -4,3087h$$

Finalmente, encontrando a longitude:

$$\lambda = (14h15m40s - 4,3087h) - 19h06m41s = -9,1590h = -137,385^\circ$$

$$\boxed{\lambda = -137^\circ 23'}$$

- (j) A menor distância corresponde a uma geodésica que para uma esfera, é um arco de círculo máximo. Por trigonometria esférica simples, encontramos a distância S :

$$S = s \cdot R_{\text{Terra}}$$

$$\cos s = \sin \phi_1 \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos (\lambda_2 - \lambda_1)$$

Substituindo os valores dados e encontrados:

$$S = s \cdot R_{\text{Terra}}$$

$$\cos s = \sin (19^\circ 48') \sin (16^\circ 49' 46'') + \cos (19^\circ 48') \cos (16^\circ 49' 46'') \cos (-99^\circ 53' 13'' + 137^\circ 23')$$

$$s = 35,6504^\circ = 0,6222 \text{ rad}$$

Multiplicando pelo raio da Terra:

$$S = 3970 \text{ km}$$