PROVA TEÓRICA P2

SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS

OLIMPÍADAS INTERNACIONAIS DE 2025

Instruções Gerais

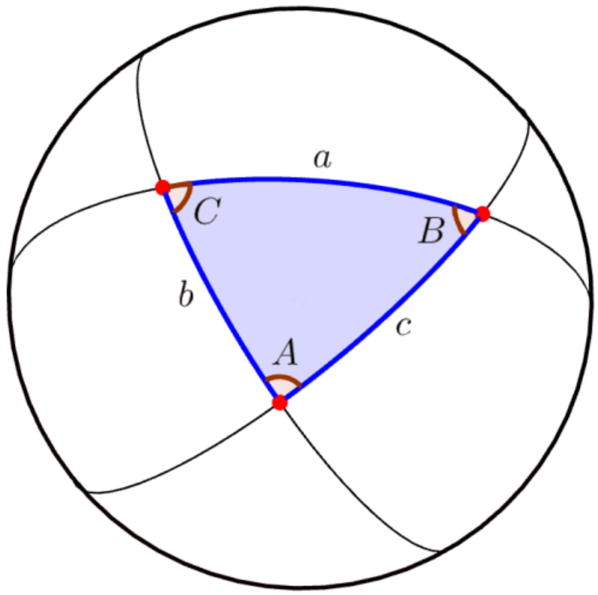
1. Identifique seu grupo em **TODAS** as folhas de respostas. Não coloque mais nenhum meio de identificação pessoal;
2. Escreva o número de cada questão nas folhas de respostas;
3. Enumere as folhas de resposta em ordem crescente com o número das questões. A enumeração não deve reiniciar a cada questão;
4. Se não responder a uma ou mais questões, escreva uma folha declarando os números das questões não resolvidas, p. ex., "não respondi à Q1 e à Q2";
5. A duração da prova é de 4 horas;
6. Essa prova é composta por 5 questões valendo um total de 300 pontos (4 questões valendo 50 pontos e questão 1 valendo 100);
7. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
8. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
9. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas. Serão desconsideradas as respostas que requererem, mas não apresentarem, as devidas explicações e desenvolvimentos matemáticos.
10. Ao final da prova, devolva as folhas utilizadas para resolução.
11. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada.

Tabela de Constantes

Massa ($M_\oplus$)	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg	**Terra**
Raio ($R_\oplus$)	$6{,}38 \cdot 10^{6}$ m	
Aceleração da gravidade superficial ($g_\oplus$)	$9{,}8$ m/s^2	
Obliquidade da Eclíptica	$23°27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	23h 56min 04s	
Massa	$7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg	**Lua**
Raio	$1{,}74 \cdot 10^{6}$ m	
Distância média à Terra	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ m	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5{,}14°$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12{,}74$ mag	
Massa ($M_\odot$)	$1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg	**Sol**
Raio ($R_\odot$)	$6{,}96 \cdot 10^{8}$ m	
Luminosidade ($L_\odot$)	$3{,}83 \cdot 10^{26}$ W	
Magnitude Absoluta ($\mathcal{M}_\odot$)	4,80 mag	
Magnitude Aparente ($m_\odot$)	$-26{,}7$ mag	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	$220\ \mathrm{km\,s^{-1}}$	
Distância ao Centro Galático	8,5 kpc	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	**Distâncias e tamanhos**
Magnitude limite do olho humano nu	+6 mag	
1 UA	$1{,}496 \cdot 10^{11}$ m	
1 pc	206 265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$	**Constantes Físicas**
Constante Universal dos Gases (R)	$8{,}314\ \mathrm{N \cdot m \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$	
Constante de Planck (h)	$6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$	
Constante de Deslocamento de Wien (b)	$2{,}90 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67{,}8\ \mathrm{km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s	
Massa do Próton	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	656 nm	

Formulário

- Para um Triângulo Esférico:



Lei dos senos:

$$\frac{\text{sen}(a)}{\text{sen}(A)} = \frac{\text{sen}(b)}{\text{sen}(B)} = \frac{\text{sen}(c)}{\text{sen}(C)}$$

Lei dos cossenos:

$$\cos(a) = \cos(b) \cdot \cos(c) + \text{sen}(b) \cdot \text{sen}(c) \cdot \cos(A)$$

Lei dos quatro elementos:

$$\cot(b) \cdot \text{sen}(a) = \cot(B) \cdot \text{sen}(C) + \cos(a) \cdot \cos(C)$$

