PROVA TEÓRICA P1

SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA

XIV IOAA e XII OLAA de 2020

Escreva aqui a sua identificação:

PROVA TEÓRICA P1 – FOLHA DE RESPOSTAS

GABARITO

Instruções

1. Escreva o número da sua identificação em TODAS as folhas de respostas;
2. A duração da prova é de **4 (quatro) horas**;
3. Essa prova vale **10 pontos** e tem **peso 3** para a média final;
4. A soma dos valores de todos os itens é igual a 130, o que significa que a nota da prova será igual 1/13 da soma dos pontos obtidos pelo estudante;
5. A prova é individual e sem consultas;
6. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
7. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
8. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada. Não a rabisque, pois ela poderá ser reutilizada;
9. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas. Se necessário, use o verso da folha de resposta para o cálculo;
10. Folhas de rascunho serão disponibilizadas e devem ser entregues junto com o caderno de questões e as folhas de respostas;
11. Os cálculos na solução de cada questão são obrigatórios! Eles podem ser feitos a lápis, mas a resposta final deverá ser a caneta. Escreva suas respostas nos locais apropriados para cada questão nas folhas de respostas. As respostas, ainda que corretas, sem o desenvolvimento não serão pontuadas;
12. Ao final da prova devolva o caderno de questões, as folhas de respostas e as folhas de rascunho.

Questão 1	Escreva nos espaços abaixo

Nota:

Complete as afirmativas abaixo:

(20 itens - 0,5 ponto por item)

a) O dia sideral é medido em relação ao/às estrelas.

b) O mês sideral possui aproximadamente 28 dias.

c) Galileu descobriu através de observações telescópicas 4 luas que orbitam Júpiter. Ele também descobriu que o planeta Vênus possui diferentes fases.

d) A teoria mais aceita atualmente para a formação da nossa Lua é de que um objeto de tamanho aproximadamente igual ao planeta Marte colidiu com a Terra e deste modo criou nosso satélite natural.

e) No Sistema Solar 4 planetas possuem anéis.

f) O céu é dividido em 88 constelações reconhecidas pela União Astronômica Internacional.

g) Existem 7 principais tipos espectrais de estrelas, sendo eles em ordem decrescente de temperatura: O, B, A, F, G, K, M.

h) Telescópios que usam apenas lentes em sua óptica são chamados de refratores (lunetas).

i) A magnitude aparente da estrela Vega (α Lyr) é 0.

j) O astro mais brilhante no céu da Terra, depois do Sol é o/a Lua.

k) O hidrogênio é o elemento químico encontrado em maior abundância nas estrelas.

l) A distância média da Terra ao Sol é conhecida por unidade astronômica.

m) A Coroa Solar possui uma temperatura muito mais alta (elevada) do que a temperatura da superfície visível do Sol.

Sua identificação:

Questão 2	magnitude	$\cong +29{,}2$
	distância	$\cong 2{,}5 \times 10^6\ anos - luz$

Nota:

espaço para o cálculo

a) Pela fórmula da soma de magnitudes, temos:

$$10^{-m_f \times 0{,}4} = 10^{-m_1 \times 0{,}4} + 10^{-m_2 \times 0{,}4}$$

Onde m_f é a magnitude final, soma das magnitudes m_1 e m_2.

Como as magnitudes são iguais, temos:

$$10^{-8{,}20 \times 0{,}4} = 250 \times 10^6 \times 10^{-m \times 0{,}4} \quad (2\ pt)$$

$$\log(10^{-8{,}20 \times 0{,}4}) = \log(250 \times 10^6 \times 10^{-m \times 0{,}4}) = \log(250) + \log(10^6) + \log(10^{-m \times 0{,}4})$$

$$-8{,}2 \times 0{,}4 = \log(250) + 6 - m \times 0{,}4$$

$$m = \frac{\log(250) + 6 + 8{,}20 \times 0{,}4}{0{,}4} \rightarrow m \cong +29{,}2 \quad (3\ pt)$$

b) Pelo módulo de distância, temos:

$$m - M = 5 \log d - 5$$

$$\frac{m - M + 5}{5} = \frac{29{,}2 - 4{,}8 + 5}{5} = \log d \rightarrow d = 10^{5{,}88} \rightarrow d \cong 7{,}6 \times 10^5\ pc$$

Convertendo parsec em anos-luz:

$$d = 7{,}6 \times 10^5\ pc \times 3{,}26 \frac{ano - luz}{pc} \rightarrow d \cong 2{,}5 \times 10^6\ anos - luz \quad (5\ pt)$$

Observação: A resposta do item b) deve ser em anos-luz. Respostas, mesmo que corretas, em outras unidades o estudante perderá 1 ponto.

Sua identificação:

Questão 3	S	$91{,}00\ m \le S \le 91{,}12\ m$
	Possível?	Não é possível
	Justificativa	(no espaço abaixo)

Nota:

espaço para o cálculo e justificativa

a) 1 rad = 206265'' → 0,05'' = (0,05/206265) rad (*1 pt*)

$$S = d\alpha \quad (1\ pt)$$

$$\therefore S = (3{,}84 \times 10^8 - 6{,}37 \times 10^6 - 4{,}00 \times 10^5 - 1{,}74 \times 10^6)m \times \frac{0{,}05}{206265} \cong 91{,}02 \approx 91\ m$$

O estudante pode desconsiderar a altura da órbita do HST:

$$S = d\alpha \rightarrow S = (3{,}84 \times 10^8 - 6{,}37 \times 10^6 - 1{,}74 \times 10^6)m \times \frac{0{,}05}{206265} \cong 91{,}12\ m \quad (4\ pt)$$

b) Não é possível

Justificativa: não, pois o jipe é, no mínimo, 30 vezes menor do que a resolução do Telescópio Espacial Hubble. (4 pt)

Observações:

- No item a), se o estudante não der a resposta em metros, perderá 1 ponto;
- No item b), se o estudante responder "não" sem uma justificativa, perderá 2 pontos.

