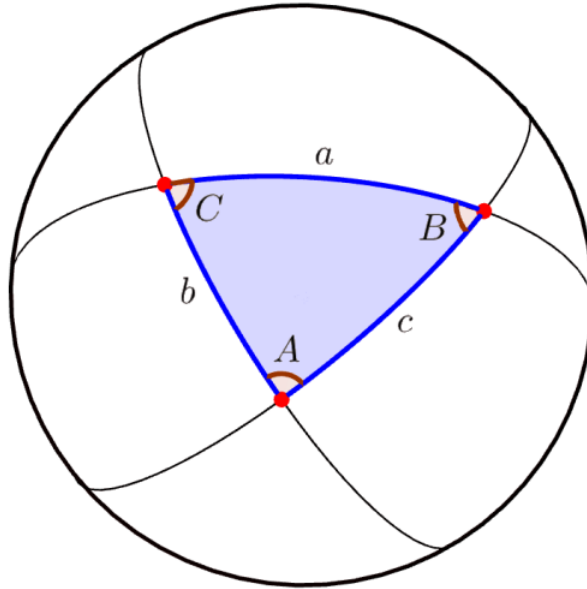


Instruções Gerais

1. Identifique seu grupo em **TODAS** as folhas de respostas. Não coloque mais nenhum meio de identificação pessoal;
2. Escreva o número de cada questão nas folhas de respostas;
3. Enumere as folhas de resposta em ordem crescente com o número das questões. A enumeração não deve reiniciar a cada questão;
4. Se não responder a uma ou mais questões, escreva uma folha declarando os números das questões não resolvidas, p. ex., “não respondi à Q1 e à Q2”;
5. A duração da prova é de 4 horas;
6. Essa prova é composta por 5 questões valendo um total de 300 pontos (4 questões valendo 50 pontos e questão 1 valendo 100);
7. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
8. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
9. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas. Serão desconsideradas as respostas que requererem, mas não apresentarem, as devidas explicações e desenvolvimentos matemáticos.
10. Quando necessário, responda e justifique nas folhas em branco ou faça marcações nas cartas. Ao final da prova, devolva as folhas de resposta e as cartas utilizadas.
11. As marcações na carta podem ser feitas a grafite. Para evitar rasuras, prefira o grafite à tinta.
12. Quando solicitada a identificação de um elemento, escreva o nome dele em letra de tamanho legível, próximo à marcação, deixando claro qual nome se refere a qual elemento

Formulário

- Para um Triângulo Esférico:



Lei dos senos:

$$\frac{\text{sen}(a)}{\text{sen}(A)} = \frac{\text{sen}(b)}{\text{sen}(B)} = \frac{\text{sen}(c)}{\text{sen}(C)}$$

Lei dos cossenos:

$$\cos(a) = \cos(b) \cdot \cos(c) + \text{sen}(b) \cdot \text{sen}(c) \cdot \cos(A)$$

Lei dos quatro elementos:

$$\cot(b) \cdot \text{sen}(a) = \cot(B) \cdot \text{sen}(C) + \cos(a) \cdot \cos(C)$$

1. Satélites que protegem o país (150 pontos)

Para proteger o espaço aéreo brasileiro, Larissinha e Gustavinho projetaram um satélite de órbita baixa para monitorar movimentações em território nacional e estrangeiro. Enquanto comemoravam o lançamento bem sucedido do satélite, o Comandante Dudu os parabeniza e questiona sobre os parâmetros orbitais do satélite, visando sincronizá-lo com o Comando da Aeronáutica Brasileira. Nesse momento, Larissinha e Gustavinho perceberam estar com um pequeno problema...