- Área da elipse:

$$A = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$$

- Critério de resolução de Rayleigh:

$$\theta = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

- Equação polar das cônicas:

$$r(\theta) = \frac{l}{1 + e \cdot \cos(\theta)}$$

Tal que l é o semi-latus rectum

- Equação dos gases ideais:

$$PV = \frac{m}{M} RT$$

Questões Curtas

1. **Gurjão no gurjiverso (5 pontos)** Em um dia normal para o padrão das seletivas, Gurjão vai ao mercado e acaba caindo em um universo paralelo onde as constantes cosmológicas assumem valores diferentes do universo em que vivemos. Intrigado, ele decide reviver um experimento clássico: Gurjão observa algumas galáxias e constrói o gráfico de sua velocidade radial em função da distância, conforme a figura abaixo. Determine a constante de Hubble para esse universo e explique **brevemente** seu método de estimativa.

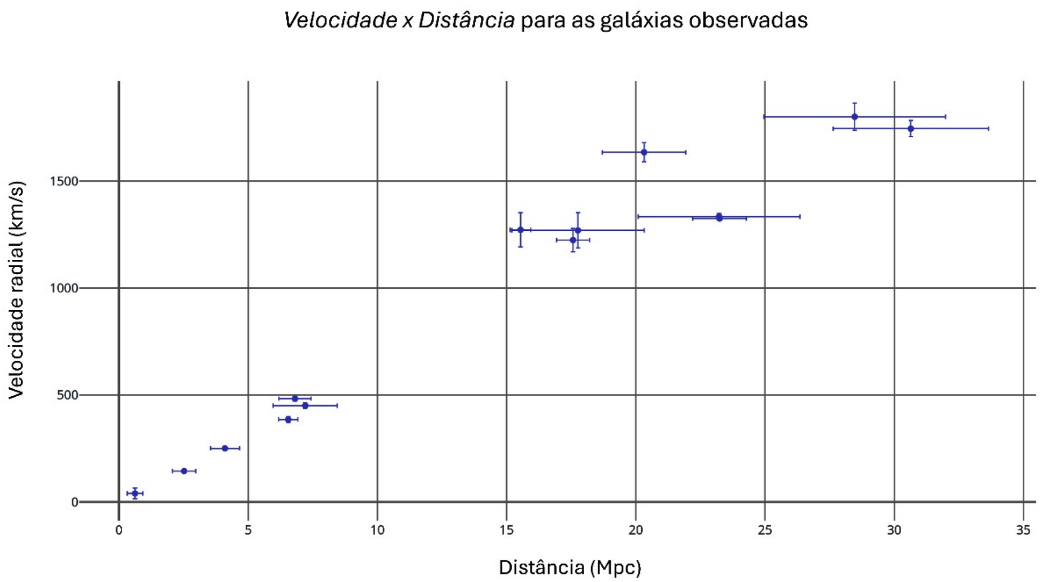


Figura 1: Dispersão de velocidade radial em função da distância para diferentes galáxias. Os dados são fictícios e específicos para o contexto da contexto da questão.

2. **De olho no tucano (10 pontos)** Depois de frustrações com um dobsoniano, Larissa decidiu investir em seu novo telescópio: um newtoniano f/7 de 15cm de abertura, no qual acoplou uma matriz CCD com 4 μm de largura de pixel e eficiência quântica de $\eta = 0{,}80$.

   (a) **(5 pontos)** Estime a contagem de fótons lidos ao se apontar o telescópio para 47 Tucanae ($m = 4{,}91$ mag) por um tempo $\Delta t = 60$ s. Considere o visível centrado em 500 nm.

   (b) **(5 pontos)** Estime a quantidade de pixels ocupados pelo aglomerado, sabendo que seu diâmetro angular é de 43,8'.

3. **Cosmologia Bantu (15 pontos)** Ao longo da história, diferentes povos construíram cada qual sua forma particular de enxergar o universo. A cosmologia tradicional dos povos bantu é particularmente interessante pois apresenta uma série de paralelos com entendimentos de cosmologia física modernos. Para os bantu, o universo é resultado de uma força de fogo primordial [*Kalûnga*], a qual emergiu do vazio e originou toda a matéria num estado de magma e gás. O processo de resfriamento [*nghodolo*] deixa para trás estruturas sólidas e coesas, como planetas e luas. Ainda, a força primordial é responsável pela expansão contínua do universo [*dingodingo dia mpiaya yayalanga*].

   Vamos tentar modelar um universo cuja expansão é causada pelo efeito de uma chama. Considere que o universo tenha uma certa densidade de energia $\rho(t)$ em um instante t, manifestada na forma de radiação. Depois de um intervalo Δt, a chama terá emitido uma energia $\Delta\varepsilon$ conforme a radiação de um corpo negro, ou seja, proporcional a um fator de área e a um fator de temperatura à quarta, $\Delta\varepsilon_{emitida} \propto a^{-2}$. A densidade de energia, portanto, segue $\Delta\rho_{emitida} \propto a^{-5}$.

$$\Delta\rho_{emitida} = A \cdot \frac{\Delta t}{a^5}$$

Determine o valor de A a partir do qual o universo está em expansão acelerada, em função de ρ, a e G

Dado: Equação de Friedmann-Lemaítre em função da densidade de energia

$$H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3}$$

4. **Chicago (15 pontos)**
   Ualype mora na cidade de Chicago ($\phi = 41°52'$ N, $85°40'$ O) e adora assistir ao nascer do Sol todos os dias.

   Estime a razão entre a duração do nascer do Sol mais longo e do nascer do Sol mais curto que Ualype pode observar ao longo do ano. Considere que o nascer do Sol começa quando o primeiro ponto do disco do Sol toca o horizonte e termina no instante em que todos os pontos do Sol deixam de tocar o horizonte.

   Ignore a refração atmosférica e fique à vontade para realizar aproximações coerentes.

Questões Médias

5. **Fulano Fotometrias (20 pontos)**
   Uma certa estrela de magnitude bolométrica absoluta $M_{bol,1} = -1{,}45$ e correção bolométrica $BC_V = -1{,}05$ apresenta as seguintes magnitudes aparentes no sistema fotométrico UBV: $B_1 = 7{,}11$ e $V_1 = 7{,}14$. Você sabe que ambas as magnitudes já foram corrigidas pelo seu assistente, Carrit, para a extinção atmosférica. Além disso, com base em sua classe espectral (B7V), você tem a informação de que os índices de cor intrínsecos dessa estrela têm os seguintes valores: $(U-B)_{0,1} = -0{,}46$ e $(U-V)_{0,1} = -0{,}59$.

   Ao observar a sua estrela de estudo em um momento em que ela está a uma altura de 82°, você nota a existência de uma outra estrela na mesma direção que a primeira. Você logo mede o brilho da estrela 2 e obtém uma magnitude aparente $V_2 = 7{,}94$. Por outro lado, Carrit, muito proativo, põe-se a trabalhar em seu observatório e logo volta trazendo uma surpreendente informação sobre a nova estrela: ela apresenta um espectro muito semelhante ao da estrela 1! Sabendo que a magnitude bolométrica absoluta da segunda estrela é $M_{bol,2} = -1{,}21$ e tendo posse de todas as outras informações, você dá continuidade ao seu estudo resolvendo as primeiras pendências da sua *to-do list*:

   (a) **(7 pontos)** Determine as magnitudes aparentes intrínsecas (corrigidas para a extinção interestelar) $U_{0,1}$, $B_{0,1}$ e $V_{0,1}$ da estrela 1.

   (b) **(5 pontos)** Faça o trabalho de Carrit e corrija V_2 para a extinção atmosférica.

   (c) **(8 pontos)** Determine a distância à estrela 2, em pc.

   Dados:

   - Profundidade óptica da atmosfera no zênite (filtro V): $\tau_0 = 0{,}13$;
   - A poeira no espaço entre a Terra e a estrela mais distante é uniformemente distribuída e possui a mesma composição, portanto a extinção por distância a_V e a razão entre a extinção total e o excesso de cor, $A_V/E_{(B-V)} = R_V = 3{,}1$, valem para ambas as estrelas.

   Dicas:

   - Para pequenos valores de distâncias zenitais, é possível aproximar que a atmosfera é plana.
   - Após a luz da estrela passar por uma massa de ar de comprimento d, sua luminosidade é dada por $L = L_0 e^{-\tau d}$

6. **Modelo de Comprimento de Mistura (20 pontos)**
Nessa questão, vamos estudar o Modelo de Comprimento de Mistura (em inglês, *Mixing Length Theory*, MLT), que é uma teoria para modelar a convecção estelar. Nesse modelo, considera-se que a convecção se dá pelo movimento de pacotes de matéria do interior estelar que possuem temperatura T' próxima a temperatura ambiente T do meio em que está situada. Dessa forma, o pacote de fluido, que está mais quente que o meio, se desloca um comprimento para cima devido apenas à força de empuxo, e após um deslocamento vertical l característico, esse pacote se mistura com o meio externo. Nesse modelo, considera-se que as constantes físicas do problema são aproximadamente constantes, uma vez que o deslocamento l é muito menor que os comprimentos característicos da estrela.

Esse modelo, apesar de aproximado, é capaz de explicar a predominância do transporte de calor por radiação ou convecção em determinadas regiões da estrela

(a) **(6 pontos)** A constante $\mathcal{Q}$ representa como o material do meio varia de densidade com mudanças pequenas de temperatura, e é definida como

$$\mathcal{Q} = -\frac{T}{\rho}\frac{\Delta\rho}{\Delta T}.$$

Expresse a aceleração a do pacote de matéria de temperatura T' envolto em um meio de temperatura T utilizando a constante $\mathcal{Q}$ e a aceleração da gravidade g no local de formação desse pacote de matéria.
Dica:

$$(1+x)^n \approx 1 + nx \quad \text{quando } |x| << 1$$

(b) **(4 pontos)** Nos casos de maior eficiência de convecção no MLT, a troca de calor entre o meio e o pacote ao longo de sua subida é mínima, de forma que o processo de subida pode ser considerado adiabático. Assim, com respeito, respectivamente, ao meio e ao pacote, define-se as constantes β e β', que representam as variações de temperatura ao longo da subida do pacote na atmosfera (na direção z), como

$$\beta = -\frac{\Delta T}{\Delta z}$$
$$\beta' = -\left(\frac{\Delta T'}{\Delta z}\right)_{\text{adiabático}}.$$

Expresse como a diferença $(T' - T)$ varia conforme o tempo $(\frac{\Delta(T'-T)}{\Delta t})$, em função da velocidade de subida do pacote, $v = \frac{\Delta z}{\Delta t}$, e das constantes β e β'.

(c) **(6 pontos)** Unindo as equações dos itens anteriores, é possível chegar na seguinte expressão. Determine a constante C.

$$\frac{\Delta a}{\Delta t} = C \cdot v$$

onde

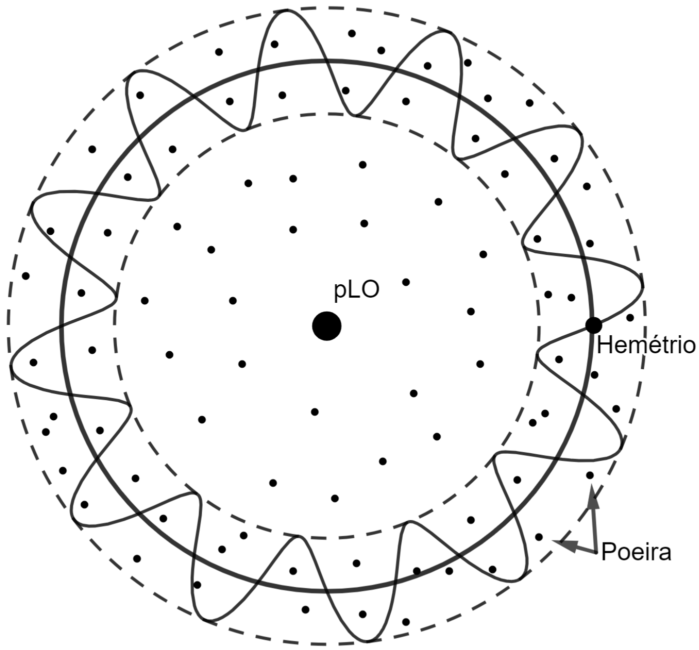
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ e } v = \frac{\Delta z}{\Delta t}$$

(d) **(4 pontos)** Para que haja convecção, é esperado que o pacote de massa possa subir indefinidamente (até que se atinja o comprimento l), sem ficar preso em um movimento oscilatório. Determine os valores de C para que haja convecção, em seguida, determine a relação entre β e β' para isso ocorrer.

7. **Poeira no Alto Espaço (25 pontos)**
Hemétrio está em uma aventura no espaço! Em um sistema bem distante permeado por poeira, ele descreve uma órbita circular de raio R em torno do buraco negro pLO-11 de massa M e de raio bem pequeno. Repentinamente, sua tecnologia dá uma pane e um estouro faz com que a nave se distancie ligeiramente do buraco negro. Hemétrio percebe que a nave começa a fazer um Movimento Harmônico Simples na direção radial (tomando pLO-11 como origem). Qual é o período desse movimento, sabendo que a poeira remanescente da formação do sistema tem densidade ρ? A imagem é apenas ilustrativa.

Dica 1: Use a aproximação binomial para $|\alpha| \ll 1$, $(1+\alpha)^n \approx 1 + n\alpha$.

Dica 2: Suponha uma massa pontual m girando em torno de um ponto P com velocidade angular ω e distância r. Ao ir para o referencial girante da massa, surge uma força $mr\omega^2$ na mesma direção e sentido do vetor que vai de P para m.



8. **Jan e o Caminho de Leite (40 pontos)**
Ao longo de mais ou menos oito décadas, diversos astrônomos se dedicam ao estudo das características de nossa própria galáxia. Em especial, à determinação da massa da Via Láctea, que foi um problema que trouxe reflexões a respeito de sua morfologia e composição, impulsionando pesquisas em nossa vizinhança cósmica. Em 1927, o astrônomo Jan Oort foi o pioneiro na formulação de um modelo para descrição da dinâmica galática, provando não apenas que nossa galáxia rotaciona, mas que seu movimento é diferencial, ou seja, análogo ao de um fluido rotacionando.
Ao longo desta questão, iremos explorar de maneira intuitiva e divertida algumas ideias por trás do trabalho de Oort. Para isso, iremos considerar que as camadas paralelas ao plano da Via Láctea estão em equilíbrio hidrostático e que o Sol e sua vizinhança ($d \ll r_0$) estão em órbita circular em torno do centro galático.

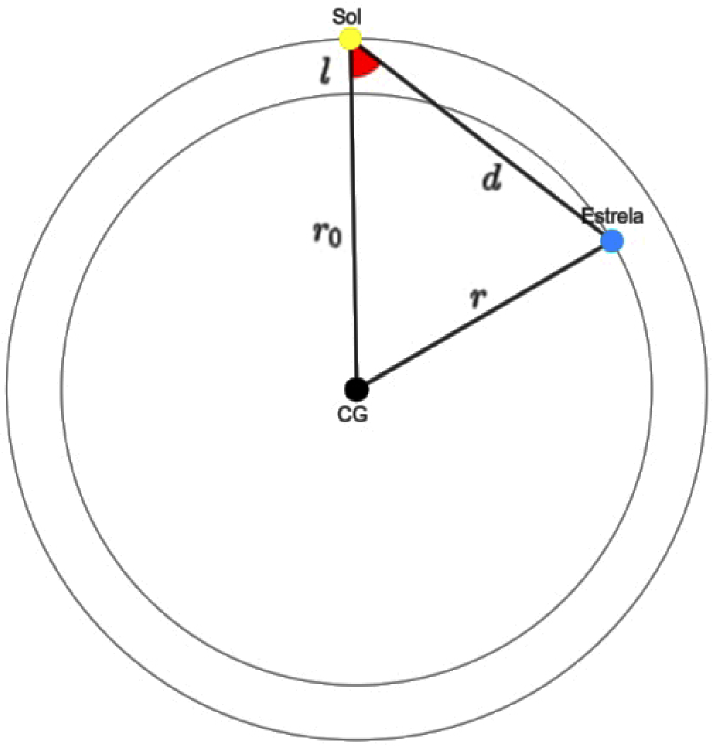


Figura 2: Esquematização fora de escala da geometria proposta.

(a) **(10 pontos)** Escreva a velocidade relativa de uma estrela qualquer da vizinhança solar em relação ao Sol (componentes radial, v_{rad} e tangencial v_{tan}), em função da velocidade angular da estrela (ω) e do Sol (ω_0), das distâncias do Sol (r_0) e ao centro galático (CG), da estrela ao Sol e da longitude galática da estrela (l).

(b) Agora, vamos determinar as constantes de Oort A e B, relacionadas à velocidade radial e tangencial da estrela observada no referencial do Sol, respectivamente. Dessa forma, considere pequenas variações na distância da estrela ao centro galático, Δr, e que a velocidade angular das estrelas da vizinhança solar varie linearmente com r em em torno dos parâmetros solares (r_0, ω_0) até (r, ω), onde ω_0 é a velocidade angular do Sol em relação ao CG.

I. **(5 pontos)** Mostre que a velocidade radial da estrela em relação ao Sol pode ser escrita como $v_r = Ad \sin 2l$ e, a partir disso, determine A.

II. **(5 pontos)** Mostre que a velocidade tangencial em relação ao Sol pode ser escrita como $v_\theta = v_r \cot 2l + Bd$ e, a partir disso, determine B.

(c) **(10 pontos)** Com o modelo desenvolvido até aqui, mostre que:

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{v_0}{r_0} - \frac{\Delta v}{\Delta r}\right) \quad \text{e} \quad B = -\frac{1}{2}\left(\frac{v_0}{r_0} + \frac{\Delta v}{\Delta r}\right)$$

(d) **(5 pontos)** Com base nas ideias trabalhadas, responda verdadeiro (V) ou falso (F) para as sentenças abaixo. Justifique.

I. A e B podem ser definidos em qualquer estrela da galáxia.

II. A descreve um efeito de vorticidade, enquanto B descreve o cisalhamento no disco galático nas proximidades do Sol.

III. As constantes de Oort podem ser trabalhadas com diferentes modelos orbitais de gases e estrelas em torno do CG.

IV. O método desenvolvido até aqui pode definir globalmente as constantes de Oort dada uma estrela de referência.

V. Os efeitos de braços espirais e barras da galáxia são desprezados ao não assumirmos um potencial gravitacional axissimétrico.

(e) **(5 pontos)** O desenvolvimento cauteloso do modelo de Oort nos permite encontrar a densidade do disco galático. Contudo, regimentos hierárquicos levam esse importantíssimo desenvolvimento para fora do nosso escopo. Então, escreva a densidade do disco galático e as constantes de Oort em função da velocidade angular do Sol ω_0. Para isso, considere o resultado encontrado por Jan Oort:

$$\rho_0 = \frac{A^2 - B^2}{2\pi G}.$$

Questões Longas

9. Davi e a Pipa Mágica (70 pontos)

Davi está amando seu tempo no curso de física da USP ($\varphi_D = 23{,}5614^\circ\,S$, $\lambda_D = 46{,}7308^\circ\,O$), principalmente as aulas de mecânica newtoniana. Andando perto do Conjunto Residencial da USP, Davi encontrou Gohu, que estava tentando vender uma suposta pipa mágica, estranhamente grande e pesada, capaz de fazer um movimento perpétuo que não é afetado por forças externas. Obviamente, Davi não acreditou em Gohu, mas propôs um experimento para garantir que a pipa mágica é uma farsa (ou falhar miseravelmente). Para isso, contou com seus amigos Jurgão, que está em São José dos Campos ($\varphi_J = 23{,}1688^\circ\,S$, $\lambda_J = 45{,}0711^\circ\,O$), e Odraude, que está na Unicamp ($\varphi_O = 22{,}8184^\circ\,S$, $\lambda_O = 47{,}0647^\circ\,O$). Ambos estão em seus quartos, a uma altura $h = 500\,\text{m}$ do solo. Para esta questão, considere:

i) A terra é esférica (não plana), mas não gira;

ii) Todos os personagens conseguem enxergar a pipa e medir sua posição a todo instante;

iii) Para um observador na Terra, o azimute do ponto cardeal norte é $A = 0^\circ$ e cresce no sentido leste.

Parte A - Modelagem Matemática Ideal

Suponha que, a partir da posição de Gohu e Davi, a pipa mágica parta com uma velocidade constante $v = 25\,\text{m/s}$ e altura constante $h = 500\,\text{m}$ em relação ao solo, tendo destino final nas mesmas coordenadas do quarto de Odraude. Para chegar lá, a pipa deve fazer a sucessão de dois movimentos:

i) Chegar no arco de círculo maior que liga Odraude e Jurgão no menor tempo possível $t = t_1$;

ii) Se dirigir para onde Jurgão está.

Sabendo disso:

a) **(15 pontos)** Encontre o valor de t_1 em minutos.

b) **(10 pontos)**Encontre uma expressão que diga como Jurgão supostamente enxergará o azimute da pipa (em função apenas do tempo t), para $t > t_1$.

c) **(20 pontos)** Encontre uma expressão que diga como Jurgão supostamente enxergará o azimute da pipa (em função apenas do tempo t), para $t < t_1$.

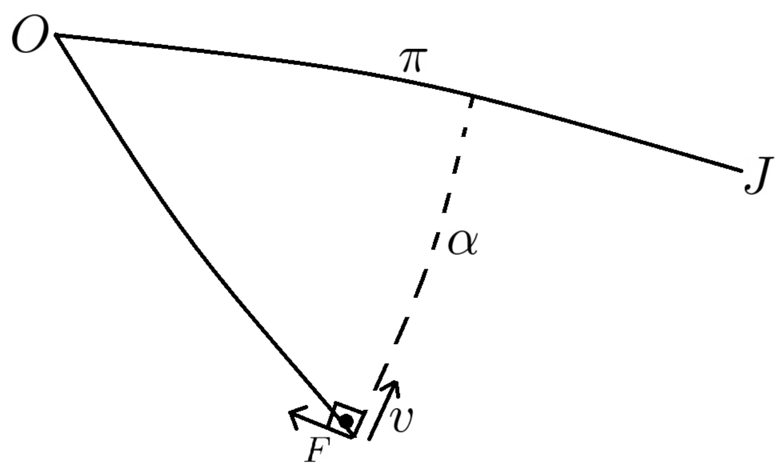
Parte B - Encarando a Realidade

Seja π o plano que contém o círculo maior em que estão Odraude e Jurgão e α o plano que contém a trajetória que a pipa faria idealmente enquanto $t < t_1$.

Quando o experimento foi iniciado, Davi escutou o barulho de motores, percebendo que a suposta pipa é, na verdade, um drone! Usando suas turbinas, o drone-pipa subiu para a altura $h = 500\,\text{m}$. Ainda assim, logo quando começou a se mover com sua velocidade de módulo constante $v = 25\,\text{m/s}$ na direção prevista (sempre no plano α e perpendicular à vertical do drone), o drone-pipa começou a também ir para o lado por causa de um vento repentino!

Ele estava sendo empurrado pelo vento com uma força de módulo constante. Esta força sempre está paralela ao plano π e perpendicular à vertical do drone-pipa. Vale notar que ele manteve seu movimento com altura constante. Com a ação do vento, a pipa foi parar onde Odraude estava!

Na imagem abaixo, O representa Odraude, J representa Jurgão, D representa a posição de Davi, onde o drone-pipa inicia seu movimento. O círculo máximo pontilhado representa a trajetória que o drone-pipa faria em $t < t_1$ e a curva que liga D à O (que não é, necessariamente, um arco de círculo máximo) é a trajetória real do drone-pipa. Perceba a velocidade inicial $v = 25\,\mathrm{m/s}$ e a força F do vento.



d) **(25 pontos)** Expresse como Jurgão aproximadamente enxergou o azimute da pipa em função apenas do tempo t.

Dica: Se necessário, desenhe um diagrama de corpo livre para o drone-pipa, utilizando triângulos esféricos para descrever a direção e sentido das forças.

10. Ruído Misterioso (80 pontos)

As Ejeções de Massa Coronal (EMC) são grandes erupções de plasma ocasionadas por alterações e perturbações locais no campo magnético coronal, caracterizadas pela ejeção de gases da coroa solar em altíssimas temperaturas. Quando essa matéria expelida se espalha pelo Sistema Solar, ela é chamada de tempestade solar. Esse evento representa uma grande preocupação para nós, pois sua interação com o campo magnético terrestre pode ocasionar intensas tempestades geomagnéticas, o que seria extremamente prejudicial aos sistemas de comunicação e distribuição elétrica.

Visando prever esses eventos, a Heliofísica dispõe de diversos métodos de observação solar para prever a possibilidade de ocorrência de uma tempestade geomagnética. Dentre eles, temos a observação direta com sondas, como o STEREO A (Solar TErrestrial RElations Observatory), acoplado com diversos tipos de detectores CCD. Observe abaixo um registro de frames de uma EMC feito pelo detector da STEREO A.

Dados: $m_{\pi^0} = 134.98\,\mathrm{MeV/c^2}$ e $m_p = 938{,}27\,\mathrm{MeV/c^2}$

$$A_{max} = \arccos\left(-\frac{2p_{\pi_0}^2}{c^2 m_p^2}\right)$$

(a) **(5 pontos)** Explique sucintamente por que os pixeis está granulando com pixeis saturados e qual o tipo de partícula predominantemente responsável por esse efeito.

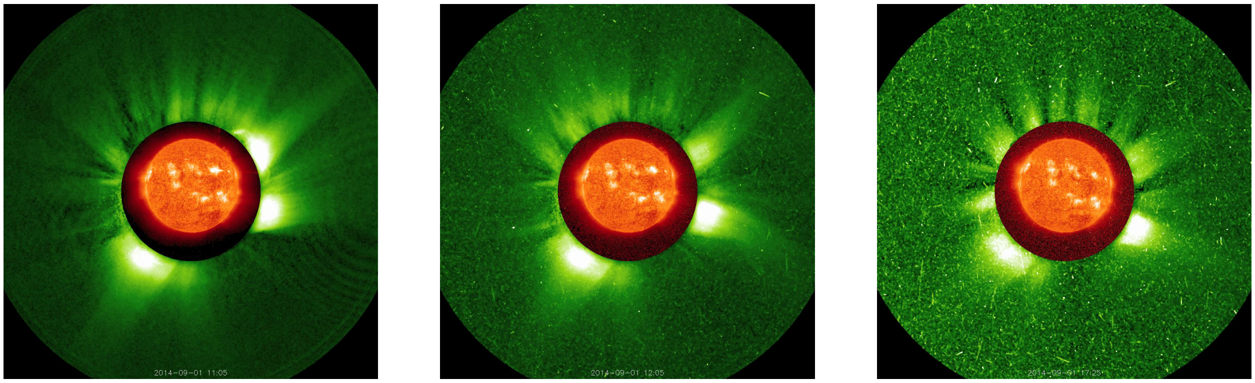


Figura 4: Frames de uma EMC registrada pela STEREO A no dia 1 de setembro de 2014. Partindo da esquerda, temos um frame do início da EMC, um obtido uma 1 hora depois e outro de 6 horas depois. No decorrer do tempo, a imagem começa a ser preenchida por grânulos brancos, indicando regiões de pixeis saturados.

(b) **(10 pontos)** Em meio a tempestade de partículas ejetadas, diversas interações entre partículas ocorrem. Dentre elas, uma interação muito interessante, observada por um referencial inercial, é a de um próton de alta energia com um próton em repouso, criando um méson π^0 entre outras partículas, por interação nuclear forte. Suponha que o π^0 segue na mesma direção da velocidade inicial do próton e que a quantidade de partículas gerada é a mínima suficiente para obedecer às condições de contorno e as leis físicas que envolvem o problema.

$$p + p \rightarrow \, ? + \pi^0$$

Escreva a interação completa e a esquematize.

(c) **(25 pontos)** Por mais que não seja uma partícula fundamental, o méson π^0 é extremamente importante para a física, em estudos como quebras espontâneas de simetria, simetrias isospin, decaimentos anômalos e outras coisas divertidíssimas. Sendo assim, vamos supor que a STEREO A fosse equipada com um detector na faixa dos raios γ de altas energias. Suponha a ocorrência de um decaimento anômalo no qual um méson π_0 gera dois fótons de mesma frequência, $\pi_0 \rightarrow \gamma + \gamma$, conhecido por anomalia de Adler-Bell-Jackiw. Determine a velocidade v_{π^0} do píon em função da frequência ν dos fótons em seu referencial, além de constantes físicas. Para isso suponha que os fótons são detectados radialmente e, portanto, apenas efeitos relativísticos radiais precisam ser considerados.

(d) **(25 pontos)** A compreensão da natureza fundamental da matéria depende fortemente dos estudos em torno das interações entre partículas. Para a compreensão desses fenômenos em laboratório, feixes de partículas são acelerados em velocidade próximas da velocidade para gerar colisões semelhantes as que ocorrem no espaço. Sendo assim, determine a velocidade do próton do item anterior em termos da velocidade da luz c, do momento do píon p_{π^0}, da amplitude de espalhamento A (ângulo de abertura das partículas geradas), da frequência da radiação detectada ν e de constantes fundamentais.

(e) **(15 pontos)** Mostre que a amplitude de espalhamento máxima A_{max} da colisão é dada pelo resultado abaixo e encontre a velocidade limite do π^0 associada a esse valor.

$$A_{max} = \arccos\left(-\frac{2p_{\pi^0}^2}{c^2 m_p^2}\right)$$