Sua identificação:

Questão 4	N° de estrelas (1° do Polo)	$2947 \; ou \; 2948 \; estrelas$
	N° de estrelas (1°S do Equador)	$0 \; estrela$

Nota:

espaço para o cálculo

Teremos 3000 estrelas por hemisfério.

Do desenho da Dica, vemos que a altura da calota vale:

$$h = R - R\cos\theta$$

Substituindo na fórmula dada da área calota esférica, temos:

$$A = 2\pi R^2(1 - \cos\theta) \quad (1\,pt)$$

Podemos arbitrar o valor do raio da Esfera Celeste como sendo igual a 1. Portanto a área total da calota, para θ = 90°, será:

$$A = 2\pi$$

Assim, com uma simples regra de três podemos estimar o número de estrelas

$$\begin{array}{ll} 2\pi & \rightarrow 3000 \; estrelas \\ 2\pi(1-\cos\theta) & \rightarrow n° \; estrelas \end{array}$$

$$n° \; estrelas = 3000(1 - \cos\theta) \quad (1\,pt)$$

θ é a distância zenital do Equador Celeste, portanto:

a) Se você está a 1º do Polo, θ = 89º.

$$n° \; estrelas = 3000(1 - \cos 89°) \cong 2947{,}6 \rightarrow 2947 \; ou \; 2948 \; estrelas \quad (4\,pt)$$

b) Se está a 1° do Equador, θ = 1º

$$n° \; estrelas = 3000(1 - \cos 1°) \cong 0{,}45 \rightarrow 0 \; estrela \quad (4\,pt)$$

Observação: o número de estrelas pertence ao conjunto dos números naturais, portanto o estudante que escrever o número de estrelas com casas decimais perderá 1 ponto.

Sua identificação:

Questão 5	a	1/5
	b	2/5
	Raio (mil anos)	$\approx 10^{0}\ pc$
	Raio (1 milhão de anos)	$\approx 10^{2}\ pc$

Nota:

espaço para o cálculo

a) As constantes a e b podem ser encontradas por análise dimensional através de três grandezas, massa, comprimento e tempo, as quais são representadas pelas letras **M**, **L** e **T** ou utilizando diretamente as unidades do SI da expressão.

Podemos escrever a equação acima, em termos dimensionais como:

$$[R] = \left(\frac{[E]}{[\rho]}\right)^{a} [t]^{b} \quad (1\,pt)$$

R tem dimensão de comprimento, então [*R*] = L (ou m, no SI)

E tem dimensão de energia (massa vezes velocidade ao quadrado), então [*E*] = ML^2T^{-2} (ou kg m^2 s^{-2}, no SI)

ρ tem dimensão de massa por volume, então: [ρ] = ML^{-3} (kg m^{-3}, no SI)

T tem dimensão de tempo, então [*t*] = T (ou s, no SI)

Reescrevendo:

$$L = \left(\frac{ML^2T^{-2}}{ML^{-3}}\right)^{a} T^{b} \rightarrow L^1T^0 = L^{5a}T^{-2a+b} \quad (1\,pt)$$

Comparando os dois lados da igualdade, temos:

$$1 = 5a \leftrightarrow a = \frac{1}{5} \quad (2\,pt)$$

$$0 = -2a + b \leftrightarrow b = 2a \rightarrow b = \frac{2}{5} \quad (2\,pt)$$

b)

$$\rho = 10^{-24}\frac{g}{cm^3} = 1000 \times 10^{-24}\frac{kg}{m^3} = 10^{-21}\frac{kg}{m^3}$$

$$t_1 = 10^3\ anos = 10^3 \times 365 \times 24 \times 3600\ s = 3{,}1536 \times 10^{10}\ s$$

$$t_2 = 10^6\ anos = 10^6 \times 365 \times 24 \times 3600\ s = 3{,}1536 \times 10^{13}\ s$$

Substituindo os valores:

$$R_1 = \left(\frac{2 \times 10^{42}}{10^{-21}}\right)^{1/5} (3{,}1536 \times 10^{10})^{2/5} \rightarrow R_1 \cong 7{,}24 \times 10^{16}\ m \equiv 2{,}36\ pc \rightarrow R_1 \approx 10^0\ pc \quad (2\,pt)$$

$$R_2 = \left(\frac{2 \times 10^{42}}{10^{-21}}\right)^{1/5} (3{,}1536 \times 10^{13})^{2/5} \rightarrow R_2 \cong 1{,}15 \times 10^{18}\ m \equiv 37{,}21\ pc \rightarrow R_2 \approx 10^2\ pc \quad (2\,pt)$$

Observação:

No item b) é pedido a ordem de grandeza, ou seja, uma potência de 10, do raio em parsec.

O estudante perderá 1 ponto, por cada resposta, se:

- responder em outra unidade;
- não der a resposta em potência de 10, simplesmente.