Para descobrirem os elementos orbitais do satélite, Gustavinho e Larissinha coletaram manualmente um conjunto de coordenadas equatoriais do satélite em sua órbita, dispostas na Tabela 2. Por recomendações do Comandante Dudu, que também é um grande astrônomo, Larissinha e Gustavinho coletaram esses dados em locais distintos empunhando, cada um, uma carta celeste estereográfica de seu respectivo local no dia de observação, um relógio sidereal calibrado para Greenwich e um estupendo telescópio newtoniano de montagem equatorial capaz de fazer medidas de (δ, α) com incerteza desprezível quando o objeto é identificado no centro do campo de visão. Por recomendações do Comandante Dudu, ambas as cartas são do mesmo dia quando os relógios de Larissinha e Gustavinho indicavam 14 : 02. Antes de iniciarem o reconhecimento do céu das cartas, Gustavinho recordou os velhos tempos nas seletivas de astronomia e disse a escreveu as coordenadas equatoriais de algumas estrelas que gostava, dispostas na Tabela 1.

- (a) Trace e identifique em ambas as cartas:
 - i. Equador Celeste (**1 ponto**)
 - ii. Eclíptica (**1 ponto**)
 - iii. Meridiano Local (**1 ponto**)
 - iv. Primeira Vertical (**1 ponto**)
- (b) Indique e identifique em ambas as cartas:
 - i. Pontos Cardeais (**1 ponto**)
 - ii. Polo Celeste Visível (**1 ponto**)
 - iii. Polo Eclíptico Visível (**1 ponto**)
 - iv. Ponto Equinocial Visível (**1 ponto**)
 - v. Ponto Solsticial Visível (**1 ponto**)
- (c) (**5 pontos**) Determine o Tempo Sidereal Local (hh:mm) da carta de Larissinha (TSL_L) e Gustavinho (TSL_G).
- (d) (**5 pontos**) Determine as coordenadas geográficas de Larissinha (ϕ_L, λ_L) e Gustavinho (ϕ_G, λ_G) .
- (e) (**6 pontos**) Qual o intervalo de declinações visíveis para Larissinha $(\delta_{inf}, \delta_{sup})_L$ e Gustavinho $(\delta_{inf}, \delta_{sup})_G$? Considerando apenas esse efeito, encontre o percentual do céu visível para Larissinha Θ_L e Gustavinho Θ_G .

Após esse breve reconhecimento do céu e coleta de informações sobre os locais de observação, estamos prontos para começar a analisar os dados coletados por Larissinha e Gustavinho e, então, determinar os elementos orbitais do satélite, orgulhando o Comandante Dudu. Para isso, vamos tratar os dados brutos, ou seja, manipulá-los de modo que facilite a obtenção dos dados que desejamos com as artificações que temos em mãos.

- (f) (**10 pontos**) Escreva as funções f_h e f_A que transformam coordenadas equatoriais celestes em coordenadas altazimutais $T : (\delta, \alpha) \rightarrow (h, A)$, onde $f_h(\delta, \alpha) = h$ e $f_A(\delta, \alpha) = A$, ambas em função das coordenadas geográficas locais (ϕ, λ) e do tempo sidereal em Greenwich (TSG). Para esse e os próximos itens, considere o azimute com sentido N-O-L-S e definido no intervalo $0 \leq A < 360^\circ$.
- (g) (**22 pontos**) Para tratarmos nossos dados, faça duas tabelas, uma para Gustavinho e outra para Larissinha, ambas contendo o TSG de cada observação e as coordenadas altazimutais do satélite para Larissinha e Gustavinho como se a rotação da Terra estivesse parada no TSG inicial das cartas, ou seja, os pontos vão se localizar na grade equatorial onde de fato o satélite esteve em relação as estrelas de cada carta.

- (h) **(23 pontos)** Com a tabela do item anterior, podemos facilmente plotar os pontos da órbita do satélite correspondentes aos dados brutos coletados. Sendo assim, identifique com um triângulo ▲ os pontos da órbita do satélite nas cartas de Larissinha e Gustavinho.
- (i) **(10 pontos)** Trace a trajetória do satélite nas cartas e, então, faça uma tabela para cada observador, com uma coluna de identificação numérica das constelações na ordem em que o satélite as cruza e outra com o nome da constelação. Se existente e visível, indique com uma seta → a estrela α de cada constelação da tabela e identifique-a com o número da constelação correspondente.
- (j) **(18 pontos)** Indique e identifique nas cartas os nodos ascendente Ω , descendente Υ e os polos da órbita do satélite (PNO ou PSO). Após isso, estime a longitude do nodo ascendente da órbita do satélite Ω e sua inclinação orbital em relação ao equador celeste i .
- (k) **(5 pontos)** Um parâmetro orbital muito importante para compreendermos a órbita do satélite além da projeção na esfera celeste é o seu semi-eixo maior. Sendo assim, determine o semi-eixo maior a da órbita do satélite.

