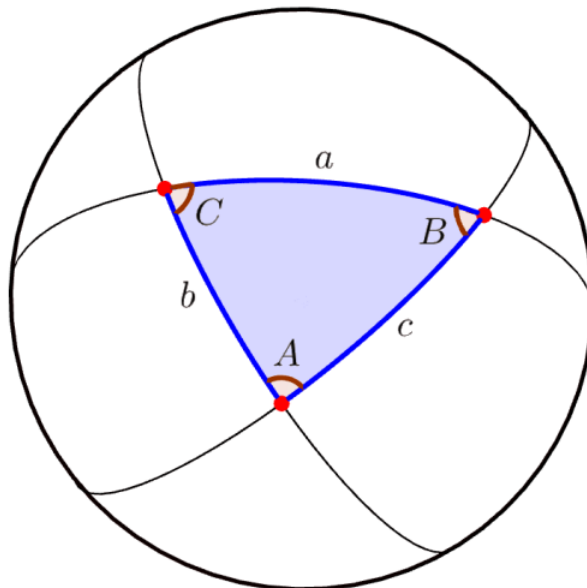


Instruções Gerais

1. Identifique seu grupo em **TODAS** as folhas de respostas. Não coloque mais nenhum meio de identificação pessoal;
2. Escreva o número de cada questão nas folhas de respostas;
3. Enumere as folhas de resposta em ordem crescente com o número das questões. A enumeração não deve reiniciar a cada questão;
4. Se não responder a uma ou mais questões, escreva uma folha declarando os números das questões não resolvidas, p. ex., “não respondi à Q1 e à Q2”;
5. A duração da prova é de 4 horas;
6. Essa prova é composta por 5 questões valendo um total de 300 pontos (4 questões valendo 50 pontos e questão 1 valendo 100);
7. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
8. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
9. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas. Serão desconsideradas as respostas que requererem, mas não apresentarem, as devidas explicações e desenvolvimentos matemáticos.
10. Quando necessário, responda e justifique nas folhas em branco ou faça marcações nas cartas. Ao final da prova, devolva as folhas de resposta e as cartas utilizadas.
11. As marcações na carta podem ser feitas a grafite. Para evitar rasuras, prefira o grafite à tinta.
12. Quando solicitada a identificação de um elemento, escreva o nome dele em letra de tamanho legível, próximo à marcação, deixando claro qual nome se refere a qual elemento

Formulário

- Para um Triângulo Esférico:



Lei dos senos:

$$\frac{\text{sen}(a)}{\text{sen}(A)} = \frac{\text{sen}(b)}{\text{sen}(B)} = \frac{\text{sen}(c)}{\text{sen}(C)}$$

Lei dos cossenos:

$$\cos(a) = \cos(b) \cdot \cos(c) + \text{sen}(b) \cdot \text{sen}(c) \cdot \cos(A)$$

Lei dos quatro elementos:

$$\cot(b) \cdot \text{sen}(a) = \cot(B) \cdot \text{sen}(C) + \cos(a) \cdot \cos(C)$$

- Coordenadas de algumas estrelas importantes:

Estrela	Declinação	Ascensão Reta
α -Aql	+ 08° 52' 12,1"	19h 50m 47,48s
α -Aqr	- 0° 11' 36,7"	22h 07m 07,42s
β -And	+ 35° 45' 41,1"	1h 11m 12,39s
δ -Cap	-16° 00' 29,5"	1h 48m 28,68s
δ -Cas	+ 60° 22' 04,9"	1h 27m 30,82s
α -Cep	+ 62° 41' 35,7"	21h 19m 13,16s
β -Cet	- 17° 50' 40,2"	0h 44m 54,37s
α -Cru	- 63° 05' 56,73"	12h 26m 35,90s
α -Eri	- 57° 06' 26,7"	1h 38m 43,25s
α -Lyr	+ 38° 47' 01,3"	18h 36m 56,34s
β -Ori	- 08° 10' 12,5"	5h 15m 48,62s
ϵ -Peg	+ 09° 59' 38,8"	21h 45m 28,07s

Questões

1. F Dudu (80 pontos)

Após alguns anos elevando o nível das provas de carta celeste nas seletivas, Dudu, neste ano, deixou a prova a cargo de outros ex-olímpicos. No entanto, isso não significa que a prova esteja mais fácil.

A seguir, apresenta-se uma projeção estereográfica, denominada **Carta 1**, de um determinado céu. Nesse tipo de projeção, a distância zenital de um ponto é dada pela equação: $z = 2 \arctan\left(\frac{r}{R}\right)$, em que R representa a distância da borda da carta ao centro, e r é a distância de um ponto qualquer até o centro da carta.