Sua identificação:

Questão 6	Limite de Roche	$\cong 1{,}49\ R_{Terra}$
	Explicação	(no espaço abaixo)

Nota:

espaço para o cálculo e explicação

a) Densidade média da Terra:

$$\rho_T = \frac{m_T}{V_T} = \frac{5{,}97 \times 10^{24}\ kg}{\frac{4}{3}\pi(6{,}37 \times 10^6\ m)^3} \rightarrow \rho_T \cong 5{,}51 \times 10^3\ \frac{kg}{m^3} \quad (1\ pt)$$

Densidade média da Lua:

$$\rho_L = \frac{m_L}{V_L} = \frac{7{,}35 \times 10^{22}\ kg}{\frac{4}{3}\pi(1{,}74 \times 10^6\ m)^3} \rightarrow \rho_T \cong 3{,}36 \times 10^3\ \frac{kg}{m^3} \quad (1\ pt)$$

Substituindo-se os valores:

$$\frac{R_R}{R_p} = (1{,}26)\sqrt[3]{\frac{5{,}51 \times 10^3}{3{,}36 \times 10^3}} \rightarrow R_R \cong 1{,}49\ R_{Terra} \quad (5\ pt)$$

b) As forças diferenciais de maré que atuam sobre HST são desprezíveis. (3 *pt*)

Observação: o estudante perderá 1 ponto se não escrever o limite de Roche em unidades de raio da Terra.

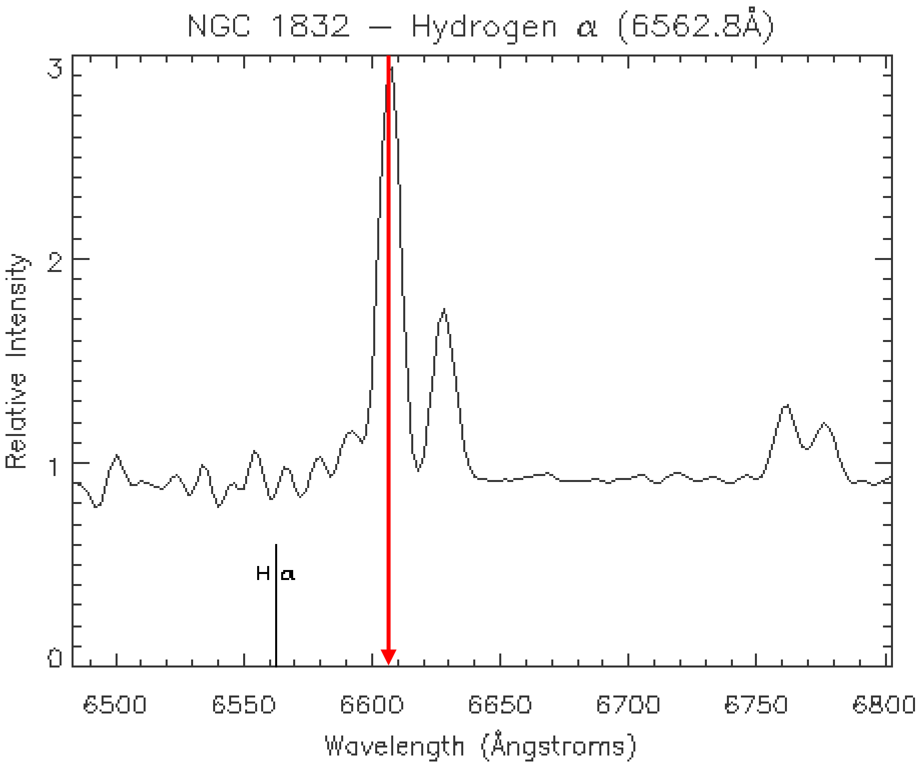
Sua identificação:

Questão 7		
	λ_{obs}	$6606\ Å \leq \lambda_{obs} \leq 6608\ Å$
	redshift	$0{,}0066 \leq z \leq 0{,}0069$
	distância	$28{,}3\ Mpc \leq D \leq 29{,}6\ Mpc$

Nota:

espaço para o cálculo

a) Usando uma régua e regra de três, podemos medir o comprimento de onda da linha mais intensa



$$6606\ Å \leq \lambda_{obs} \leq 6608\ Å \quad (3\ pt)$$

b)

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{Lab}} = \frac{6606 - 6562{,}8}{6562{,}8} \rightarrow z \cong 6{,}6 \times 10^{-3} = 0{,}0066$$

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{Lab}} = \frac{6608 - 6562{,}8}{6562{,}8} \rightarrow z \cong 6{,}9 \times 10^{-3} = 0{,}0069 \quad (4\ pt)$$

c)

