



LISTA 1
SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS
OLIMPÍADAS INTERNACIONAIS DE 2025

Instruções Gerais

1. Cada aluno deve enviar um arquivo único por lista no formato PDF pelo Gradescope da seletiva. Na plataforma, o aluno deverá marcar quais páginas correspondem a quais questões.
2. A lista é composta por 6 problemas, com os 5 primeiros valendo 10 pontos e o último valendo 20 pontos.
3. Antes de enviar o arquivo, verifique se a sua solução está **legível**.
4. Caso opte por deixar uma questão em branco, faça upload de uma página escrita "em branco" e associe à questão.
5. As soluções de duas ou mais questões não podem estar em uma mesma página;
6. No canto superior esquerdo das páginas informe: "Nº aluno - Q(Nº questão) ". Por exemplo, "48 - Q1", e no canto inferior direito informe o número da página, por exemplo, "p.1."
7. Use apenas dados presentes nos enunciados e na tabela de constantes para a resolução das questões, a não ser que a questão peça o contrário.
8. A lista é totalmente **individual**.

Prazo: 19/04/2025 23h59min

Tabela de Constantes

Massa (M_{\oplus})	$5,98 \cdot 10^{24}$ kg	Terra
Raio (R_{\oplus})	$6,38 \cdot 10^6$ m	
Aceleração da gravidade superficial (g_{\oplus})	$9,8$ m/s ²	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ}27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	23h 56min 04s	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22}$ kg	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6$ m	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8$ m	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	-12,74 mag	
Massa (M_{\odot})	$1,99 \cdot 10^{30}$ kg	Sol
Raio (R_{\odot})	$6,96 \cdot 10^8$ m	
Luminosidade (L_{\odot})	$3,83 \cdot 10^{26}$ W	
Magnitude Absoluta (M_{\odot})	4,80 mag	
Magnitude Aparente (m_{\odot})	-26,7 mag	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s ⁻¹	
Distância ao Centro Galáctico	8,5 kpc	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	+6 mag	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11}$ m	
1 pc	206 265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11}$ N · m ² · kg ⁻²	Constantes Físicas
Constante Universal dos Gases (R)	$8,314$ N · m · mol ⁻¹ · K ⁻¹	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23}$ J · K ⁻¹	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8}$ W · m ⁻² · K ⁻⁴	
Constante de Deslocamento de Wien (b)	$2,90 \cdot 10^{-3}$ m · K	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8$ km · s ⁻¹ · Mpc ⁻¹	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,00 \cdot 10^8$ m/s	
Massa do Próton (m_p)	$1,67 \cdot 10^{-27}$ kg	
Carga elementar (e)	$1,60 \cdot 10^{-19}$ C	
Permissividade magnética do vácuo (μ_0)	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	656 nm	

- Segue uma tabela com as estrelas nos polos celestes de cada planeta:

Planeta	Estrela Polar Norte	Estrela Polar Sul
Mercúrio	α -Dra	α -Pic
Vênus	η^1 -Dor	42-Dra
Marte	Prolongamento de 1 vez da linha que liga γ -Cyg e α -Cyg	κ -Vel
Júpiter	ζ -Dra	δ -Dor
Saturno	Forma um triângulo retângulo com α -UMi e γ -Cep	δ -Oct
Urano	η -Oph	15-Ori / Prolongamento de 1 vez a linha que liga γ -Ori e ϵ -Ori
Netuno	Metade da linha que liga γ -Cyg e δ -Cyg	γ -Vel

- Alguns dados que podem ser importantes:

Estrela	Declinação (δ)	Ascensão Reta (α)
Antares	$-26^{\circ}29'08''$	16h 30m 57s
Rigil Kent	$-60^{\circ}56'34''$	14h 41m 32s
Sírius	$-16^{\circ}44'38''$	06h 46m 16s