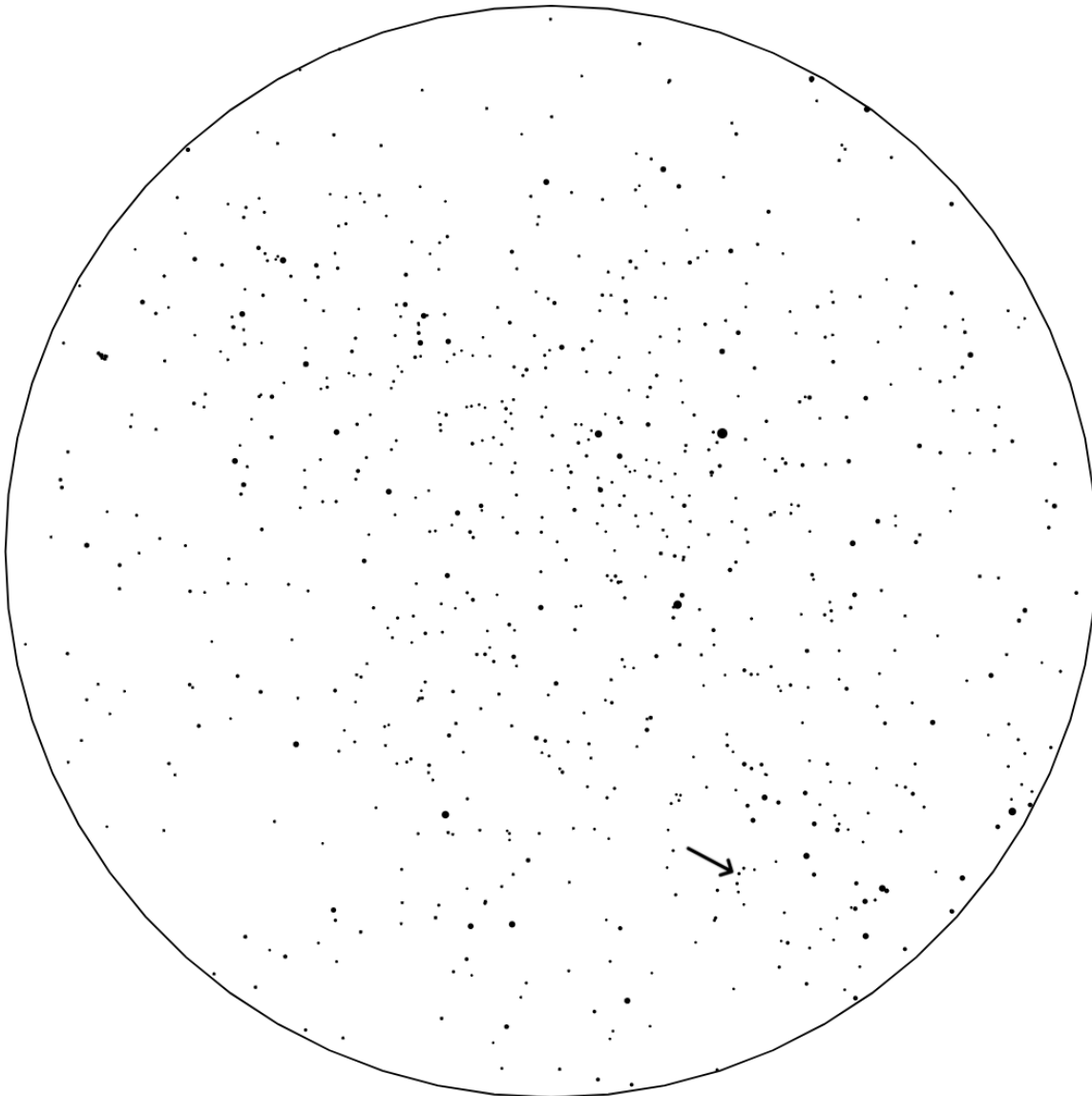


Figura 1: Carta 1: Carta celeste em projeção estereográfica. Feito com *Armchair Astronautics*

A projeção estereográfica tem uma característica muito interessante: todo círculo menor é representado como uma circunferência de fato. Um círculo menor é uma região equidistante de um determinado polo. Por exemplo, os trópicos de câncer e de capricórnio são círculos menores dos polos celestes, pois têm uma distância constante de $90^\circ \pm \varepsilon$. Logo, esses trópicos seriam representados como circunferências. Todavia, tome cuidado: faz sentido que o centro da circunferência seja o próprio polo? E qual seria seu raio? Essas perguntas são retóricas e não precisam constar na sua resolução.

Com base nas informações fornecidas, resolva os itens a seguir:

- (a) **(8 pontos)** Marque com um X o objeto Messier 52 (identifique-o por M52), e desenhe o asterismo do Triângulo de Verão do respectivo hemisfério representado.
- (b) Circule e identifique com a nomenclatura Bayer as estrelas **(1 ponto)** Vega (α -Lyr), **(2 ponto)** Schedar (α -Cas), **(3 pontos)** Persian (α -Ind).
- (c) Trace as seguintes linhas e identifique-as: **(4 pontos)** o Equador Celeste, **(4 pontos)** o Círculo Circumpolar, **(4 pontos)** o Círculo de Precessão e **(4 pontos)** o Equador Galáctico.
- (d) Utilizando marcações em X, encontre os seguintes pontos, nomeando-os com a forma correspondente que está entre parênteses:
 - **(4 pontos)** Pontos cardeais (**N, S, L, O**)
 - **(4 pontos)** Polo eclíptico visível (**PEN, PES**)
 - **(6 pontos)** Centro galáctico ou anticentro galáctico (**CG, ACG**)
 - **(6 pontos)** Ponto equinocial visível (**Vernal, Anti-Vernal**)
- (e) **(3 pontos)** Indique o sentido de rotação do céu (**horário, anti-horário**).
- (f) **(7 pontos)** Estime a latitude da carta (tolerância de 2 graus para pontuação cheia e de 5 graus para metade da pontuação). **Coloque uma breve explicação do raciocínio utilizado.**
- (g) **(10 pontos)** Estime o tempo sideral da carta (tolerância de 15 minutos para pontuação completa e 30 minutos para metade da pontuação). **Coloque uma breve explicação do raciocínio utilizado.**
- (h) **(10 pontos)** Encontre o ângulo horário da estrela em destaque, **marcada por uma seta. Coloque uma breve explicação do raciocínio utilizado.**