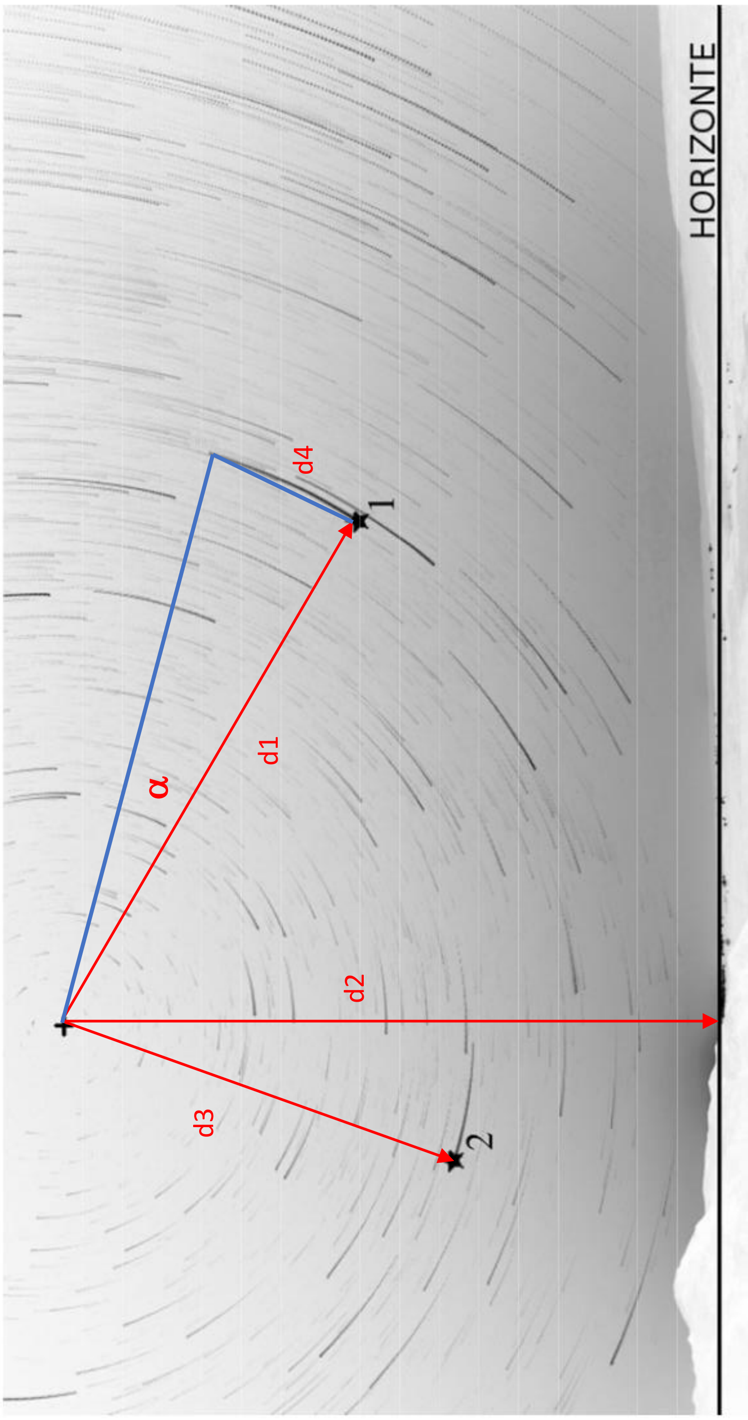
$$v = cz = H_0 D \leftrightarrow D = \frac{cz}{H_0} \rightarrow D = \frac{(300.000\ km/s)(0{,}0066)}{(70\ km/s\,/Mpc)} \rightarrow D \cong 28{,}3\ Mpc$$

$$v = cz = H_0 D \leftrightarrow D = \frac{cz}{H_0} \rightarrow D = \frac{(300.000\ km/s)(0{,}0069)}{(70\ km/s\,/Mpc)} \rightarrow D \cong 29{,}6\ Mpc \quad (4\ pt)$$

Sua identificação:

Questão 8	latitude geográfica	$-32° 11' \geq \phi \geq -32° 58'$
	declinação	$-69° 09' \geq \delta_2 \geq -69° 48'$
	tempo de exposição	$\cong (1{,}02 - 1{,}08)\ h \equiv 1\ h$
	ângulo horário	$= \pm 12^h$
	distância angular	$31° 56{,}5' \leq x \leq 32° 18{,}6'$

Nota:



Com uma régua, medimos a distância d1, d2, d3 e d4 (aproximação linear do pequeno arco):

$$d_1 \approx 7{,}7 - 7{,}8\ cm \quad d_2 \approx 8{,}6 - 8{,}7\ cm \quad d_3 \approx 5{,}4 - 5{,}5\ cm \quad d_4 \approx 2{,}1 - 2{,}2\ cm$$

Sua identificação:

Questão 8 - espaço para o cálculo

a) A altura d2 do Polo, em graus, corresponde à Latitude Geográfica do lugar, então:

$$(7{,}7-7{,}8)\ cm \rightarrow\ 90° - |\delta_1| = 29°\ 11'S$$
$$(8{,}6-8{,}7)\ cm \rightarrow\ -32°\ 11'ou\ 32°\ 11'S \geq \phi \geq -32°\ 58'\ ou\ 32°\ 58'S$$

(1,5 pt)

b) A conta é semelhante à do item a):

$$(7{,}7-7{,}8)\ cm \rightarrow 90° - |\delta_1| = 29°\ 11'S$$
$$(5{,}4-5{,}5)\ cm \rightarrow 90° - |\delta_2| \rightarrow -69°\ 09'ou\ 69°\ 09'S \geq \delta_2 \geq -69°\ 48'\ ou\ 69°\ 48'S$$

(1,5 pt)

c) Como o tempo de exposição é curto, podemos aproximar o arco de circunferência para uma reta:

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{(2{,}1-2{,}2)/2}{(7{,}7-7{,}8)} \rightarrow 15{,}3° \leq \alpha \leq 16{,}3°$$

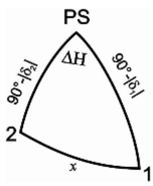
$$\Delta t = \frac{24\ h}{360°} \times \alpha \rightarrow \Delta t \cong (1{,}02-1{,}08)\ h \equiv 1\ h$$

(1,5 pt)

d) Na culminação inferior o ângulo horário de qualquer estrela vale $H = \pm 12^h$

(1,5 pt)

e)



$$\Delta H = \frac{24\ h}{360°} \times \alpha_2 \rightarrow \alpha_2 = \frac{5{,}33\ h \times 360°}{24\ h} \rightarrow \alpha_2 \cong 79{,}95° \approx 80°$$

Do triângulo esférico acima temos:

$$\cos(x) = \cos(90° - |\delta_1|)\cos(90° - |\delta_2|) + \sin(90° - |\delta_1|)\sin(90° - |\delta_2|)\cos(\alpha_2)$$