1. **Observador marítimo (10 pontos)** Tung Tung Sahur decidiu ir para o topo de um interferômetro marítimo para conseguir localizar Tralalero Tralala, o seu maior rival. Sabe-se que o interferômetro tem altura $H = 2$ m e está localizado na costa litorânea de San Diego, Califórnia ($\varphi = 33^\circ$). Subitamente, para surpresa de Tung Tung Sahur, não Tralalero Tralala, mas sim Bombardiro Crocodilo é avistado com um brilho muito forte, sendo seus sinais luminosos captados pelo interferômetro. A intensidade dos sinais luminosos de Bombardiro Crocodilo varia com o tempo, mas é sabido que o primeiro máximo de intensidade ocorre quando o azimute de Bombardiro Crocodilo é $A = 160^\circ$. Sabendo que Bombardiro Crocodilo está extremamente distante, de modo que seus raios cheguem paralelos como os de uma estrela, e considerando que sua declinação δ não varia, determine o valor de δ em graus. Considere que o comprimento de onda dos sinais emitidos por Bombardiro Crocodilo é $\lambda = 21$ cm.
2. **Observações Noturnas (10 pontos)** Bruno estava de férias no hemisfério norte e decidiu passar horas observando o céu noturno. Ao longo da noite, ele marcou a altura e o azimute de uma determinada estrela em diferentes momentos. A tabela abaixo contém os dados anotados por Bruno:

Altura (h)	Azimute (A)
$15^\circ 57' 15.5''$	$79^\circ 00' 41.2''$
$28^\circ 27' 54.9''$	$92^\circ 45' 43.7''$
$34^\circ 42' 48.5''$	$100^\circ 14' 13.5''$
$47^\circ 59' 35.4''$	$120^\circ 31' 44.6''$
$57^\circ 15' 56.7''$	$146^\circ 13' 44.1''$
$60^\circ 03' 21.7''$	$163^\circ 10' 15.5''$
$57^\circ 44' 10.2''$	$211^\circ 38' 58.4''$
$52^\circ 16' 32.7''$	$229^\circ 59' 02.2''$
$40^\circ 15' 09.0''$	$252^\circ 19' 26.5''$

- (a) **(3 pontos)** Qual é o número mínimo necessário de pontos da tabela acima para determinar a latitude de Bruno? Justifique a sua resposta.
- (b) **(6 pontos)** Selecione apenas os primeiros N pontos da tabela, sendo que N representa a sua resposta no item anterior. Com base exclusivamente nesses pontos, determine a latitude de Bruno.
- (c) **(1 ponto)** Determine a declinação da estrela observada por Bruno.
3. **Perturbando o Sr. Analema (10 pontos)** A equação do tempo (EQT) é historicamente uma importantíssima ferramenta de astrometria, determinando a diferença entre a hora solar verdadeira e a hora solar média: $EQT = H - H_m$. Nessa questão encontraremos uma primeira aproximação (em termos da excentricidade) para a equação do tempo.
- (a) **(2 pontos)** Seja $t_0 = 0$ o momento em que o Sol cruza o ponto vernal. Encontre EQT como função de t e da longitude eclíptica do astro λ .
- (b) **(5 pontos)** Na aproximação de baixas excentricidades (i.e. e^2 desprezível), encontre a anomalia verdadeira do planeta $E(t)$ considerando que a Terra demora Δt dias para percorrer do periélio até o equinócio de março.
- (c) **(3 pontos)** Assumindo $\Delta t = 87 d$, encontre a EQT como função somente de t .
4. **O Império Contra-Ataca (10 pontos)** Darth Métrio é o comandante supremo de um poderoso império de uma galáxia muito, muito distante. Certo dia, seus generais interceptam uma mensagem de rádio da Terra, a qual é erroneamente interpretada pelos generais do império como uma declaração de guerra. Ao ser informado disso, Métrio prontamente ordena um ataque à Terra utilizando um MBI (Míssil Balístico Intergaláctico). Durante uma de suas observações, o astrônomo terráqueo Elchym, de forma sagaz, identifica o MBI quando ele ainda estava a uma distância muito grande de nosso planeta. Intrigado, ele resolve medir suas coordenadas equatoriais no momento da detecção:

- Declinação: $\delta_1 = -47^\circ 45' 50''$
- Ascensão reta: $\alpha_1 = 5^h 50^m 25^s$

Ela nota também que, nesse momento, a distância do objeto à Terra é suficiente para que apenas a interação gravitacional entre ele e a Terra seja relevante para a análise do seu movimento. Desta forma, Elchym resolve simular computacionalmente a trajetória subsequente do objeto no referencial da Terra. O astrônomo percebe, para a infelicidade de Métrio, que o corpo estranho não chegará a atingir nosso planeta. Ele também nota, usando como referência o plano do Equador Celeste, que o argumento do perigeu da órbita do objeto vale $\omega = 30^\circ$, que sua inclinação orbital é menor que 90° e obtém sua excentricidade $e = 3,00$. Por estar muito ocupado, Elchym resolve, por meio deste problema, pedir a sua ajuda para realizar seus cálculos! Por favor ajude-o, a partir dos dados fornecidos, a determinar as coordenadas equatoriais (α_2, δ_2) do míssil um longo tempo após a passagem pelo seu perigeu.

5. Sugou (10 pontos) O Glossário de gírias iteanas, disponível na WikITA, apresenta a seguinte definição para o verbete “sugar”:

“Ato de extrair todas as energias, dinheiro, força vital ou qualquer coisa que seja de uma pessoa, seja de seu intelecto, seu tempo, corpo ou bolso.”

Em uma projeção estereográfica, Plo desenhou Sirius, Antares, Rigil Kent... sugou. Também sugou de calcular tamanho de ponto. A Carta abaixo representa o resultado.

- (a) **(2.5 pontos)** Identifique qual estrela corresponde a cada número.
- (b) **(5 pontos)** Trace o polo celeste visível. Por meio dele, determine a latitude do local de observação.
- (c) **(2.5 pontos)** Na carta, trace o Equador.

