



**PROVA TEÓRICA P1**  
**SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS**  
**OLIMPIÁDAS INTERNACIONAIS DE 2023**

---

## Instruções Gerais

1. Escreva a sua identificação em **TODAS** as folhas de respostas;
2. Escreva o Número de cada Questão na folha de resposta
3. A duração da prova é de 3 (TRÊS) horas;
4. Essa prova é composta por 10 (DEZ) questões (totalizando 150 pontos) e tem peso 3 para a média final;
5. A prova é individual e sem consultas;
6. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
7. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
8. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada;
9. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas;
10. Folhas de rascunho serão disponibilizadas e não precisam ser entregues junto com a prova e as folhas de respostas;
11. Os cálculos na solução de cada questão são obrigatórios! Eles devem ser feitos à caneta esferográfica. Utilize para isso o espaço reservado em cada uma das folhas de respostas. Às respostas ainda que corretas, mas sem o desenvolvimento, serão associadas à nota zero.
12. Ao final da prova devolva o caderno de questões e as folhas de respostas.

## Questões

### 1. (Livre caminho médio - 5 pontos)

Dentro de um meio material, o livre caminho médio de um fóton ( $d_{foton}$ ) é dado por:

$$d_{foton} = \frac{1}{\kappa\rho}$$

onde  $\kappa$  e  $\rho$  são, respectivamente, o coeficiente de absorção de massa do fóton e a densidade do meio.

- (a) Sabendo que o coeficiente de absorção de massa do fóton no interior do Sol é  $\kappa = 10 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$ , faça uma estimativa do livre caminho médio do fóton dentro do Sol.
- (b) É possível demonstrar que o caminho total  $s$  percorrido por um fóton dentro do Sol é dado por:

$$s_{foton} = \frac{(Raio_{Sol})^2}{d_{foton}}$$

Com esta informação, calcule quanto tempo leva para um fóton gerado no centro do Sol atingir sua superfície.

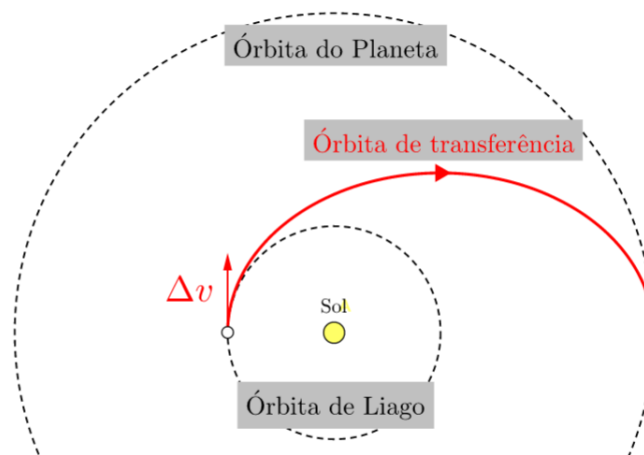
- (c) Em quanto tempo um neutrino faz o percurso do item anterior, do centro do Sol até sua superfície?

### 2. (Relógio de Sol - 5 pontos)

Aqui no Hotel Fazenda Ribeirão foi instalado um Relógio de Sol cujo mostrador indica a hora solar verdadeira com a precisão de 1 min. Calcule o valor da correção que deve aplicada à hora indicada no mostrador para o dia 14 de março de 2023, sabendo que pela Equação do Tempo, para este dia, o Sol estava “atrasado” cerca de 9 min em relação à Hora Oficial Brasileira (ou seja, um relógio de Sol no meridiano  $45^\circ$  marca um tempo nove minutos atrasado em relação ao horário de Brasília). **Dado:** O Relógio tem as seguintes coordenadas: Latitude =  $-22^\circ 4' 0''$  e Longitude =  $-43^\circ 46' 5''$ .

### 3. (Planeta desconhecido - 10 pontos)

Sitor encontrou um misterioso planeta no Sistema Solar, de órbita circular e período 2,3 anos. Ele então informa seu amigo Liago que está em uma nave em órbita do Sol de raio 1,3 UA da existência do planeta. Liago então decide visitar o planeta através de uma manobra de transferência de Hohmann. Com um impulso no sentido do movimento da nave, esta é posta em uma trajetória elíptica (órbita de transferência) até chegar na órbita final desejada, conforme ilustra a figura abaixo.