Substituindo-se os valores, levando-se em conta os valores máximo e mínimo de δ_2:

$$\cos(x)_{max} = \cos(29{,}1833°)\cos(20{,}2038°) + \sin(29{,}1833°)\sin(20{,}8452°)\cos(80°)$$
$$\cos(x)_{min} = \cos(29{,}1833°)\cos(20{,}8452°) + \sin(29{,}1833°)\sin(20{,}2038°)\cos(80°)$$

$$\cos(x)_{max} \cong 0{,}8486 \rightarrow x \cong 31{,}9417° = 31°\ 56{,}5'$$
$$\cos(x)_{min} \cong 0{,}8452 \rightarrow x \cong 32{,}3109° = 32°\ 18{,}6'$$

(4 pt)

Observações: nos itens a) e b) o estudante perderá 1 ponto se não colocar o sinal negativo ou a indicação do Hemisfério Sul (S)

Sua identificação:

Questão 9	Δt	$\equiv 3\ dias$

Nota:

espaço para o cálculo

Primeiro vamos calcular qual é a diferença, em longitude, de duas passagens consecutivas da ISS pela Linha do Equador:

$$24\ h \times 60 \frac{min}{h} \rightarrow 360°$$
$$92\ min \rightarrow \Delta\lambda$$

$$\therefore \Delta\lambda = \frac{360° \times 92\ min}{1440\ min} \rightarrow \Delta\lambda = 23° \quad (2\ pt)$$

O número de voltas que a ISS dá num dia:

$$n°\ voltas = \frac{1440\ min}{92\ min} \cong 15{,}65\ voltas \quad (2\ pt)$$

Se a cada volta a ISS passa a 23° a oeste da sua passagem anterior, depois da 15ª e da 16ª volta teremos:

$$\Delta\lambda(15) = 15 \times 23° = 345°$$
$$\Delta\lambda(16) = 16 \times 23° = 368°\ (8°\ a\ oeste\ da\ passagem\ anterior)$$

Calculando para os próximos dias, temos:

$$\Delta\lambda(31) = 31 \times 23° = 713° \equiv 353°$$
$$\Delta\lambda(32) = 32 \times 23° = 736° \equiv 16°$$

$$\Delta\lambda(47) = 47 \times 23° = 1081° \equiv 1°$$
$$\Delta\lambda(48) = 48 \times 23° = 1104° \equiv 24°$$

Vemos que depois de 47 voltas, ou 47 órbitas completas, a ISS estará a 1° da sua passagem inicial.

O tempo decorrido terá sido de:

$$47\ voltas \times 92 \frac{min}{volta} = 4324\ min \equiv 3\ dias \quad (6\ pt)$$

Observações:

- Foi pedido o tempo em dias, se o estudante responder com outra unidade de tempo perderá 1 ponto;
- Se o estudante responder com dias fracionados, perderá 0,5 ponto.

Sua identificação:

Questão 10	Desenho do mostrador	(no gabarito abaixo)

espaço para o desenho

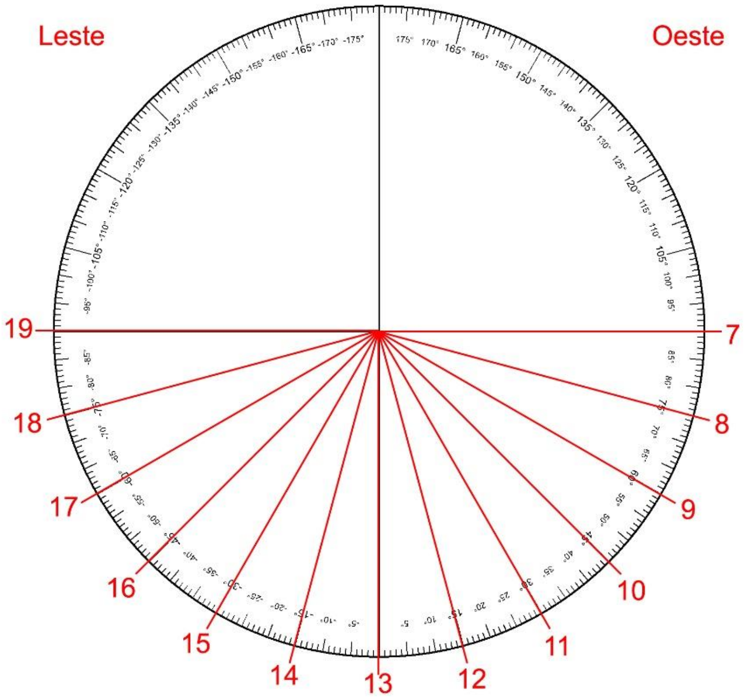
Nota:

$- 60° 25' 08'' \rightarrow - 60{,}4189° \equiv 4{,}0280\ h \rightarrow 4\ h\ 1\ min\ 40\ s$ (2 pt)

O centro do fuso relativo à cidade de Rosário é -60°, de forma que se eles não tivessem adotado o mesmo horário de Brasília (UTC - 3), não haveria necessidade de correção de longitude no mostrador do Relógio de Sol pedido, dentro da precisão do grau (4 min).

Como eles adotam UTC - 3, em Rosário será meio-dia quando o Sol ainda estiver passando pelo meridiano -45º (-1h $\equiv$ -15° a leste de Rosário). (2 pt)

Então, para corrigir o mostrador em longitude, basta girar o mostrador -15° (-1h), no sentido anti-horário.



(6 pt)

Observação: o mostrador deve ir, no máximo, de 7h até às 19h. Se o estudante marcar mais horas além desta faixa perderá 1 ponto, pois o Sol estará abaixo do horizonte além desta faixa.