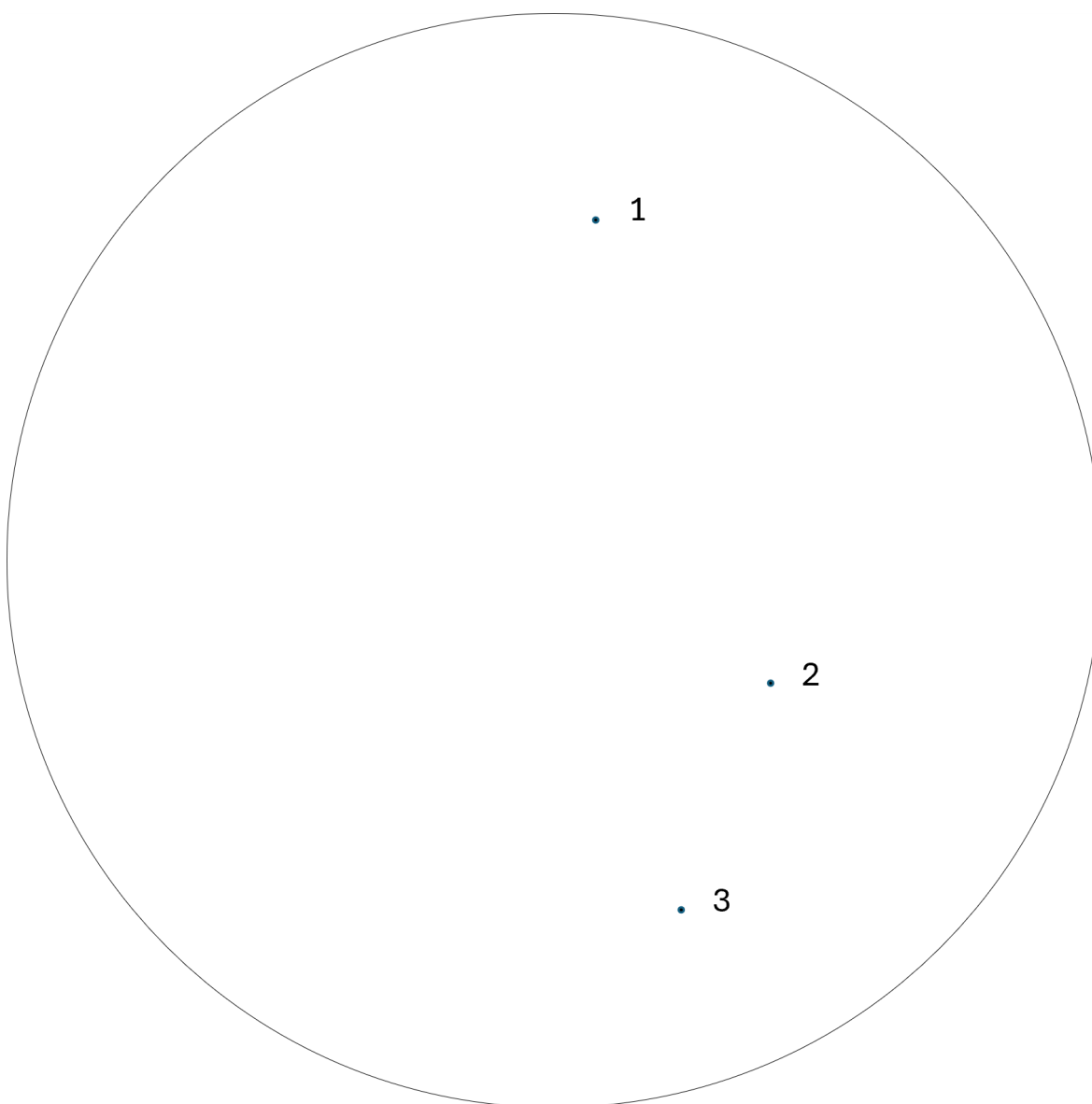


Figura 1: Carta Celeste feita por Plo.

6. Prisão Desconhecida (20 pontos) Em meio à pressa para voltar para casa após um dia complicado, Gurjinho acabou se descuidando durante o trajeto: tropeçou, caiu e desmaiou. Quando recobrou a consciência, encontrou-se em uma situação inesperada — estava preso em um planeta desconhecido, confinado em uma gaiola que lhe permitia ver apenas o céu acima de sua cabeça.

Logo descobriu que havia sido raptado por uma civilização extraterrestre. Esses seres, ao aterrissarem na Terra, encontraram Gurjinho e o levaram para seu planeta de origem. No entanto, Gurjinho, que domina Física como poucos, decidiu usar seus conhecimentos para emitir um sinal luminoso em direção à Terra, escolhendo cuidadosamente um horário em que Hermético pudesse observá-lo.

Apesar de suspeitar que ainda estivesse em algum ponto do Sistema Solar, Gurjinho sabia que precisava determinar exatamente em qual planeta havia sido deixado antes de colocar seu plano em prática. Como astronomia de posição e reconhecimento do céu sempre foram suas maiores dificuldades, ele resolveu pedir a sua ajuda.

Para isso, disponibilizamos duas cartas celestes (**Carta 1.1** e **Carta 1.2**) que mostram o céu observado por Gurjinho em dois momentos distintos. As cartas não possuem rotação entre si, ou seja, representam o céu visto da mesma posição, apenas em horários diferentes. Em uma delas, é possível identificar a Terra, representada como o ponto mais brilhante do céu (com magnitude propositalmente exagerada para facilitar a visualização).