- (a) Qual é o impulso  $\Delta v$ , em m/s, necessário para colocar a nave de Liago na órbita de transferência?  
 (b) Quanto tempo levará para completar a manobra?

#### 4. (Quiz Astronômico - 10 pontos)

Complete as afirmativas abaixo:

- (a) O dia sideral é medido em relação ao/às \_\_\_\_\_.  
 (b) O mês sideral possui aproximadamente \_\_\_\_\_ dias.  
 (c) Considerando que valores distintos para a porcentagem da Lua iluminada correspondem a fases lunares distintas, a Lua tem \_\_\_\_\_ fases.  
 (d) Ptolomeu introduziu um novo conceito na astronomia, denominado \_\_\_\_\_ para tentar explicar o movimento \_\_\_\_\_ de alguns planetas.  
 (e) No modelo geocêntrico a/o \_\_\_\_\_ era considerada o centro, e tinha em sua volta os astros na ordem que segue: Lua, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, Marte, \_\_\_\_\_, Saturno e as estrelas fixas.  
 (f) Galileu descobriu através de observações telescópicas \_\_\_\_\_ luas que orbitam Júpiter bem como que \_\_\_\_\_ possuía diferentes fases.  
 (g) A teoria mais aceita atualmente para a formação da nossa Lua é de que um objeto de tamanho aproximadamente igual ao planeta \_\_\_\_\_ colidiu com a Terra e deste modo criou nosso satélite natural.  
 (h) No sistema solar \_\_\_\_\_ planetas possuem anéis.  
 (i) Utilizando a convenção da União Astronômica Internacional, o céu é dividido em \_\_\_\_\_ constelações.  
 (j) Existem 7 principais tipos espectrais de estrelas, sendo eles em ordem decrescente de temperatura: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_.  
 (k) Telescópios que usam apenas lentes em sua óptica são chamados de \_\_\_\_\_.  
 (l) A magnitude aparente da estrela Vega ( $\alpha$  Lyr) é \_\_\_\_\_.  
 (m) A menor constelação do céu chama-se \_\_\_\_\_.

/

#### 5. (Gravidade diferente - 15 pontos)

Considere um universo no qual a força gravitacional possui uma forma diferente. Nesse universo, uma partícula de massa  $m$  a uma distância  $r$  da origem apresenta uma energia potencial

$$U = mkr^n$$

Em que a constante  $k$  e o expoente  $n$  são conhecidos.

- (a) Determine a intensidade da força  $F(r)$  à qual a partícula estaria sujeita nesse universo. Use que:

$$F(r) = -\frac{1}{m} \frac{\Delta U}{\Delta r} = -\frac{1}{m} \frac{U(r + \Delta r) - U(r)}{\Delta r}$$

Em que  $\Delta r \ll r$  é uma pequena variação em  $r$ . Você pode precisar da aproximação  $(1+x)^n \approx 1 + nx$ , para  $x \ll 1$ . O sinal negativo, nessa situação, indicará que a força aponta para o centro.

- (b) Caso a partícula orbite em torno da origem com momento angular fixo  $l$ , calcule (i) a sua energia mecânica total na situação em que o movimento é circular e (ii) qual seria o raio do círculo, em função de  $m$ ,  $n$ ,  $l$ , e  $k$ .

**6. (OVNI 1 - 15 pontos)**

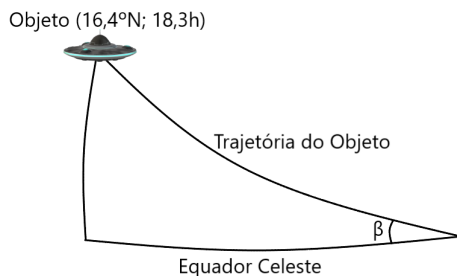
André, um grande engenheiro e entusiasta da astronomia, observa o céu durante uma noite sem nuvens e com condições praticamente ideais de observação. Em dado momento, ele nota que um OVNI (objeto voador não identificado) está em aproximação. André observa que o objeto voa extremamente rápido com velocidade constante, de forma paralela ao solo, e habilmente estima a sua altitude  $H = 10$  km. Durante essa observação, André usa um cronômetro para obter o intervalo de tempo  $\Delta t$  entre os seguintes eventos:

1. A luz advinda do objeto começa a se tornar visível para André, i.e., entra no limiar da visão humana a olho nu.
2. O objeto começa a ser percebido como um corpo extenso por André, i.e., os olhos do estudante conseguem resolvê-lo.