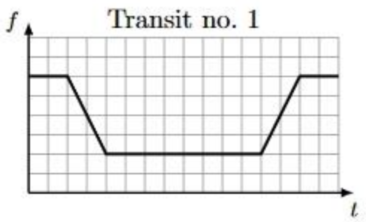
Sua identificação:

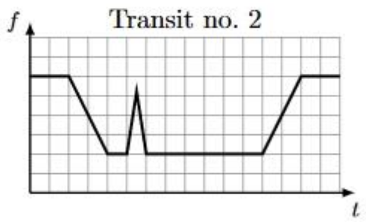
Questão 11	Desenhe nos diagramas abaixo

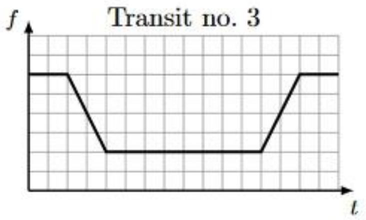
Nota:

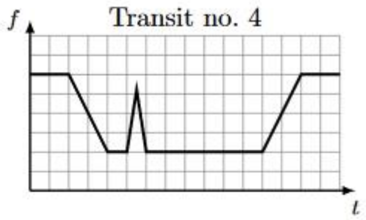
Quando o planeta passa na frente de uma mancha-estelar, ele bloqueia não uma região brilhante, mas uma região escura da superfície da estrela, de modo que a estrela aparece brevemente um pouco mais brilhante novamente.

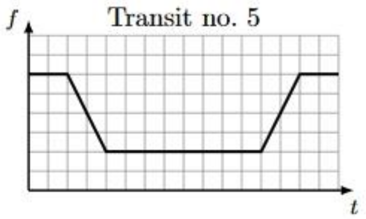
Como a mancha-solar tem a mesma dimensão do planeta, o fluxo medido durante a passagem do planeta na frente da mancha deve ter QUASE da mesma intensidade do fluxo sem trânsito.











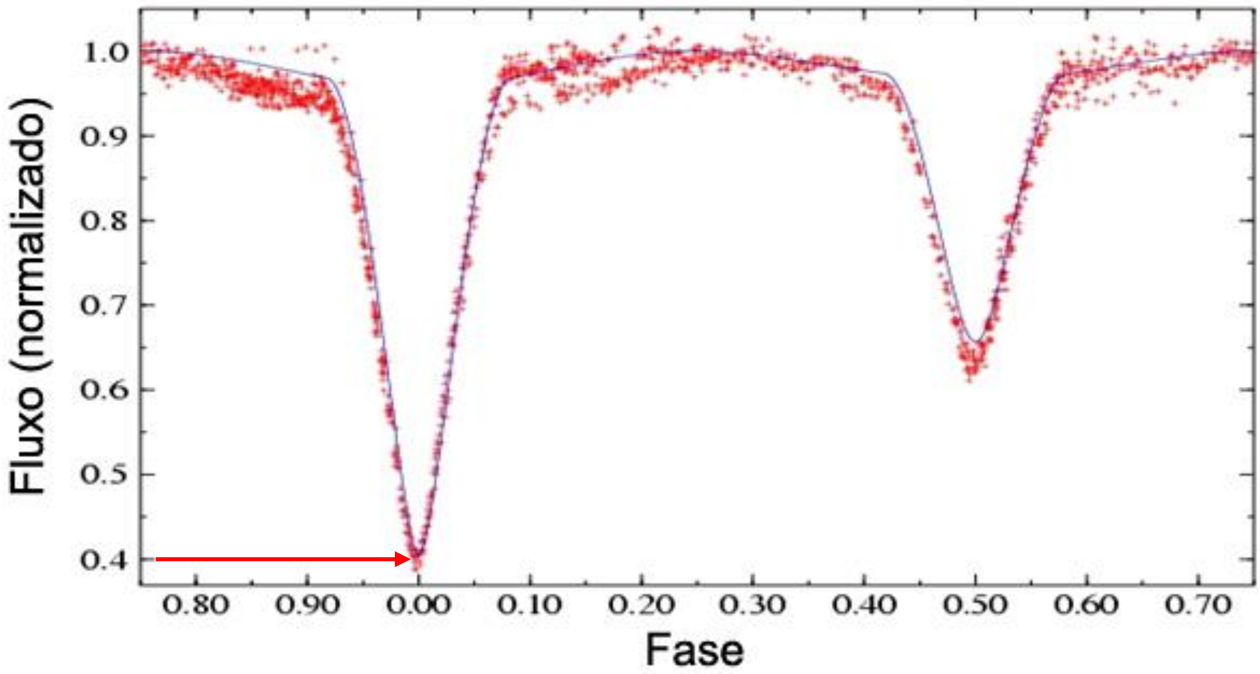
Observações para pontuação:

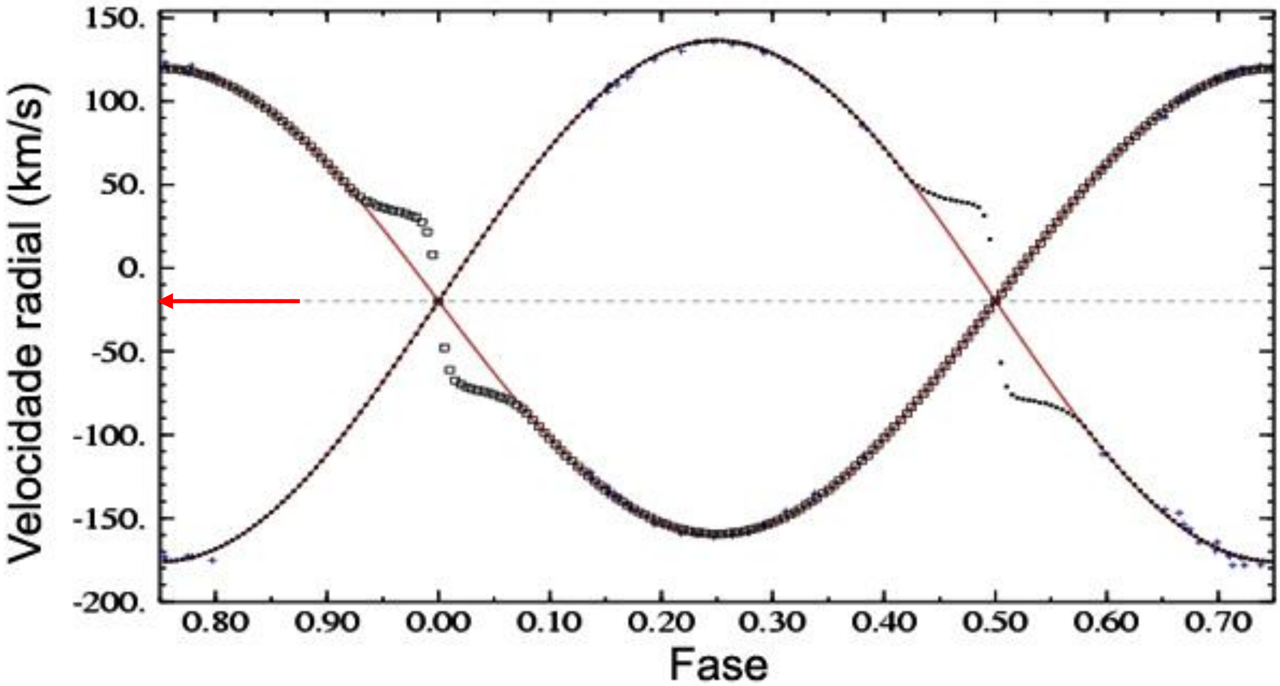
- Nenhuma alteração no primeiro trânsito: 0,5 ponto
- Pico no segundo (a largura e a fase do pico são arbitrárias): 3 pontos
- Altura do pico (quase) igual ao da queda: 1 ponto
- Nenhuma mudança no terceiro trânsito: 0,5 ponto
- Pico novamente em quarto trânsito: 3 pontos
- MESMA FASE do pico no segundo e no quarto trânsito: 1,5 ponto
- Nenhuma alteração no quinto trânsito: 0,5 ponto

Sua identificação:

Questão 12	velocidade	$= -20\ km/s$
	aproximando ou se afastando?	aproximando da Terra
	razão	$\frac{m_1}{m_2} \cong 1{,}107\ \ ou\ \ \frac{m_2}{m_1} \cong 0{,}903$
	$M_{1,v}$	$\cong 4{,}24$
	$M_{2,v}$	$\cong 4{,}91$

Nota:





Sua identificação:

Questão 12 - espaço para o cálculo

a) A velocidade do centro de massa é facilmente encontrada no gráfico. Ela está representada pela linha pontilhada, onde $v_1 = v_2 = v_{cm}$.

Pela leitura direta do gráfico, temos:

$$v_{cm} = -20 \ km/s \quad (1\ pt)$$

O sinal negativo indica que o sistema está se aproximando da Terra. (1pt)

b) Começamos por achar o módulo das velocidades radiais de cada componente. Novamente pelo gráfico temos:

$$|v_1| = |120 - (-20)| = 140 \ km/s \quad (1\ pt)$$

$$|v_2| = |-175 - (-20)| = 155 \ km/s \quad (1\ pt)$$

Temos que:

$$m_1|v_1| = m_2|v_2| \quad (0{,}5\ pt)$$

$$\therefore \frac{m_1}{m_2} = \frac{155}{140} \rightarrow \frac{m_1}{m_2} \cong 1{,}107 \ \ ou \ \ \frac{m_2}{m_1} \cong 0{,}903 \quad (1{,}5\ pt)$$

c) Primeiro vamos calcular a distância do sistema até nós, que será o inverso da sua paralaxe, em parsecs:

$$d = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{6{,}70 \times 10^{-3}} \rightarrow d \cong 1{,}49 \times 10^2\ pc = 149\ pc \quad (0{,}5\ pt)$$

A magnitude absoluta do sistema será:

$$m_v - M_v = 5\log d - 5 \rightarrow M_v = 9{,}64 - 5\log(149) + 5 \rightarrow M_v \cong 3{,}77 \quad (0{,}5\ pt)$$

No gráfico do fluxo medido do sistema, temos dois mínimos que representam os momentos em que uma estrela do binário passa na frente da outra. A queda mais intensa do fluxo será quando a estrela maior eclipsar a estrela menor. Portanto o fluxo medido neste momento será exclusivamente devido à estrela 1.

Do gráfico temos que $F_1 = 0{,}40\ F_{total}$:

$$M_v - M_{1,v} = -2{,}5\log\left(\frac{F_{total}}{F_1}\right) \rightarrow M_{1,v} = 3{,}77 + 2{,}5\log\left(\frac{1{,}00}{0{,}40}\right) \rightarrow M_{1,v} \cong 4{,}76 \quad (1\ pt)$$

Para a estrela 2, teremos:

$$M_{2,v} - M_{1,v} = -2{,}5\log\left(\frac{F_2}{F_1}\right) \equiv -2{,}5\log\left(\frac{L_2}{L_1}\right) \quad (0{,}5\ pt)$$