- (a) **(1 pontos)** Para começarmos, faça um reconhecimento geral do céu. Identifique e marque com um **X** os objetos M30 e M35, e as estrelas Hadar (β -Cen) e Procyon (α -CMi).
- (b) **(4 pontos)** Com o céu já reconhecido, localize o polo celeste visível no planeta em que Gurjinho se encontra. Com base nessa observação, identifique em qual planeta ele está e indique se o polo visível é o Polo Celeste Norte (PCN) ou o Polo Celeste Sul (PCS).
- (c) **(6 pontos)** Agora, para começar a encontrar a posição do planeta em que Gurjinho está, precisamos encontrar as coordenadas da Terra, vistas por ele. Para isso, considere um sistema de coordenadas dextrógiro que possui o polo norte do planeta como polo fundamental e que o meridiano de referência para o início da coordenada azimutal desse sistema é o meridiano superior que passa pelo polo norte eclíptico. Encontre as coordenadas Δ (coordenada polar, sendo medida a partir do equador do planeta) e L (coordenada azimutal, medida a partir do meridiano que possui o polo norte eclíptico) e trace o equador do planeta em ambas as cartas.
- (d) **(9 pontos)** Sabendo agora onde Gurjinho está, resta determinar o melhor horário para que ele envie o sinal luminoso. Sabemos que, no instante representado na **Carta 1.1**, Hermético está em Campinas ($\phi = -22,9^\circ$; $\lambda = -47,1^\circ$) e vê o planeta em que seu amigo está a uma altura $27,5^\circ$ e azimute 103° . Sabendo que era dia 12 de outubro, determine o horário civil de Hermético e as coordenadas equatoriais do planeta de Gurjinho (δ_G, α_G). Despreze a excentricidade da órbita da Terra.

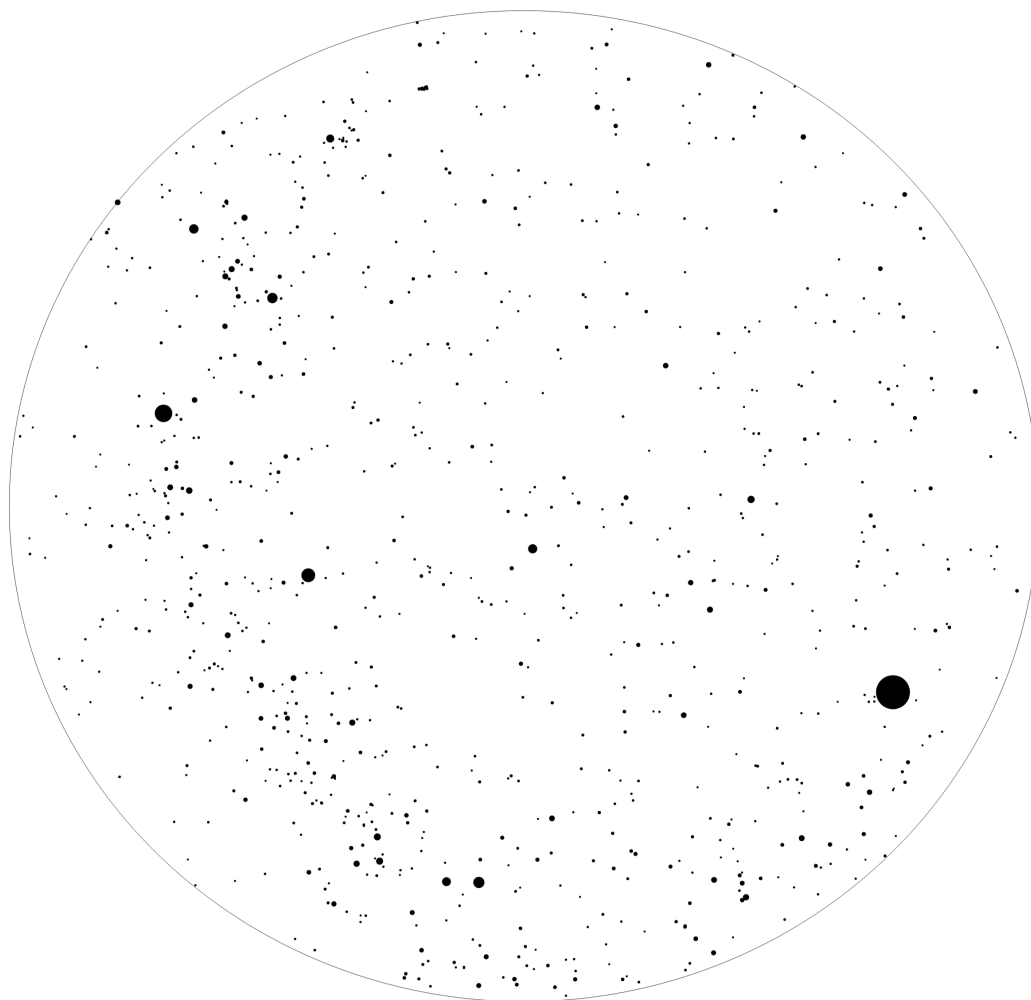


Figura 2: Carta 1.1

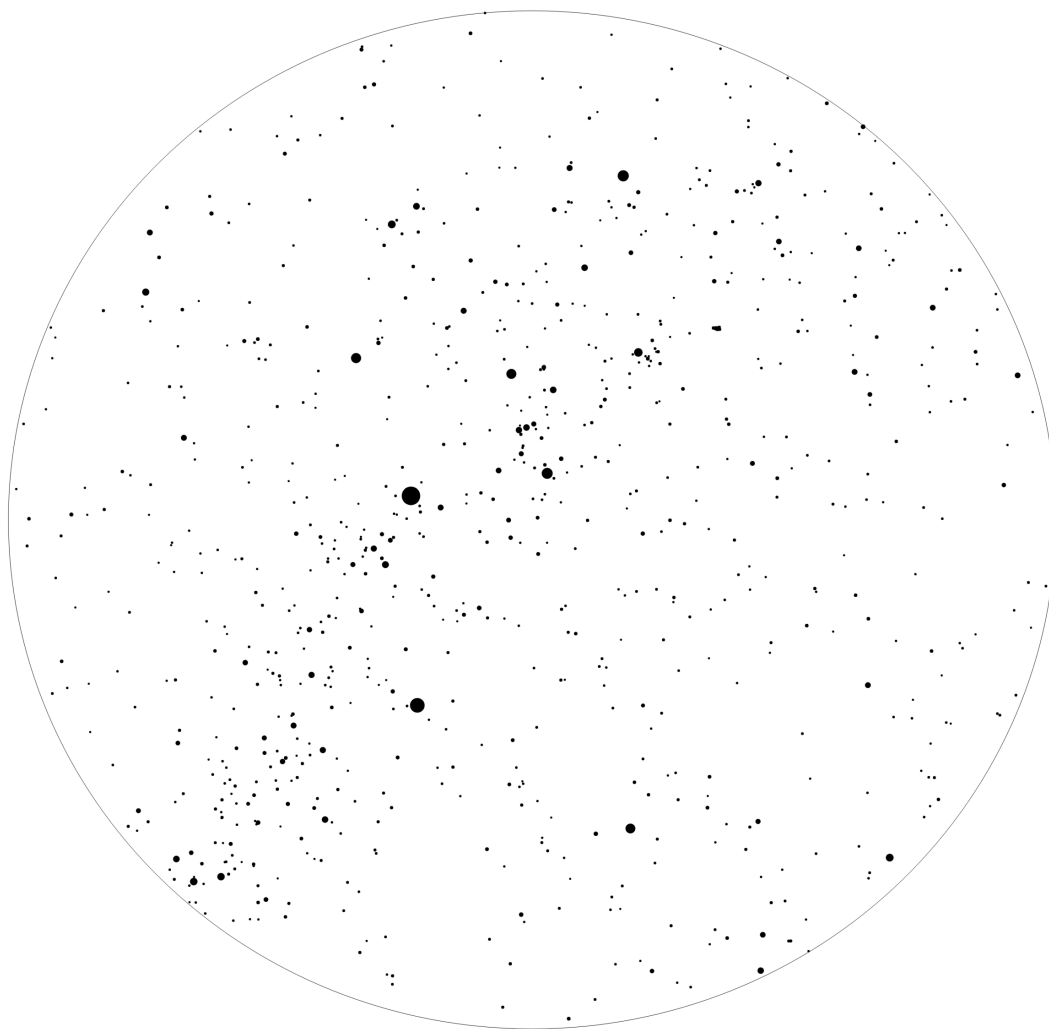


Figura 3: Carta 1.2