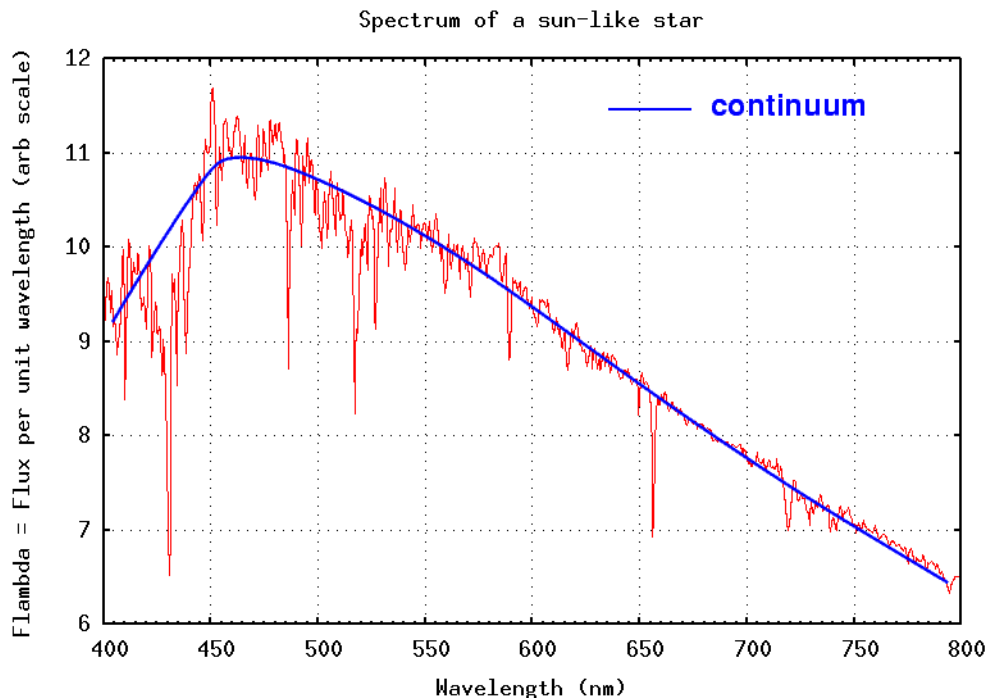
Ao fim, ele obtém  $\Delta t = 2,0$  min. Após um certo tempo, o objeto passa pelo zênite de André, momento em que o rapaz estima a sua magnitude  $m_0 = +1,0$  mag e diâmetro angular  $\theta_0 = 0,05^\circ$ . Com as informações fornecidas, determine o módulo da velocidade  $v$  do objeto, em km/h. Considere que a visão de André é saudável e que ele enxerga a luz do objeto na faixa do visível ( $\lambda = 550$  nm). Ademais, considere que o objeto emite luz isotropicamente e desconsidere a curvatura do planeta e a refração atmosférica.

**7. (OVNI 2 - 20 pontos)**

Bruno estava observando o céu noturno e avistou um objeto que ele não conseguiu identificar. Apesar de não saber exatamente o que o objeto era, Bruno notou que ele estava em uma declinação de  $16,4^\circ$  N e uma ascensão reta de  $18,3$  h. Além disso, no instante da observação de Bruno, a sua velocidade angular em declinação (taxa de variação da declinação em relação ao tempo) era igual a  $-0,124^\circ/s$  e a sua velocidade angular em ascensão reta (taxa de variação da ascensão reta em relação ao tempo) era igual a  $0,349^\circ/s$ . Bruno decidiu assumir que o objeto se movimentava com velocidade angular constante na esfera celeste, sendo a sua trajetória um arco de círculo máximo. Com base nesse modelo, qual seria o ângulo da intersecção da trajetória do objeto com o Equador Celeste? Despreze a refração atmosférica.

