



**PROVA PRESENCIAL – TEÓRICA P2**  
**SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA**  
**XIV IOAA e XII OLAA de 2020**

Nota Final \_\_\_\_\_

---

Escreva aqui a sua identificação:

---

## Instruções

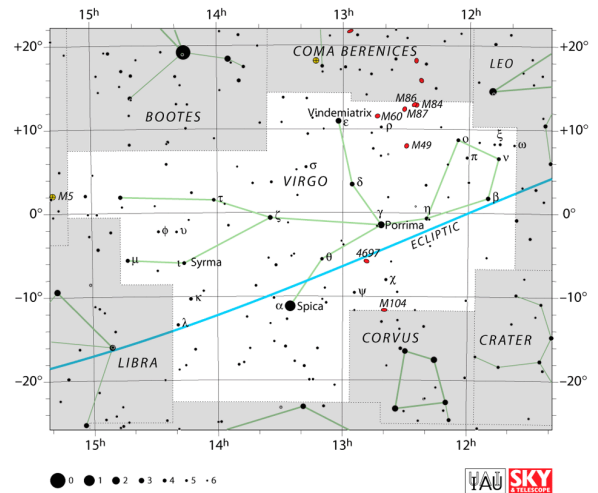
1. Escreva o número da sua identificação em TODAS as folhas de respostas;
2. A duração da prova é de **4 (quatro) horas**;
3. Essa prova vale **10 pontos** e tem **peso 4** para a média final;
4. A soma dos valores de todos os itens é igual a 60, o que significa que a nota da prova será igual 1/6 da soma dos pontos obtidos pelo estudante;
5. A prova é individual e sem consultas;
6. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
7. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
8. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada. Não a rabisque, pois ela poderá ser reutilizada;
9. Você receberá uma folha de papel milimetrado para construir um gráfico. Escreva o número da sua identificação no verso do papel;
10. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas. Se necessário, use o verso da folha de resposta para o cálculo;
11. Folhas de rascunho serão disponibilizadas e devem ser entregues junto com o caderno de questões e as folhas de respostas;
12. Os cálculos na solução de cada questão são obrigatórios! Eles podem ser feitos a lápis, mas a resposta final deverá ser a caneta. Escreva suas respostas nos locais apropriados para cada questão nas folhas de respostas. As respostas, ainda que corretas, sem o desenvolvimento não serão pontuadas;
13. Ao final da prova devolva o caderno de questões, as folhas de respostas e as folhas de rascunho.

1) A Carta Celeste a seguir traz a Constelação da Virgem (Virgo) e suas principais estrelas.

Utilize a imagem maior nas folhas de respostas e, com o auxílio de uma régua, encontre e escreva as coordenadas (Declinação e Ascensão Reta) com a melhor precisão possível de:  $\alpha$  Vir (Spica),  $\beta$  Vir (Zavijava),  $\gamma$  Vir (Porrima) e  $\iota$  Vir (Syrma).

ATENÇÃO: As retas traçadas para fazer as medidas e as contas precisam estar explícitas na folha de resposta, ou seja, não basta apenas escrever as coordenadas, é preciso demonstrar como as conseguiu.

Caso contrário sua resposta não será pontuada.



2) Uma estudante de astronomia observa uma estrela semelhante ao Sol com o auxílio de um telescópio de razão focal igual a  $f/4,2$ . A partir das aulas de astronomia, a jovem calcula o poder de resolução do instrumento para o comprimento de onda observado e obtém o valor  $\theta_R = 0,69''$ .

- a) Qual a magnitude limite ( $m_{lim}$ ) atingida pelo instrumento? Qual a sua distância focal ( $f$ ) em milímetros?

É acoplada ao telescópio uma matriz CCD de  $1024 \times 1024$  pixels, sensível à luz visível. A matriz é quadrada e tem 20 mm de lado. Sabendo que escala de placa é o nome dado para o tamanho angular de uma imagem que possui, no sensor, o mesmo tamanho de um pixel.

- b) Calcule a escala de placa ( $\theta_p$ ) dada em  $''/\text{pixel}$ .  
c) A partir do item anterior, calcule o campo angular da matriz ( $C$ ). Sua resposta deverá estar em graus.

Dados: A magnitude aparente limite do olho humano é  $+6,0$ ; o diâmetro médio da pupila humana adaptada à escuridão é de 0,6 cm e  $\lambda_{visível} = 550$  nm;

3) A estrela  $\beta$ -Doradus é uma variável Cefeida com um período de pulsação  $P = 9,84$  dias. Para simplificar, vamos supor que a estrela é mais brilhante quando está mais contraída (com raio  $R_1$ ) e é mais fraca quando está mais expandida (com raio  $R_2$ ).

Vamos também supor que a estrela mantenha sua forma esférica e se comporte como um corpo negro perfeito em cada instante durante todo o ciclo.

A magnitude bolométrica da estrela varia de  $m_1 = +3,46$  a  $m_2 = +4,08$ . A partir das medidas de deslocamento Doppler, sabemos que durante a pulsação a superfície estelar se expande ou se contrai a uma velocidade radial média de 12,80 km/s.

Durante o período de pulsação, o pico de radiação térmica efetiva da estrela varia de  $\lambda_1 = 531,00$  nm a  $\lambda_2 = 649,10$  nm.

- a) Encontre a razão entre os raios da estrela em seu estado mais contraído e mais expandido ( $R_1/R_2$ ).  
b) Encontre os raios da estrela (em metros) em seu estado mais contraído e mais expandido ( $R_1$  e  $R_2$ ).  
c) Calcule o fluxo da estrela,  $F_2$ , quando ela estiver em seu estado mais expandido.  
d) Encontre a distância  $D$  da estrela até nós, em parsecs.

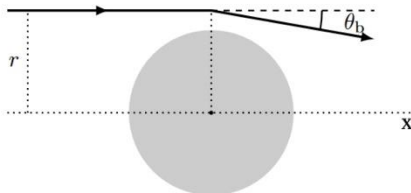
4) A Teoria Geral da Relatividade de Einstein prevê a curvatura da luz em torno de corpos massivos. Por simplicidade, vamos assumir que a curvatura da luz ocorre em um único ponto para cada raio de luz, mostrado na figura.

O ângulo de flexão,  $\theta_b$ , é dado por:

$$\theta_b = \frac{2R_{Sch}}{r}$$

onde  $R_{Sch}$  é o raio de Schwarzschild associado a este corpo gravitacional.

Chamamos de "parâmetro de impacto" a distância  $r$  do raio de luz, vindo paralelo ao eixo-x, até o próprio eixo-x, que passa pelo centro do corpo. A figura a seguir traz essa geometria:



Desse modo, um corpo massivo se comporta como uma lente convergente. Os raios de luz vindos do infinito e com o parâmetro de impacto  $r$  convergem em um ponto ao longo do eixo-x, a uma distância  $f_r$  do centro do corpo massivo.

Um observador nesse ponto se beneficiará de uma grande amplificação do sinal devido a esse foco gravitacional. O corpo massivo, neste caso, está sendo usado como um "telescópio de lentes gravitacionais" para sinais distantes.

Considere a possibilidade do nosso Sol como um telescópio de lentes gravitacionais.

- a) Calcule a menor distância,  $f_{min}$ , do centro do Sol, em UA, para onde os raios de luz irão convergir.

Dica: use a aproximação trigonométrica para ângulos pequenos.

Considere, agora, um pequeno detector circular de raio  $a$ , mantido a distância  $f_{min}$ , centrado no eixo-x e perpendicular a ele.

Neste caso, apenas os raios de luz que passam dentro de um determinado anel de largura  $h$  (onde  $h \ll R_{Sol}$ ) ao redor do Sol encontrarão o detector.

Definimos o fator de amplificação  $A_m$  no detector como a razão da intensidade da luz incidente no detector na presença do Sol e a intensidade da luz na ausência do Sol.

- b) Expresse o fator de amplificação  $A_m$  no detector em termos de  $R_{Sol}$  e  $a$ .

Dicas: - considere a intensidade original da radiação recebida como  $I_0$ ;

- considere o fluxo de radiação no detector na presença do Sol como  $I_0 \times \text{área do anel}$ ;

- considere o fluxo de radiação no detector na ausência do Sol como  $I_0 \times \text{área do detector}$ .

5) A aproximação aparente entre os astros brilhantes do céu é conhecida como conjunção e constitui um fenômeno muito belo para se acompanhar e fotografar. Em 2020 teremos várias conjunções ocorrendo ao longo do ano, sendo que, em 21 de dezembro, Júpiter e Saturno estarão separados por cerca de 6' (seis minutos de arco), um fenômeno que só deverá se repetir em 2080. Neste mês de março e abril, a Lua, Marte, Júpiter e Saturno farão um belo espetáculo no céu.

Utilize o papel milimetrado e as tabelas abaixo para construir um gráfico e através dele:

- Determinar o dia e a hora (aproximada) em que Marte e Saturno estarão em máxima aproximação aparente;
- Neste dia, Marte e Saturno poderão ser observados juntos antes do nascer do Sol ou depois do ocaso? **Explique sua resposta.**

Dica: verifique se os planetas estão a leste ou a oeste do Sol.

### ATENÇÃO!

- Você deverá construir um gráfico que conterà duas curvas, que devem ser identificadas (uma para Marte, outra para Saturno);
- O gráfico deverá ser construído de forma clara e com todas as informações relevantes (título do gráfico, legenda, títulos dos eixos, escalas etc.);

Dica: quanto maior for a área do gráfico, maior será a precisão da sua resposta.

- O gráfico poderá ser feito à lápis, mas sua resposta deverá estar à caneta.

#### MARTE, 2020 O HORA DE BRASÍLIA

DATA	ASCENSÃO RETA			DECLINAÇÃO			DIAM. APARENTE	DISTÂNCIA À TERRA
	H	M	S	G	'	"		
MAR. 8	19	00	55,56	-23	13	46,4	5,66	1,654
18	19	30	52,34	-22	30	31,1	5,96	1,572
28	20	00	30,83	-21	27	56,1	6,28	1,492
ABR. 7	20	29	42,26	-20	07	31,1	6,63	1,412
17	20	58	22,29	-18	31	04,6	7,02	1,334

#### SATURNO, 2020 O HORA DE BRASÍLIA

DATA	ASCENSÃO RETA			DECLINAÇÃO			DIAM. APARENTE	DISTÂNCIA À TERRA
	H	M	S	G	'	"		
MAR. 8	20	02	44,74	-20	28	31,8	15,61	10,648
18	20	06	18,90	-20	18	46,7	15,81	10,513
28	20	09	23,53	-20	10	16,2	16,03	10,365
ABR. 7	20	11	54,96	-20	03	18,1	16,28	10,206
17	20	13	50,46	-19	58	07,4	16,55	10,041

#### SOL, 2020 O HORA DE BRASÍLIA

DATA	ASCENSÃO RETA			DECLINAÇÃO			DIAM. APARENTE	DISTÂNCIA À TERRA
	H	M	S	G	'	"		
MAR. 8	23	14	50,94	-04	50	56,1	32 13,51	0,993
18	23	51	33,36	-00	54	50,6	32 08,18	0,995
28	00	27	59,88	+03	01	28,0	32 02,69	0,998
ABR. 7	01	04	28,59	+06	51	48,4	31 57,26	1,001
17	01	41	18,91	+10	30	24,1	31 51,76	1,004

6) Uma estrela variável Mira - nome dado em referência à estrela Mira (Omicron Ceti) - pertence a uma classe de estrelas variáveis pulsantes, caracterizadas por uma coloração de vermelho intenso e períodos de pulsação maiores que 100 dias. Essas estrelas são classificadas como gigantes vermelhas nos estágios tardios da evolução estelar.

Vamos supor que uma nova variável Mira foi descoberta. Sua paralaxe heliocêntrica foi medida e vale  $\pi = 0,30 \text{ mas}$  (milissegundos de arco).

Medidas interferométricas permitiram aos astrônomos determinar que seu diâmetro angular variava de  $\varnothing = 1,80 \text{ mas}$ , no seu período de brilho máximo (magnitude  $m^{\text{max}} = +6,50$ ), até  $\varnothing = 2,20 \text{ mas}$ , no seu período de brilho mínimo (magnitude  $m^{\text{min}} = +10,20$ ).

Para cada um destes extremos, brilho máximo e brilho mínimo, calcule:

- a) Os raios da variável Mira. Dê sua resposta em UA, para você ter uma noção do tamanho deste tipo de estrela;

Dica: comece calculando a distância da estrela até nós, antes de calcular seu tamanho físico.

- b) As temperaturas efetivas da variável Mira;

Dica: comece calculando os fluxos e depois, com a luminosidade, calcule as temperaturas.

- c) Em quais comprimentos de onda esta variável emite com mais intensidade. Dê sua resposta em  $nm$ .

Vamos supor que exista uma anã branca orbitando em torno da variável Mira e que esteja acretaando massa da variável a partir de agora.

Vamos utilizar dois modelos para a taxa de acreção de massa: o primeiro descrito por uma função linear, o segundo, por uma função exponencial.

Estime o tempo, em anos, que irá transcorrer até que a anã branca, com massa inicial igual à do Sol, exploda como uma supernova do Tipo Ia, para os dois modelos abaixo:

d)  $\Delta m = 1,00 \times 10^{-5} M_{\text{Sol}}/\text{ano}$ ;

e)  $M(t) = M_0 e^{1,00 \times 10^{-5} t/\text{ano}}$ .

Considere o Limite de Chandrasekhar igual a  $1,44 M_{\text{Sol}}$ .