Para compreenderem um pouco mais a dinâmica orbital do satélite, Larissinha e Gustavinho adicionaram à tabela 2 sua velocidade angular média w em minutos de arco por segundo:

Estrela	α (°)	δ (°)
Kuma	263.063	55.183
δ Scp	357.300	-28.117
Pherkad	230.179	71.834
CU Vir	186.735	2.137
Kornephoros	247.555	21.490
Sarin	258.754	24.839
Mimosa	191.929	-59.689
Markeb	140.525	-55.011
Alsephina	131.175	-54.708
l Car	146.308	-62.508
Avior	160.988	-59.552
Praecipua	82.688	-12.258
Al Kaff al Jidhmah III	21.225	-9.130
α Lyn	140.263	34.393
Acrux	186.646	-63.099
Suhail	136.996	-43.433
Algieba	155.733	19.858

Tabela 1: Estrelas que Gustavinho recordava com a incrível precisão disponibilizada por sua incrível memória.

TSG	δ ($^{\circ}$)	α ($^{\circ}$)	w ($^{\circ}/s$)
14:01:50	13.620	33.206	4.775
14:03:43	18.428	41.125	4.745
14:05:37	22.889	49.483	4.686
14:07:32	26.886	58.377	4.599
14:09:30	30.288	67.871	4.490
14:11:30	32.960	77.970	4.359
14:13:34	34.776	88.592	4.211
14:15:42	35.636	99.562	4.052
14:17:55	35.490	110.630	3.886
14:20:14	34.345	121.522	3.717
14:22:39	32.270	132.007	3.549
14:25:12	29.374	141.935	3.388
14:27:51	25.786	151.252	3.236
14:30:38	21.643	159.983	3.097
14:33:32	17.070	168.203	2.973
14:36:34	12.182	176.016	2.867
14:39:42	7.084	183.542	2.780
14:42:57	1.867	190.900	2.714
14:46:16	-3.381	198.216	2.670
14:49:38	-8.573	205.610	2.647
14:53:02	-13.620	213.206	2.647
14:56:26	-18.428	221.125	2.670
14:59:48	-22.889	229.483	2.714
15:03:07	-26.886	238.377	2.780
15:06:21	-30.288	247.871	2.867
15:09:30	-32.960	257.970	2.973
15:12:31	-34.776	268.592	3.096
15:15:26	-35.636	279.562	3.236
15:18:13	-35.490	290.630	3.388
15:20:52	-34.345	301.522	3.550
15:23:24	-32.270	312.007	3.717
15:25:49	-29.374	321.935	3.886
15:28:08	-25.786	331.252	4.052
15:30:22	-21.643	339.983	4.212
15:32:30	-17.070	348.203	4.359
15:34:34	-12.182	356.016	4.490
15:36:34	-7.084	363.542	4.599
15:38:31	-1.867	370.900	4.686
15:40:27	3.381	378.216	4.744
15:42:21	8.573	385.610	4.774
15:44:14	13.620	33.206	4.775

Tabela 2: Dados coletados por Larissinha e Gustavinho, além das velocidades angulares médias em cada ponto (δ, α) da órbita do satélite.

- (l) **(17 pontos)** Larissinha estava muito empolgada com os dados coletados e decide fazer uma tabela com as velocidades angulares médias do satélite a partir dos dados brutos. Descreva algebricamente o método usado por Larissinha para encontrar as velocidades.
- (m) **(20 pontos)** Agora, Larissinha e Gustavinho suspeitam que a órbita do satélite é elíptica, por mais que tenham planejado uma órbita circular. Então, para visualizarem melhor a disposição da órbita no espaço, encontre o argumento do perigeu ω da órbita do satélite.