**8. (Astrônomo Amador - 20 pontos)**

Bakoto é um astrônomo amador que planeja observar a estrela Iakose com o seu telescópio de diâmetro 60 mm. Para tal, encontra dados da estrela captados por um telescópio com 10,28 m de diâmetro, razão focal  $f/6$  e acoplado em um CCD com pixels de lado  $2,49 \cdot 10^{-5}$  mm. A imagem da estrela ocupa 1 pixel inteiro nesse CCD e está a uma distância de 20 pc da Terra. O seu espectro de emissão (fluxo em uma escala arbitrária *versus* comprimento de onda em nm) está representado na imagem a seguir (O gráfico já foi corrigido levando-se em conta a velocidade radial da estrela e a linha azul cheia representa a curva suavizada de seu espectro).



- (a) Qual o diâmetro da estrela?
- (b) Qual a magnitude absoluta e a magnitude aparente da estrela?
- (c) Calcule a magnitude limite do telescópio de Bakoto e diga se essa estrela pode ser observada através dele. Considere que a magnitude limite do olho humano é +6 e que o diâmetro da pupila humana adaptada seja de 6 mm.

### 9. (Aumento útil - 25 pontos)

Ualypinho, um estudante muito serelepe, se empolgou na compra de seu primeiro telescópio. Ansioso por observar Júpiter, nosso astrônomo favorito não tardou em acoplar a lente de maior aumento possível na ocular. Para sua surpresa, a observação foi de baixa qualidade. Decidindo, então, ir aos poucos, acoplou sua lente de menor aumento para observar o mesmo astro, obtendo novamente uma imagem ruim. Na terceira tentativa, ele utilizou uma lente com aumento intermediário, finalmente obtendo uma imagem de qualidade satisfatória.

Inicialmente, Ualypinho propôs a seguinte explicação: como o limite de resolução do olho humano é de um minuto de arco, se dois raios chegam à pupila com separação angular maior ou igual a esse valor, ativam regiões distintas da retina. Caso esses dois raios tenham sido mesclados pela difração na abertura do telescópio, isto é, caso não obedeçam ao critério de resolução de Rayleigh, enxergamos uma imagem borrada, em que cada ponto é uma mistura da cor e do brilho superficial de sua vizinhança.

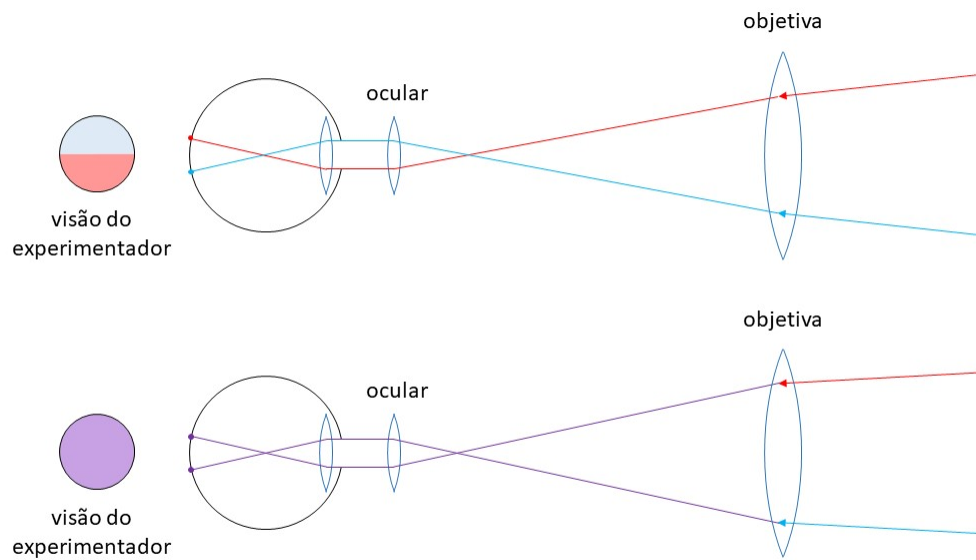


Figura 2: Esquema do primeiro modelo proposto por Ualypinho

Já sua segunda explicação se baseava no brilho superficial  $B$  do corpo celeste. Consoante essa abordagem, a razão entre a potência  $P$  de um astro (energia incidente no olho por intervalo de tempo) e o quadrado de seu diâmetro angular  $\theta$  (como se fosse sua "área angular") deveria estar dentro de uma faixa de conforto para que a luz não fique nem muito concentrada, nem muito dissipada. O brilho superficial pode ser calculado da seguinte forma:

$$B = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot \theta^2}$$

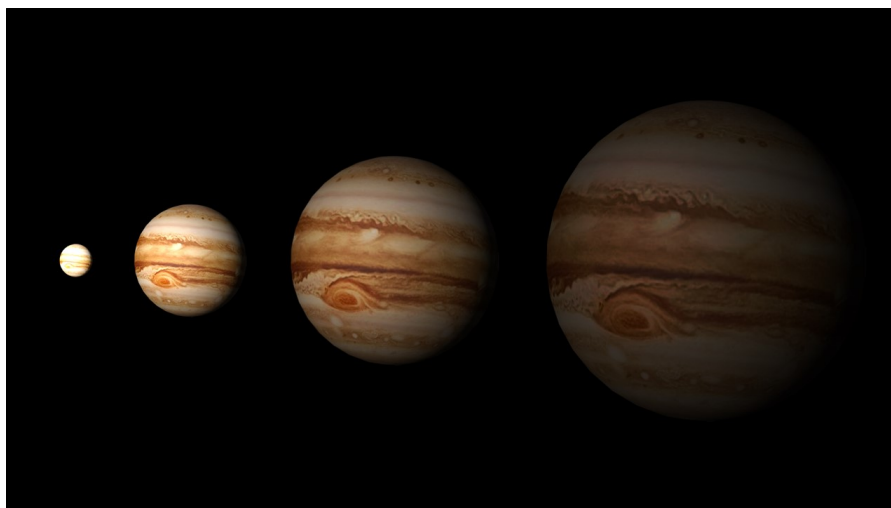


Figura 3: Esquema do segundo modelo proposto por Ualypinho

- (a) **(i)** Seguindo o primeiro modelo, encontre a faixa de aumento  $A$  em função do diâmetro do telescópio  $D$  e do comprimento de onda  $\lambda$ , em que  $D$  está em milímetros e  $\lambda$  em microns, para que a qualidade da imagem seja satisfatória. **(ii)** Considerar apenas o primeiro modelo como correto é consistente com as constatações experimentais de Ualypinho?
- (b) **(i)** Seguindo o segundo modelo, encontre a faixa de aumento  $A$  em função do diâmetro do telescópio  $D$ , medido em milímetros, para que a qualidade da imagem seja satisfatória. Considere que a observação seja feita na máxima aproximação entre Júpiter e Terra. **(ii)** Considerar apenas o segundo modelo como correto é consistente com as constatações experimentais de Ualypinho? **(iii)** E considerar ambos os modelos como corretos, é consistente?
- (c) **Baseando-se nas ideias desenvolvidas**, responda: qual tipo de razão focal (alta ou baixa) melhor se adequa à observação de objetos com alto brilho superficial?

**Dados:**

- semi-eixo maior da órbita joviana:  $a_J = 5,2 \text{ UA}$
- diâmetro joviano:  $d_J = 1,5 \cdot 10^8 \text{ m}$
- magnitude aparente joviana (máxima aproximação):  $m_J = -2,9$
- faixa de conforto do brilho superficial:  $0,8 \mu\text{W rad}^{-2} \leq B \leq 3 \mu\text{W rad}^{-2}$
- espectro visível: radiação eletromagnética com comprimento de onda entre  $0,4$  e  $0,8 \mu\text{m}$

**10. (Binário - 25 pontos)**

Em uma noite de observação, o astrônomo Bismarck observou um sistema binário que o deixou curioso. Após fazer algumas medidas e pesquisar alguns dados, ele acabou pegando no sono, então você decidiu ajudá-lo obtendo o resto das informações.

**Dados obtidos por Bismarck:**

- Magnitude aparente da estrela 1: 3,80
- Magnitude aparente total do sistema (estrelas 1 e 2): 3,50
- Magnitude absoluta da estrela 2: 5,04
- Separação angular máxima entre as estrelas:  $\theta = 10,0 \text{ mas}$  (milissegundos de arco)
- Período do sistema: 1 mês

Baseado nesses dados, responda:

- (a) Qual a magnitude aparente da estrela 2?
- (b) Qual a distância da Terra até o sistema em pc?
- (c) Qual a distância máxima entre as estrelas em UA?
- (d) Qual a massa total do sistema em massas solares?