Para obtermos a razão entre as luminosidades das estrelas 2 e 1, temos:

$$\frac{F_{total}}{F_1} = \frac{F_1 + F_2}{F_1} = \frac{(4\pi\sigma R_1^2 T_1^4/d^2) + (4\pi\sigma R_2^2 T_2^4/d^2)}{(4\pi\sigma R_1^2 T_1^4/d^2)} \rightarrow \frac{1{,}00}{0{,}40} = 1 + \frac{R_2^2 T_2^4}{R_1^2 T_1^4} \rightarrow \frac{R_2^2 T_2^4}{R_1^2 T_1^4} \equiv \frac{L_2}{L_1} \cong 1{,}50 \quad (0{,}5pt)$$

Substituindo-se os valores, teremos:

$$M_{2,v} = 4{,}76 - 2{,}5\log(1{,}50) \rightarrow M_{2,v} \cong 4{,}32 \quad (1pt)$$

Observações - Intervalos aceitos:

b) (150-160)-(135-145)-(0,843-0,967)

c) (149)-(3,76-3,78)-(4,20-4,30)- (0,900-0,915)-(4,85-4,95)

*Valores ligeiramente fora do intervalo aceitável, mas procedentes de cálculos com o raciocínio correto, receberão 90% do score total possível.

Sua identificação:

Questão 13	energia	$2{,}07\times10^{36}$ Joules
	comparação	(no espaço abaixo)
	Fluxo de fótons	$\cong 3\times10^{10} fótons\ m^{-2}\ s^{-1}$

Nota:

espaço para o cálculo e comparação

a) vamos primeiro calcular o fluxo de Betelgeuse quando sua magnitude aparente for igual ao da Lua Cheia:

$$m_{Sol} - m_{Lua} = -2{,}5\log\left(\frac{F_{Sol}}{F_B}\right)$$

Substituindo-se os valores:

$$-26{,}7 - (-12{,}8) = -2{,}5\log\left(\frac{F_{Sol}}{F_B}\right) \rightarrow F_{Sol} = 10^{\frac{13{,}9}{2{,}5}} \times F_B \rightarrow F_{Sol} \cong 3{,}63\times10^5 F_B \quad (1\ pt)$$

Sabemos que:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Equacionando:

$$\frac{L_{Sol}}{4\pi(1\ ua)^2} = 3{,}63\times10^5 \times \frac{L_B}{4\pi(700\ al)^2} \rightarrow L_B = \frac{L_{Sol}}{3{,}63\times10^5} \times \left(\frac{700\ al}{1\ ua}\right)^2 \quad (1\ pt)$$

Substituindo-se os valores:

$$L_B = \frac{3{,}83\times10^{26}}{3{,}63\times10^5} \times \left(\frac{700\times9{,}46\times10^{15}}{149{,}6\times10^9}\right)^2 \rightarrow L_B \cong 2{,}07\times10^{36}\ W = 2{,}07\times10^{36}\ \frac{J}{s}$$

Portanto, durante 1 segundo serão liberados aproximadamente $2{,}07\times10^{36}$ Joules (2 pt)

b)

$$\frac{Energia\ liberada\ por\ Betelgeuse\ em\ 1s}{Energia\ liberada\ pelo\ Sol\ em\ 1s} = \frac{2{,}07\times10^{36}}{3{,}83\times10^{26}} \cong 5{,}40\times10^9 \quad (2\ pt)$$

c) Vamos, primeiro, calcular o fluxo que chega atualmente de Betelgeuse:

$$m_B - m_{Sol} = -2{,}5\log\left(\frac{F_B}{F_{Sol}}\right)$$

O Fluxo do Sol, ou Constante Solar, vale:

$$F_{Sol} = \frac{3{,}83\times10^{26}\ W}{4\pi(149{,}6\times10^9\ m)^2} \rightarrow F_{Sol} \cong 1361{,}83\ W/m^2$$

Substituindo-se os valores, temos:

$$1{,}5 - (-26{,}7) = -2{,}5\log\left(\frac{F_B}{1361{,}83}\right) \rightarrow F_B \cong 7{,}14\times10^{-9}\ W/m^2$$

Pela Lei de Wien o comprimento da onda de máxima emissão vale: $\lambda_{max} = b/T$, onde b é uma constante.

$$\lambda_{max} = \frac{2{,}90\times10^{-3}}{3500} \rightarrow \lambda_{max} \cong 8{,}28\times10^{-7}\ m \quad (1\ pt)$$

Aplicando a fórmula de Planck podemos saber qual a energia de um único fóton com o comprimento de onda calculado:

Sua identificação:

$$e = h\nu = h\frac{c}{\lambda_{max}} \rightarrow e = (6{,}63 \times 10^{-34})\frac{3{,}00 \times 10^{8}}{8{,}28 \times 10^{-7}} \rightarrow e \cong 2{,}40 \times 10^{-19}\ J \quad (1pt)$$

Dividindo o fluxo total que chega da estrela (*F*$_B$) pela energia de um único fóton teremos o fluxo de fótons que chegam a cada segundo:

$$N = \frac{F_B}{e} \rightarrow N = \frac{7{,}14 \times 10^{-9}\ W/m^2}{2{,}40 \times 10^{-19}\ J} \rightarrow N \cong 3 \times 10^{10}\ \frac{fótons/m^2}{s} \quad (2\ pt)$$

Observações:

- No item a), o estudante perderá 1 ponto se não escrever a unidade de energia (J);
- No item c) será considerada correta a quantidade 10^{10} fótons;
- não existe fração de fóton, ou seja, se o estudante escrever o n° de fótons com casa decimal perderá 1 ponto;
- atenção à unidade de medida da resposta do item c). Ela poderá ser também:

$$fótons\ m^{-2}\ s^{-1}\ ou\ \frac{fótons/s}{m^2}\ ou\ fótons/m^2/s$$

- O estudante perderá 1 ponto se não a escrevê-la ou escrevê-la de forma incompleta.

Sua identificação: