

Instruções Gerais

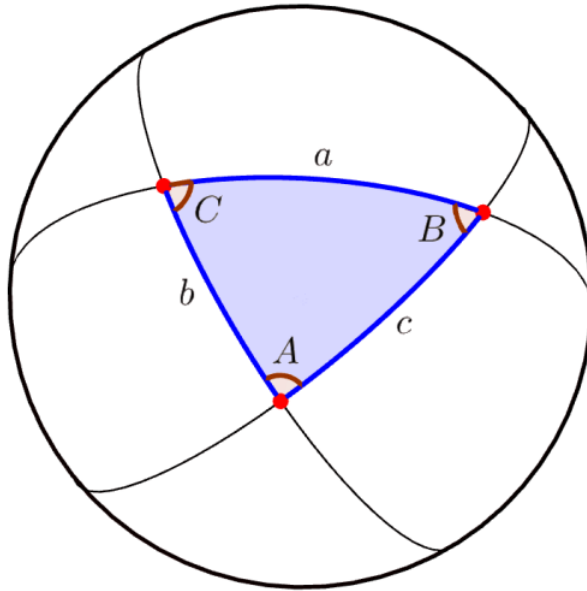
1. Identifique seu ID em **TODAS** as folhas de respostas. Não coloque mais nenhum meio de identificação pessoal;
2. A duração da prova é de 3 horas;
3. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
4. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
5. Para as questões multi-alternativa (C0, C1 e C2), marque a alternativa correspondente a cada questão no início do caderno de respostas;
6. As questões C0 e C1 serão corrigidas com base apenas na resposta final, sem exigir desenvolvimento ou justificativa. As questões C2 serão corrigidas apenas se a resposta final estiver correta, exigindo também um desenvolvimento coerente.
7. Para as questões que exigirem desenvolvimento (C2 e C3), escreva seu desenvolvimento nas caixas designadas no decorrer do caderno de respostas. Serão desconsideradas as respostas que requerem, mas não apresentarem, as devidas explicações e desenvolvimentos matemáticos.
8. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada.

Tabela de Constantes

Massa (M_{\oplus})	$5,98 \cdot 10^{24}$ kg	Terra
Raio (R_{\oplus})	$6,38 \cdot 10^6$ m	
Aceleração da gravidade superficial (g_{\oplus})	9,8 m/s ²	
Obliquidade da Eclíptica	23° 27'	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	23h 56min 04s	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22}$ kg	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6$ m	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8$ m	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	5,14°	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	-12,74 mag	
Massa (M_{\odot})	$1,99 \cdot 10^{30}$ kg	Sol
Raio (R_{\odot})	$6,96 \cdot 10^8$ m	
Luminosidade (L_{\odot})	$3,83 \cdot 10^{26}$ W	
Magnitude Absoluta (M_{\odot})	4,80 mag	
Magnitude Aparente (m_{\odot})	-26,7 mag	
Diâmetro Angular	32'	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s ⁻¹	
Distância ao Centro Galáctico	8,5 kpc	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	+6 mag	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11}$ m	
1 pc	206 265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11}$ N · m ² · kg ⁻²	Constantes Físicas
Constante Universal dos Gases (R)	8,314 N · m · mol ⁻¹ · K ⁻¹	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23}$ J · K ⁻¹	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8}$ W · m ⁻² · K ⁻⁴	
Constante de Deslocamento de Wien (b)	$2,90 \cdot 10^{-3}$ m · K	
Constante de Hubble (H_0)	67,8 km · s ⁻¹ · Mpc ⁻¹	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^8$ m/s	
Massa do Próton	$1,67 \cdot 10^{-27}$ kg	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	656,28 nm	

Formulário

- Para um Triângulo Esférico:



Lei dos senos:

$$\frac{\text{sen}(a)}{\text{sen}(A)} = \frac{\text{sen}(b)}{\text{sen}(B)} = \frac{\text{sen}(c)}{\text{sen}(C)}$$

Lei dos cossenos:

$$\cos(a) = \cos(b) \cdot \cos(c) + \text{sen}(b) \cdot \text{sen}(c) \cdot \cos(A)$$

Lei dos quatro elementos:

$$\cot(b) \cdot \text{sen}(a) = \cot(B) \cdot \text{sen}(C) + \cos(a) \cdot \cos(C)$$

- Movimento próprio:

$$\mu = \frac{v_t}{r}$$

- Momento angular:

$$L = m \cdot r \cdot v_t$$

- Energia orbital:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r}$$

- Equação vis-viva:

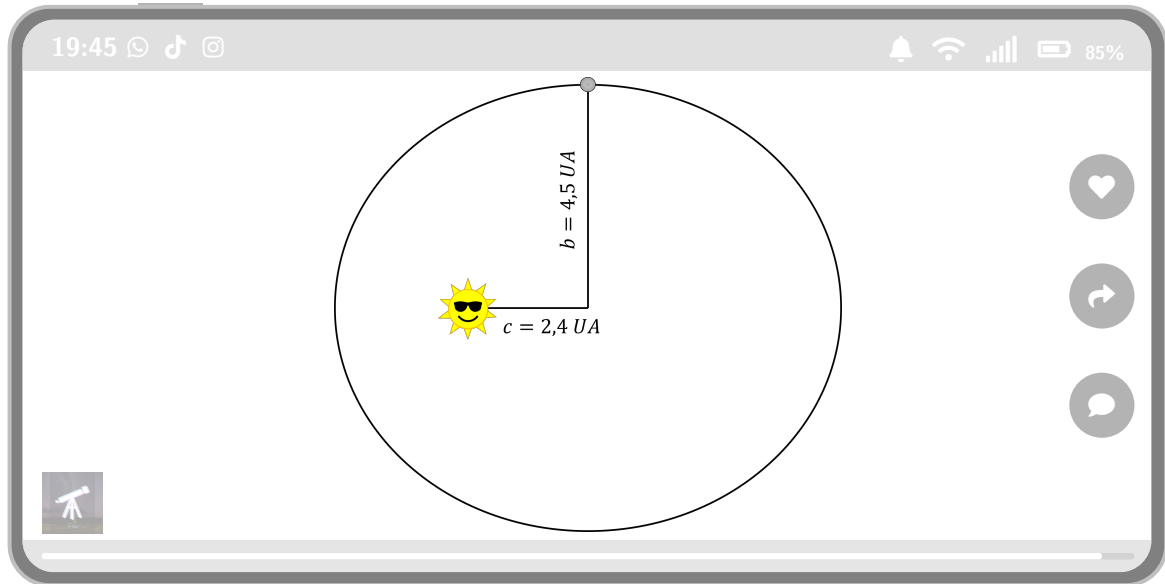
$$v = \sqrt{GM \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

- Lei de Hubble-Lemaître em função do redshift:

$$z = \frac{v_r}{c} = \frac{H_0 \cdot r}{c}$$

Questões

1. **Scroll astronômico (Classe C0 - 4 pontos)** O Caça Asteroides (MCTI/IASC/NASA) é um programa de popularização da ciência que já permitiu a jovens de todo o Brasil sua primeira descoberta científica. Recentemente, o influencer Scroll, famoso por divulgar ciência nas redes sociais, gravou um shorts a respeito do novo asteroide que ele descobriu. O vídeo, no entanto, não podia passar de 10 segundos, e acabou cortado na seguinte cena, antes que ele pudesse comentar sobre seu período orbital:



Determine o período orbital T aproximado desse asteroide.

- a) 1,8 anos b) 3,0 anos c) 3,7 anos d) 5,1 anos
 e) 9,5 anos f) 11,5 anos g) 26,0 anos h) 132,7 anos

Solução:

Segundo a lei das órbitas (primeira lei de Kepler), o Sol ocupa o foco da elipse. Sendo assim, a distância c é a semi-distância focal.

Podemos encontrar o semi-eixo maior a como:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = 5,1 \text{ UA}$$

Utilizando a terceira lei de Kepler, podemos comparar o semi-eixo maior e o período desse asteroide com o semi-eixo maior e o período da Terra:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_{\oplus}^2}{a_{\oplus}^3}$$

$$T = T_{\oplus} \cdot \left(\frac{a}{a_{\oplus}}\right)^{3/2} \approx 11,5 \text{ anos}$$

Alternativa f.

- 2. Sistema de coordenadas (Classe C0 - 4 pontos)** Após uma falha nos giroscópios da nave Endurance, a tripulação foi forçada a pousar manualmente em um exoplaneta orbitando a estrela L^2Pup . Para triangular a posição da base e aguardar o resgate, o oficial Chico Lúcio, responsável pelo sistema de navegação, precisou calibrar o sextante digital usando o sistema de coordenadas intrínseco do planeta. Os sensores indicaram que a nave pousou na latitude $\varphi = 40,8^{\circ}S$. O oficial, então, mirou uma estrela de referência e o computador de bordo forneceu seu ângulo polar no sistema equatorial daquele planeta, $\Delta = 148^{\circ}$. Calcule a altura dessa estrela no momento de sua culminação superior para calibrar os sensores.

- a) $h = -8,8^{\circ}$ b) $h = +8,8^{\circ}$ c) $h = -17,2^{\circ}$ d) $h = +17,2^{\circ}$
 e) $h = -32,0^{\circ}$ f) $h = +32,0^{\circ}$ g) $h = -72,8^{\circ}$ h) $h = +72,8^{\circ}$

Solução:

No novo sistema de coordenadas de Chico, usamos o ângulo polar para determinar as coordenadas da estrela, sendo o polo de referência o Polo Celeste Norte. Para descobrir a distância angular entre o Polo Celeste Sul e o astro, calculamos o ângulo suplementar ao ângulo polar. Podemos, então, esquematizar a projeção da esfera celeste no meridiano local:

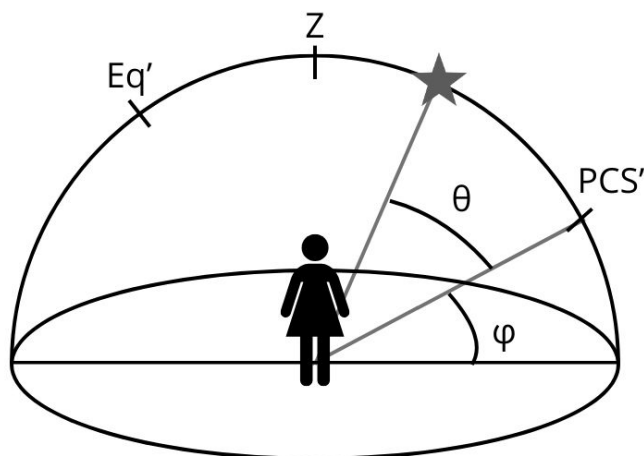


Figura 1: Projeção da esfera celeste no meridiano local

Como a distância polar é definida até o polo norte, a distância θ até o polo sul é:

$$\theta = 180^\circ - \Delta^\circ = 32^\circ$$

$$h = |\theta| + |\varphi| = 72,8^\circ$$

Portanto, a resposta é alternativa **h**.

- 3. Fast Maui Burts (Classe C0 - 4 pontos)** Em uma cena deletada do filme Moana, a jovem navegava pelas estrelas usando a técnica de *wayfinding* quando se deparou com um brilho súbito e invisível aos olhos comuns, mas detectável pela “magia” do oceano e da interferometria marítima. Sempre querendo se gabar de seus resultados na IOAA, Maui explicou que não se tratava de mágica, mas de um *Fast Radio Burst* (FRB, do inglês, Explosão Rápida de Rádio) na galáxia 3C 256 ($z \approx 1,8$).

“São explosões de energia na faixa do rádio, cuja origem ainda é debatida. Explicações e observações apontam que eles ocorrem devido à interação de plasma com campos magnéticos gerados por corpos de enorme densidade, como estrelas de nêutrons ou buracos negros.” - disse Maui, e usou seu anzol gigante para escrever na poeira cósmica a lei que rege a frequência observada (ν_{obs}) de um FRB:

$$\nu_{obs} \approx 0.70 \Gamma(1+z) \sigma^{-1/4} \nu_p$$

Onde Γ é o fator de Lorentz do plasma, σ o fator de magnetização e ν_p é a frequência em que os elétrons do plasma oscilam.

Se os fatores de Γ costumam ser ~ 10 , σ , na ordem de 10^{-6} (ambos adimensionais), e sabendo que a maioria dos FRBs tem seu comprimento de onda observado em torno de 10 cm, ajude Moana a encontrar o valor aproximado de ν_p , em MHz.

- | | | | |
|-------------|------------|------------|------------|
| a) 0,37 MHz | b) 1,6 MHz | c) 2,5 MHz | d) 2,9 MHz |
| e) 3,2 MHz | f) 4,1 MHz | g) 4,8 MHz | h) 5,5 MHz |

Solução: Primeiramente, vamos converter o valor do comprimento de onda em frequência, utilizando a fórmula fundamental da ondulatória $\lambda\nu = c \rightarrow \nu = c/\lambda$. Substituindo o valor de λ_{obs} obtemos $\nu_{obs} \sim 3$ GHz. Isolando ν_p :

$$\nu_p = \frac{\sigma^{1/4} \nu_{obs}}{0.70 \Gamma(1+z)} \approx 4,8 \text{ Mhz}$$

Que corresponde à **alternativa g**).

- 4. Estrela D’Alva (Classe C1 - 9 pontos)** Em 2021, uma pesquisa liderada por Jane S. Greaves sugeriu, por meio de análises espectroscópicas, a detecção de fosfina (PH_3) na atmosfera de

Vênus. A fosfina, em especial, é um composto para cuja formação não são conhecidos processos abióticos, despertando interesse tanto no meio acadêmico quanto no público geral.

Outro estudo que também trabalhou com espectroscopia de atmosferas planetárias foi conduzido com o James Webb Space Telescope (JWST) sobre o exoplaneta GJ 486 b. Esse corpo orbita uma anã vermelha em órbita *edge-on*, e, caso possua atmosfera, é esperado que a luz de sua estrela seja “filtrada” pelos gases atmosféricos, permitindo a análise espectroscópica. Essa técnica foi empregada no momento de trânsito do exoplaneta, e culminou na detecção de vapor d’água no espectro obtido.

Com base na análise das informações apresentadas, classifique cada afirmativa como verdadeira ou falsa.

- I- Os resultados obtidos por Greaves et al. confirmam a existência de organismos vivos em Vênus.
- II- A detecção de vapor d’água no espectro de GJ 486 b não indica necessariamente a presença de uma atmosfera. Essa assinatura química poderia advir, por exemplo, de manchas solares na estrela.
- III- As linhas de absorção observadas por Greaves et al. provavelmente advêm da baixa atmosfera venusiana, próxima à superfície.
- IV- Um novo espectro da atmosfera planetária de GJ 486 b, obtido durante sua ocultação, permitiria confirmar a existência de sua atmosfera, ao compará-lo com o espectro no trânsito.
- V- Tanto a velocidade relativa de Vênus quanto de GJ 486 b impedem que a técnica de espectroscopia seja empregada corretamente, uma vez que as linhas de absorção são deslocadas pelo efeito Doppler.
- VI- No geral, os desafios experimentais para a detecção de vapor d’água superam os de detecção de fosfina.

Solução:

(I-) Os resultados obtidos por Greaves et al. confirmam a existência de organismos vivos em Vênus.

Falso. Primeiro, o estudo *sugere* a presença de fosfina, o que sequer temos confirmação. Sobre a origem desse composto, mesmo que não sejam conhecidos processos de formação abióticos, isso não significa que eles não existam.

(II-) A detecção de vapor d’água no espectro de GJ 486 b não indica necessariamente a presença de uma atmosfera. Essa assinatura química poderia advir, por exemplo, de manchas solares na estrela.

Verdadeiro. É possível que se forme H_2O em partes da atmosfera estelar, desde que a temperatura seja baixa o suficiente para permitir a existência de vapor. Isso poderia acontecer em manchas solares de uma anã vermelha, devido a suas baixas temperaturas.

(III-) As linhas de absorção observadas por Greaves et al. provavelmente advêm da baixa atmosfera venusiana, próxima à superfície.

Falso. A atmosfera de Vênus é opaca e densa, impedindo que se recolha facilmente dados sobre a sua superfície.

(IV-) Um novo espectro da atmosfera planetária de GJ 486 b, obtido durante sua ocultação, permitiria confirmar a existência de sua atmosfera, ao compará-lo com o espectro no trânsito.

Falso. Durante a ocultação do planeta é impossível obter seu espectro, uma vez que estaria atrás da estrela.

(V-) Tanto a velocidade relativa de Vênus quanto de GJ 486 b impedem que a técnica de espectroscopia seja empregada corretamente, uma vez que as linhas de absorção são deslocadas pelo efeito Doppler.

Falso. O efeito doppler de fato desloca as linhas de absorção, porém é possível corrigir o deslocamento e obter o espectro da estrela em repouso.

(VI-) No geral, os desafios experimentais para a detecção de vapor d'água superam os de detecção de fosfina.

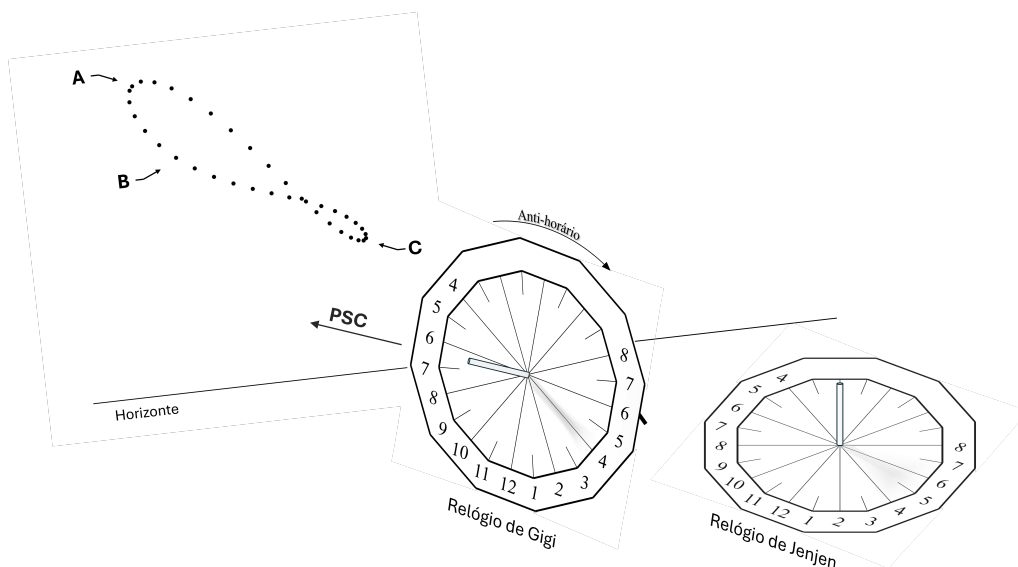
Falso. Mesmo em um planeta muito mais próximo, a detecção de fosfina é incerta, enquanto em exoplanetas distantes, embora nem sempre tenhamos certeza de sua origem, a detecção de água é quase certa, Isso se correlaciona à abundância de cada composto e às características de suas assinaturas químicas.

Final: **FVFFFF**.

5. **Só dial (Classe C1 - 9 pontos)** Gigi e Jenjen são dois entusiastas de observações solares em Itapirapora - MG ($\varphi = 17^{\circ}21' S$, $\lambda = 44^{\circ}57' O$). Na virada de ano, eles se planejaram para criar a famosa composição do analema ao longo do ano. Para isso, eles fixaram uma câmera voltada para o horizonte oeste, e se programaram para fotografar a mesma região sempre no mesmo horário civil, às 16h (desconsiderando horário de verão).

Para ambientar o cenário da foto, cada um montou um relógio de Sol utilizando um disco com marcações regulares de ângulo e um gnômon perpendicular. Gigi optou por um relógio equatorial, apontando seu gnômon para o polo visível, enquanto Jenjen montou seu relógio deixando o mostrador sobre o chão e o gnômon vertical.

A imagem a seguir representa a composição da foto.



Com base nas informações e em seus conhecimentos, avalie cada uma das afirmativas:

- I- No relógio de Jenjen, a marcação de 18h pode ser utilizada ao longo do ano todo, pois, nesse horário em específico, o Sol está no ponto cardeal Oeste.
- II- Quando o Sol está no ponto A, o relógio de Jenjen está adiantado.
- III- Quando o Sol está no ponto B, o relógio de Gigi está adiantado.
- IV- Quando o Sol está no ponto C, o horário de verão pode estar em vigor. Se estiver, Gigi deve somar uma hora à leitura de seu relógio de Sol para obter o horário civil.
- V- Para funcionar o ano todo, o relógio de Gigi deve ter marcações nos dois lados (frente e trás). Se ela morasse em Itapelotas - RS ($\varphi = 31^{\circ}45' S$, $\lambda = 52^{\circ}20' O$), poderia ter construído um relógio equatorial com marcações em um só lado e ele já funcionaria o ano inteiro.
- VI- Se Gigi levasse seu relógio para Itapedéia - GO ($\varphi = 17^{\circ}20' S$, $\lambda = 49^{\circ}56' O$), ela precisaria girar seu mostrador cerca de 5° no sentido anti-horário para o relógio se alinhar, em média, com o tempo civil.

Solução:

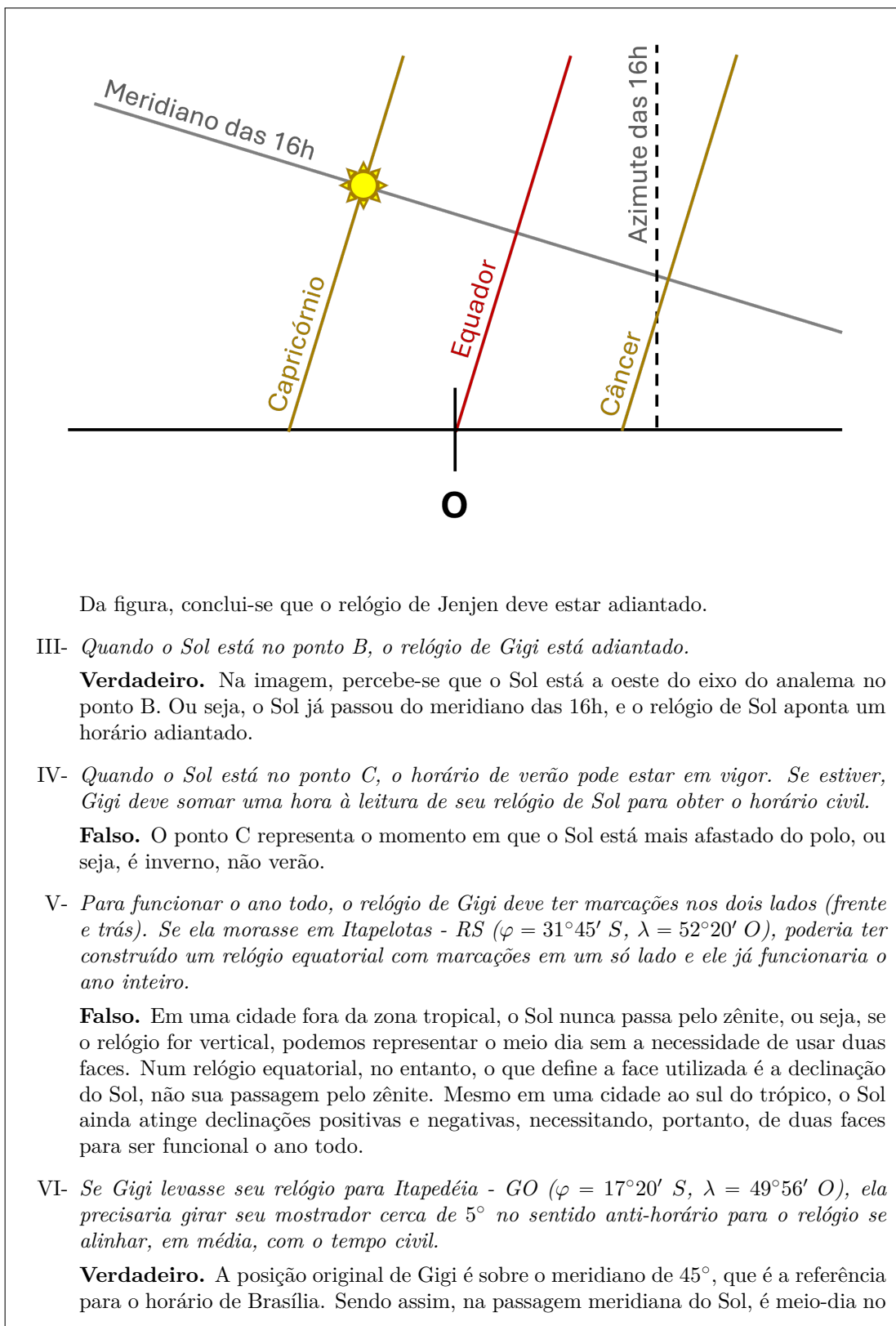
I- *No relógio de Jenjen, a marcação de 18h pode ser utilizada ao longo do ano todo, pois, nesse horário em específico, o Sol está no ponto cardeal Oeste.*

Falso. O ponto cardeal Oeste pertence ao Equador. O Sol só se põe nesse ponto em dias de equinócio, quando a marcação funciona. Nos solstícios, por exemplo, a leitura do relógio às 18h será bem imprecisa.

II- *Quando o Sol está no ponto A, o relógio de Jenjen está adiantado.*

Verdadeiro. A sombra na própria imagem mostra que, via de regra, o relógio de Jenjen está adiantado em quase qualquer ponto desse analema. Por conta disso, se o relógio de Jenjen eventualmente atrasar, será num ponto à direita do eixo do analema, não no meio.

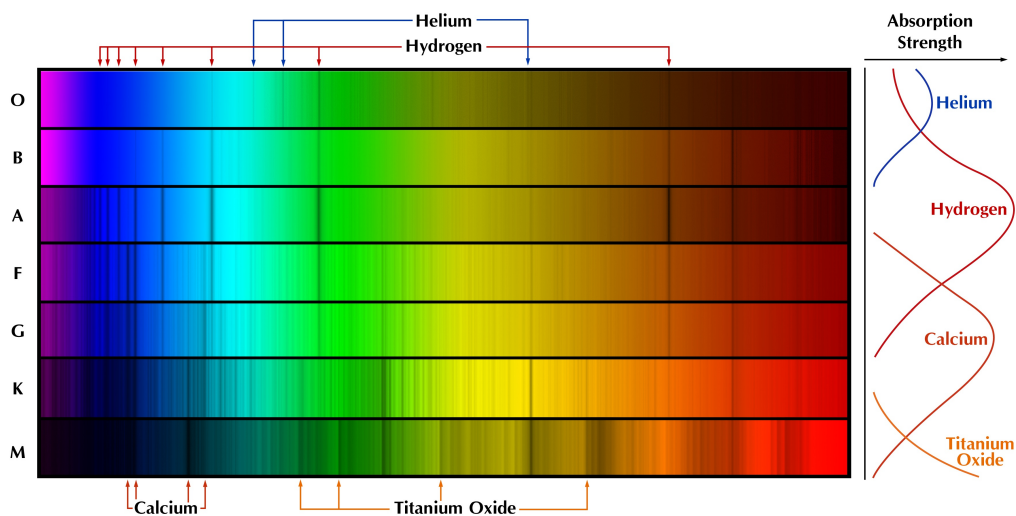
Mesmo sem reparar na sombra desenhada, ainda seria possível deduzir a veracidade da afirmação. Repare que, na posição A, o Sol está no trópico de capricórnio (o mais próximo possível do PSC). Como o relógio de Jenjen mede azimutes, o que define se ele está adiantado ou atrasado é se o Sol está mais ou menos que 30° ao norte do ponto cardeal oeste. Temos, portanto, a seguinte esquematização:



horário de Brasília (em média), por isso a marcação de 12h é vertical para baixo. A cidade original (Itapirapora) fica 5° a leste da nova cidade (Itapedéia), ou seja, o meio dia (no horário de Brasília) ocorre antes da passagem meridiana pela nova cidade. A marcação de 12h deve se deslocar no sentido de onde estava a marcação de 11h anteriormente, i.e., no sentido anti-horário.

Final: **FVVFFV**

6. **Espectroscopia (Classe C1 - 9 pontos)** A imagem a seguir compara as linhas de absorção de diferentes tipos espectrais. À esquerda, estão maiores frequências, como o azul e o violeta, e, à direita, estão maiores comprimentos de onda, como o vermelho.



Comparação espectral de diferentes tipos de estrela.

Com base na imagem e em seus conhecimentos, julgue cada assertiva como verdadeira ou falsa.

- I- Por culpa do efeito Doppler, um corpo quente produz linhas mais largas que um corpo frio. Sendo assim, podemos concluir que o tipo M é o mais quente.
- II- Gases quentes são associados a linhas de emissão, enquanto gases frios são associados a linhas de absorção. Sendo assim, é possível perceber que o tipo O é mais quente que o tipo B, pois as linhas de hidrogênio no tipo O têm um caráter muito menos de absorção, quase se tornando linhas de emissão.
- III- Um átomo que absorve um fóton (atua como gás frio) ganha energia e eventualmente vai reemitir-lo (atuar como gás quente). Sendo assim, no equilíbrio, a atmosfera estelar não contribui com linhas nem de emissão, nem de absorção.
- IV- Quando comparamos as linhas de cálcio de estrelas do tipo G com relação ao tipo B, percebemos que estrelas do tipo G produzem muito mais cálcio em seu núcleo.
- V- A diferença entre os espectros pode ou não indicar diferença de composições químicas. Enquanto cálcio é presente em todas as estrelas, óxido de titânio só existe em atmosferas estelares mais frias.

- VI- A teoria da radiação de corpo negro permite concluir que a Lua (branca) é mais quente do que Marte (vermelho), assim como Altair é mais quente do que Antares.

Solução:

- (I-) *Por culpa do efeito Doppler, um corpo quente produz linhas mais largas que um corpo frio. Sendo assim, podemos concluir que o tipo M é o mais quente.*

Falso. O alargamento de bandas por calor é sutil, e esperaríamos que ele fosse progressivo quanto mais quente for a estrela. O alargamento das bandas nas estrelas de tipo M, no entanto, são muito acentuados e abruptos. É necessário, portanto, que estejam associados com um fenômeno que ocorra numa faixa de temperatura muito menor que a temperatura da própria estrela. Trata-se da estabilidade de ligações moleculares, possíveis em atmosferas suficientemente frias para que a agitação das partículas não destrua as ligações. Isso permite a existência de novas espécies químicas na atmosfera e, portanto, novas bandas.

- (II-) *Gases quentes são associados a linhas de emissão, enquanto gases frios são associados a linhas de absorção. Sendo assim, é possível perceber que o tipo O é mais quente que o tipo B, pois as linhas de hidrogênio no tipo O têm um caráter muito menos de absorção, quase se tornando linhas de emissão.*

Falso. As linhas de hidrogênio enfraquecem de B para O não porque ela está "virando emissão", mas sim porque as estrelas do tipo O são tão quentes que o hidrogênio em suas atmosferas está quase totalmente ionizado e, sem o elétron, o átomo não pode emitir.

- (III-) *Um átomo que absorve um fóton (atua como gás frio) ganha energia e eventualmente vai reemitir-lo (atuar como gás quente). Sendo assim, no equilíbrio, a atmosfera estelar não contribui com linhas nem de emissão, nem de absorção.*

Falso. Primeiro, observe que a afirmação é diretamente contraditória à imagem. Segundo, seu erro está em desconsiderar o sentido aleatório de reemissão, que inclusive pode ser para trás, situação na qual a estrela reabsorve o fóton. Após múltiplas absorções e reemissões, apenas uma porção desses fótons escapa a atmosfera estelar, o que cria as linhas observadas.

- (IV-) *Quando comparamos as linhas de cálcio de estrelas do tipo G com relação ao tipo B, percebemos que estrelas do tipo G produzem muito mais cálcio em seu núcleo.*

Falso. Primeiramente, conforme explicado anteriormente, o espectro de uma estrela nos informa sobre sua atmosfera, não sobre seu núcleo. Em segundo lugar, mesmo se falarmos sobre a atmosfera, a correlação entre linhas observáveis e composição química não é tão simples. Se a imagem mostra linhas de cálcio fortes em estrelas tipo G e ausentes em estrelas tipo B, isso não significa que G tem mais cálcio, mas que a atmosfera de uma estrela tipo B é tão quente que o cálcio está múltiplas vezes ionizado, e suas linhas de absorção caem fora do espectro visível.

- (V-) *A diferença entre os espectros pode ou não indicar diferença de composições químicas. Enquanto cálcio é presente em todas as tipos estelares, óxido de titânio só existe em atmosferas estelares mais frias.*

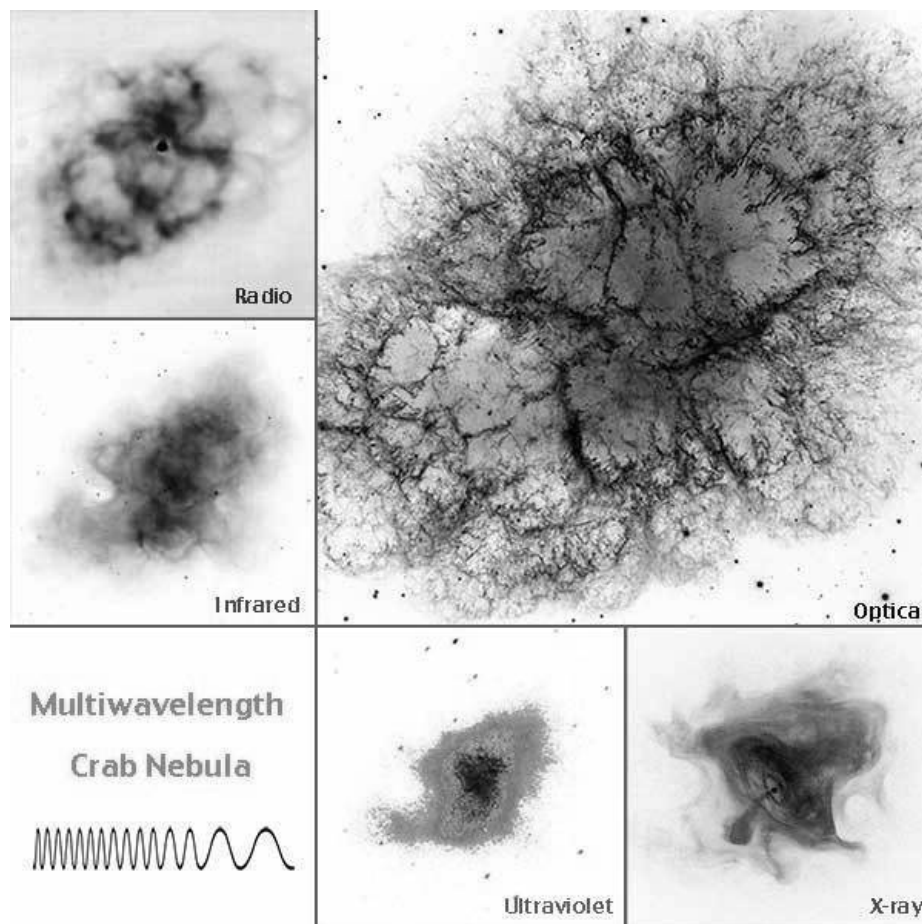
Verdadeiro. Essa afirmação sumariza as discussões dos itens anteriores.

(VI-) *A teoria da radiação de corpo negro permite concluir que a Lua (branca) é mais quente do que Marte (vermelho), assim como Altair é mais quente do que Antares.*

Falso. A correlação entre a cor e a temperatura (como ocorre com Altair e Antares) só é possível quando a luz é emitida pelo próprio objeto, na forma de radiação de corpo negro. Já no caso da Lua e de Marte, embora a Lua seja realmente mais quente, isso ocorre por sua proximidade com o Sol. A cor branca (cinza) da Lua e vermelha de Marte é determinada pela composição de suas superfícies (regolito vs. óxido de ferro).

Final: **FFFFVF.**

7. **Caranguejo (Classe C1 - 9 pontos)** A figura abaixo representa a nebulosa do caranguejo em diferentes faixas do espectro eletromagnético. Cada imagem revela estruturas e processos relevantes para a emissão em sua respectiva faixa. Sendo assim, essas imagens revelam análises complementares acerca de um mesmo objeto. Com base na imagem e em seus conhecimentos, julgue as assertivas como verdadeiras ou falsas.



Nebulosa do Caranguejo em diversos comprimentos de onda. Fonte: *Goddard Space Flight Center*

- I - A emissão em raios X é dominada pela região mais interna, o que sugere a presença de um objeto compacto e magnetizado.
- II - Se a imagem óptica não estivesse em preto e branco, esperaríamos observar uma grande variedade de cores distribuídas pela estruturas filamentosas.
- III - A imagem em infravermelho mostra predominantemente a radiação térmica da nebulosa.
- IV - A estrutura irregular da nebulosa sugere uma formação com fenômenos de alta energia, como ondas de choque.
- V - As emissões em ultravioleta e em raios X são produzidas praticamente pelos mesmos processos e sob as mesmas condições.
- VI - A estrutura em raios X e a presença de uma fonte central pontual permitem afirmar que se trata de uma nebulosa de reflexão iluminada por uma estrela jovem massiva.

Solução:

I - *A emissão em raios X é dominada pela região mais interna, o que sugere a presença de um objeto compacto e magnetizado.*

Verdadeiro. A imagem em raios X revelam emissões concentradas no centro, com estruturas em “toro” e em “jatos”. O toro é o anel mais grosso no Equador do pulsar e os jatos são as estruturas em linha, fortemente influenciadas por seu campo magnético. Essas estruturas sugerem a existência do objeto compacto.

II - *Se a imagem óptica não estivesse em preto e branco, esperaríamos observar uma grande variedade de cores distribuídas pela estruturas filamentosas.*

Verdadeiro. A variedade de cores (vermelho do $H\alpha$, verde/azul do oxigênio) é típica de regiões de recombinação com variedade de elementos químicos, cada um com suas emissões atômicas. As condições de formação desse objeto (com altas energias e associada a um caroço massivo central) é favorável à ejeção de elementos químicos em diversas direções.

III - *A imagem em infravermelho mostra predominantemente a radiação térmica da nebulosa.*

Falso. Se a emissão em Infravermelho fosse térmica, esperaríamos uma queda relativamente suave entre a parte central (mais quente) e a porção periférica (mais fria). No entanto, a imagem em infravermelho revela emissões difusas, com regiões de alta e baixa radiação espalhadas e formando suas próprias estruturas.

IV - *A estrutura irregular da nebulosa sugere uma formação com fenômenos de alta energia, como ondas de choque.*

Verdadeiro. A imagem óptica não mostra uma estrutura simétrica e suave, como se esperaria de uma ejeção de massa calma (como uma nebulosa planetária). A aparência é caótica e filamentar, como a de um trapo rasgado. Essa morfologia sugere uma explosão imensamente violenta, onde o material é ejetado em diferentes velocidades e colide com o gás ao redor, criando frentes de onda de choque que esculpem essa estrutura irregular.

V - *As emissões em ultravioleta e em raios X são produzidas praticamente pelos mesmos processos e sob as mesmas condições.*

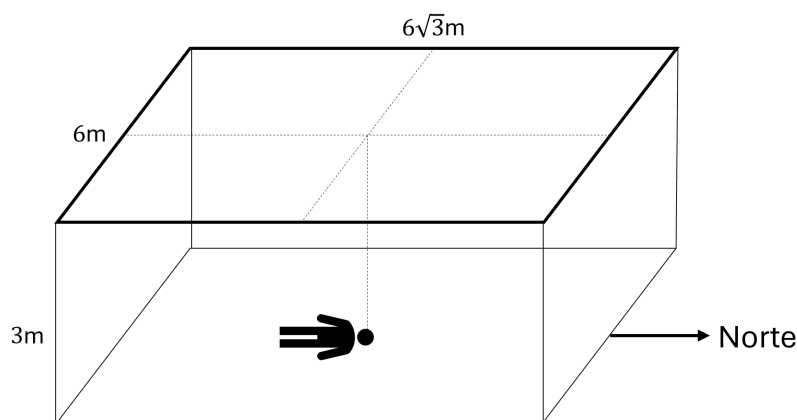
Falso. A imagem de raios X mostra estruturas muito nítidas, como o toro e os jatos. Já a imagem em UV mostra uma região mais abaulada com queda suave de emissão. Essa diferença mostra que ambientes mais favoráveis à emissão UV não necessariamente o são aos raios X, e vice-versa. Além disso, a diferença também revela que circunstâncias como campo magnético e temperatura são mais importantes nos processos físicos de origem de um ou de outro.

VI - *A estrutura em raios X e a presença de uma fonte central pontual permitem afirmar que se trata de uma nebulosa de reflexão iluminada por uma estrela jovem massiva.*

Falso. Se a nebulosa estivesse apenas espalhando a luz de uma estrela central, esperaríamos uma emissão concentrada sobre a estrela e mais espalhada quanto menor fosse o comprimento de onda. Não seria de se esperar nenhuma das estruturas citadas anteriormente, como o toro, os jatos, ou os filamentos.

8. Planetário grátis! (Classe C2 - 10 pontos) Franfran estava tranquilo em seu quarto, quando, repentinamente, um vento muito forte arrancou seu teto. Como ele é um garoto muito tranquilo e apaixonado pelas estrelas, aproveitou esse acontecimento para observar o céu.

O quarto de Franfran é um paralelepípedo, de comprimento 6m, largura $6\sqrt{3}$ m e altura 3m. Assim que o teto se foi, Franfran percebeu que Mintaka ($\delta \approx 0^\circ$) estava aparecendo exatamente no ponto médio da aresta superior de uma das paredes, e passou a contar quanto tempo ela demoraria para cruzar todo seu campo de visão até chegar na parede oposta. Durante toda a observação, ele esteve deitado com a cabeça no ponto central do piso, conforme a figura.

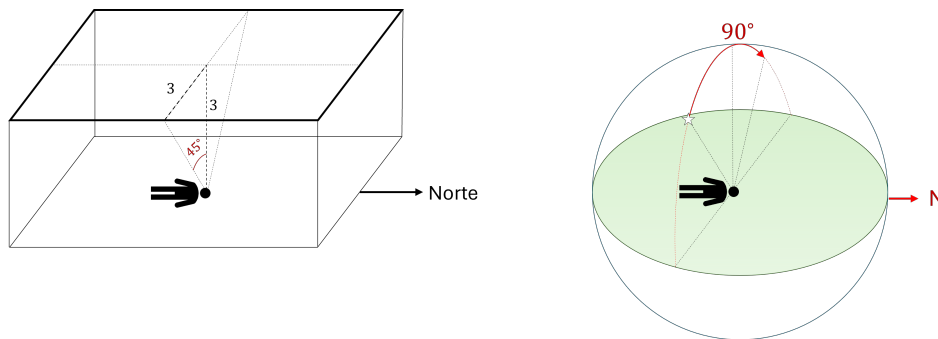


Considerando que Franfran mora muito perto do equador, assinale a alternativa que apresenta o tempo medido por ele. Todas as alternativas estão em horas, minutos e segundos civis.

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| a) 5h 59min 01s | b) 6h 00min 00s | c) 6h 01min 04s | d) 7h 56min 04s |
| e) 7h 58min 41s | f) 8h 00min 00s | g) 8h 01min 19s | h) 8h 02min 23s |

Solução:

Perceba que, se a estrela está no Equador Celeste ($\delta = 0^\circ$) e FranFran está no Equador Terrestre, a estrela passa pelo zênite dele. Ainda, perceba que, estando Franfran no Equador, o ponto cardinal Norte coincide com a direção do Polo Norte Celeste, que é perpendicular ao Equador Celeste. Podemos representar a situação na seguinte imagem:

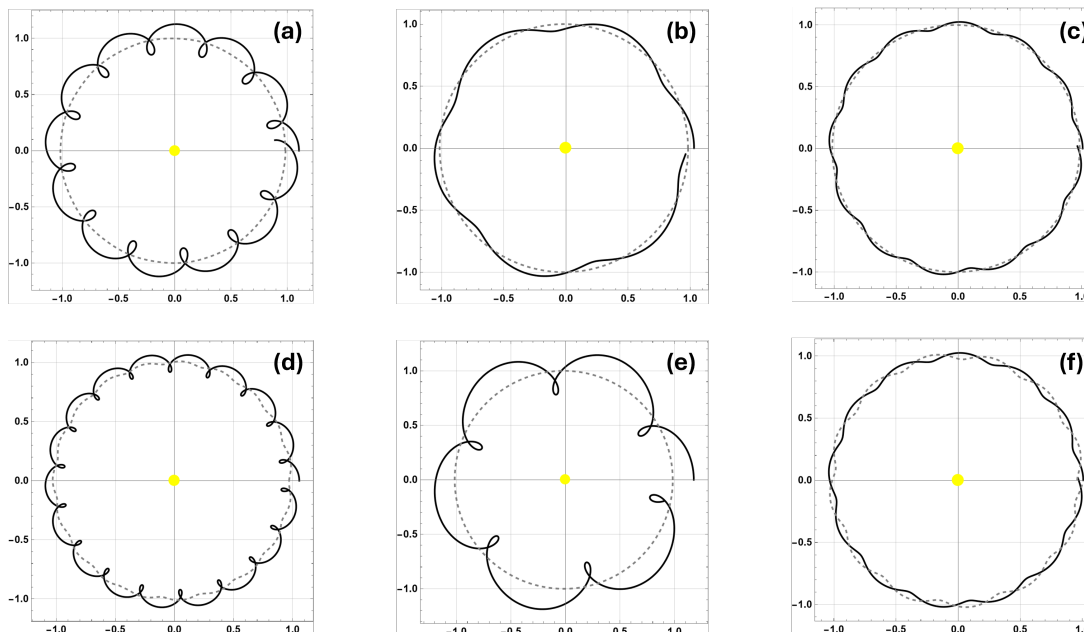


O triângulo retângulo é notório, com ângulo de 45° . Sendo assim, a estrela irá percorrer 90° no céu, o equivalente a um quarto de sua trajetória diária.

Como a trajetória tem duração de 24 horas siderais, ou 23h 56min 4s civis, o tempo de duração será um quarto disso, ou seja, 5h 59min 01s.

Alternativa **a**.

- 9. Gira-gira (Classe C2 - 14 pontos)** O centro do sistema Terra-Lua orbita ao redor do Sol na forma de uma elipse de excentricidade baixa. Nos gráficos a seguir, temos a trajetória da Terra (tracejada) e da Lua (sólida) ao redor do Sol. As distâncias entre a Terra e a Lua foram escaladas por um fator de 10 para facilitar a visualização, mas sem alterar qualitativamente a órbita. Determine qual dos gráficos representa mais fielmente o dinâmica do sistema, justificando sua resposta. Para cada uma das representações incorretas, sua justificativa deve citar ao menos um motivo que falseia essa representação.



Solução:

Resposta: (c).

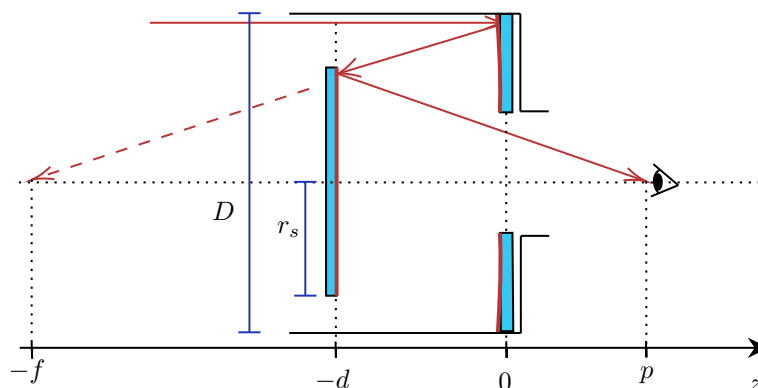
Algumas considerações devem ser feitas para excluir as representações incorretas. Primeiro que a Lua orbita a Terra aproximadamente 12 vezes ao ano, excluindo (b), (d) e (e). Em segundo lugar, mesmo com o raio escalado em 10, a velocidade orbital da Lua v_L é consideravelmente menor que a da Terra v_T , garantindo que esta nunca consiga completar um "loop": $v_T \approx \omega_T a_T \approx 30$ km/s, $10 \cdot v_L \approx 10$ km/s. Isso exclui (a), (d) e (e). Alguma informação também é tirada por uma análise gráfica mais quantitativa. Sabendo que o raio da órbita lunar é da ordem de $4 \cdot 10^5$ km, sua versão reescalada não passa de 3% do raio da órbita ao redor do Sol. Nesse caso, o item (e) e (a) poderiam ser excluídos sem o cálculo da velocidade. Por fim, notamos que há uma hierarquia de $\times 100$ na massa da Terra e da Lua, de modo que os efeitos da órbita mútua afetem muito mais o satélite que o planeta, excluindo por fim o item (f).

O texto a seguir refere-se às três próximas questões:

Göbllig, preocupado com a preparação para uma olimpíada de astronomia, decide aprimorar sua habilidade de apontar objetos celestes. Para isso, constrói em casa o seu próprio telescópio artesanal. Ele utiliza um tubo de PVC e fixa, no fundo do tubo (definido como $z = 0$), um espelho parabólico circular de diâmetro $D = 150$ mm e distância focal $f = 1,20$ m.

A luz proveniente de uma estrela muito distante incide sobre o espelho primário, que a reflete em direção ao foco. Antes de alcançar esse ponto, o feixe encontra um espelho secundário plano, também circular, de raio $r_s = 50$ mm, montado perpendicularmente ao eixo do telescópio, a uma distância $d = 0,40$ m do vértice do espelho parabólico. Esse espelho redireciona a luz de volta ao longo do tubo. Dessa forma, a imagem final do astro é formada em uma posição $z = p$, atrás do espelho primário, conforme indicado no esquema fornecido.

Considere que, no escuro, a pupila humana possui diâmetro $d_p = 6,0$ mm.



10. **Góblig quer treinar apontamentos - Parte 1 (Classe C0 - 4 pontos)** Assinale a alternativa que apresenta corretamente o tipo de telescópio representado

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| a) refletor com foco coudé | b) refrator com foco coudé |
| c) refletor kleperiano | d) refrator kepleriano |
| e) refletor Cassegrain | f) refrator Cassegrain |
| g) refletor newtoniano | h) refrator galileano |

11. **Góblig quer treinar apontamentos - Parte 2 (Classe C0 - 4 pontos)** Assinale a alternativa que apresenta corretamente a distância entre o fundo do telescópio e a imagem final (p)

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| a) $p = 0,20$ m | b) $p = 0,40$ m | c) $p = 0,80$ m | d) $p = 1,00$ m |
| e) $p = 1,20$ m | f) $p = 1,60$ m | g) $p = 2,00$ m | h) p impróprio |

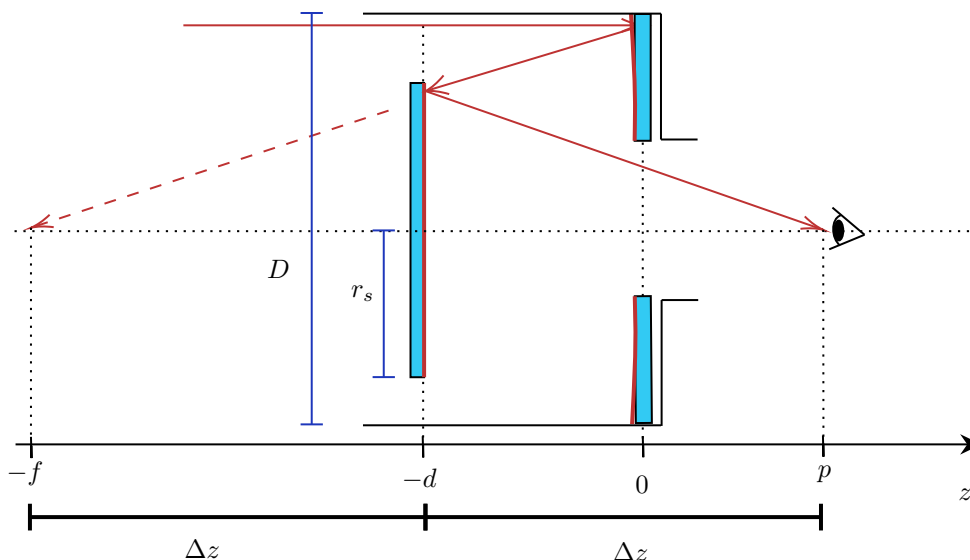
12. **Góblig quer treinar apontamentos - Parte 3 (Classe C2 - 10 pontos)** Assinale a alternativa que apresenta corretamente o aumento de magnitude limite (Δm)

- | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| a) $\Delta m \approx 2,54$ | b) $\Delta m \approx 2,74$ | c) $\Delta m \approx 2,80$ | d) $\Delta m \approx 3,18$ |
| e) $\Delta m \approx 3,50$ | f) $\Delta m \approx 6,35$ | g) $\Delta m \approx 6,86$ | h) $\Delta m \approx 7,00$ |

Solução:

(Q 10) O telescópio utiliza um espelho primário parabólico e um espelho secundário plano focalizando os raios no eixo do telescópio, formando a configuração Cassegrain. Portanto, o item correto é a alternativa (e).

(Q 11) .



Sem o espelho plano, o feixe convergiria para o foco em $z = -f$. O espelho plano está em $z = -d$, logo o foco encontra-se a uma distância

$$\Delta z = f - d$$

do espelho. Como a imagem se forma simetricamente em relação ao plano do espelho, sua posição final será:

$$p = -d + (f - d) = f - 2d = 0,40 \text{ m.}$$

Portanto, a alternativa correta é a **(b)**.

(Q 12) A magnificação do telescópio em comparação ao olho nu é dada pela razão entre a área de abertura útil e a área da pupila:

$$A = \frac{a_1 - a_f}{a_o}$$

Aqui,

$$a_1 = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2, \quad a_f = \pi r_s^2, \quad a_o = \left(\frac{d_p}{2} \right)^2 \pi,$$

o que fornece:

$$A = \frac{\pi \left(\left(\frac{D}{2} \right)^2 - r_s^2 \right)}{\pi \left(\frac{d_p}{2} \right)^2} = \frac{75^2 - 50^2}{3^2} = 347.$$

Para o aumento de magnitude limite:

$$\Delta m = 2,5 \log(A) = 2,5 \log(347) = 6,35.$$

Assim, a alternativa correta é a **(f)**.

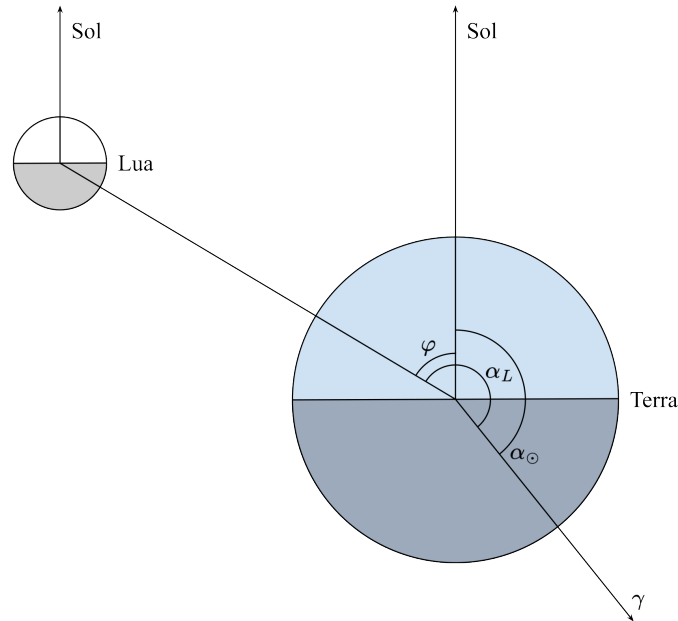
13. **Fase da Lua (Classe C2 - 14 pontos)** Maui, viajante do tempo, observou a Lua nascer às 1:20h do dia 22 de dezembro de 2027.

- i) Qual a ascensão reta da Lua nesse momento?
- ii) Qual será a fase da Lua às 4h do dia 25 de dezembro de 2027?

Observação: Considere que a eclíptica, o equador e a órbita da lua são coplanares. Considere também que o tempo solar local define o horário civil.

Dado: o período sideral da Lua é 27d 7h 43min.

Dica: O esquema a seguir mostra de maneira simplificada a ascensão reta do Sol e da Lua em um dia qualquer. A fase da Lua é definida como o ângulo φ na figura.



Note que α_{\odot} equivale ao ângulo $ST\gamma$ enquanto α_{Lua} equivale ao ângulo $LT\gamma$

Qual das alternativas responde corretamente as perguntas *i)* e *ii)* respectivamente?

- | | |
|--|--|
| a) $\alpha_L = 13 : 20h$ e $\varphi' = 134^\circ 0'$ | b) $\alpha_L = 13 : 20h$ e $\varphi' = 331^\circ 0'$ |
| c) $\alpha_L = 15 : 15h$ e $\varphi' = 22^\circ 0'$ | d) $\alpha_L = 15 : 15h$ e $\varphi' = 54^\circ 0'$ |
| e) $\alpha_L = 18 : 41h$ e $\varphi' = 54^\circ 0'$ | f) $\alpha_L = 18 : 41h$ e $\varphi' = 134^\circ 0'$ |
| g) $\alpha_L = 21 : 36h$ e $\varphi' = 331^\circ 0'$ | h) $\alpha_L = 21 : 36h$ e $\varphi' = 22^\circ 0'$ |

Solução: Dia 22 de dezembro é muito próximo do solstício de verão no hemisfério sul, em que $\alpha_{\odot} = 18h$. Além disso, como a lua está nascendo, $H_L = -6h$, enquanto que $H_{\odot} = T + 12h$. Assim,

$$H_L + \alpha_L = TSL = H_{\odot} + \alpha_{\odot} \Rightarrow \alpha_L = H_{\odot} + \alpha_{\odot} - H_L = 13 : 20h$$

Dessa forma, a ascensão reta da lua é 13h 20min.

às 4h do dia 25, passaram-se 74,67h. Assim, as novas ascensões retas são

$$\alpha'_{\odot} = \alpha_{\odot} + \Delta t \omega_{\odot}$$

$$\alpha'_L = \alpha_L + \Delta t \omega_L$$

A fase da lua será $\varphi = \alpha'_{\odot} - \alpha'_L$

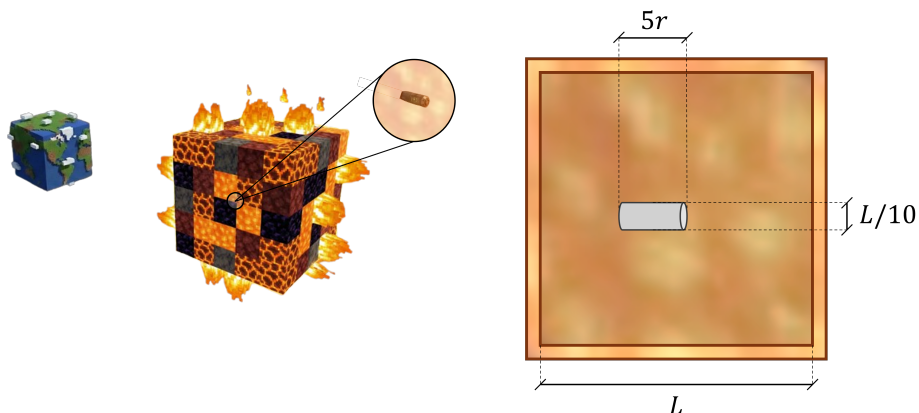
$$\varphi = \alpha'_L - \alpha'_{\odot} = \alpha_L - \alpha_{\odot} + 360^{\circ} \Delta t (T_L^{-1} - T_{\odot}^{-1})$$

sendo $T_L = 27^d 7^h 43^{min}$ o período sideral da lua e T_{\odot} o ano sideral, chegando então em $\varphi = -32^{\circ} 9' = 336^{\circ} 51'$. Perceba que, se não fosse considerado o período de translação da terra, o valor seria $\varphi' = -29^{\circ} 0' = 331^{\circ} 0'$

Portanto, a resposta é alternativa **b**.

- 14. O Sol é um Cubo! (Classe C2 - 14 pontos)** Os engenheiros malucos Obazs e Balls fizeram uma nova descoberta astronômica: com apenas duas *Ender Eyes*, localizaram a *Stronghold* e ensinaram o lendário Stevestarcs a calcular a distância Terra-Sol. Agora, com o *Galacticraft* devidamente configurado, eles planejam enviar uma nave para coletar energia diretamente da nossa estrela.

Considere, nesse universo, que o Sol é um cubo oco de aresta L e temperatura efetiva T_e nas faces internas, e que a nave tem um formato cilíndrico de raio $r = L/20$ e altura $h = 5r$. A nave foi programada para percorrer o interior do cubo perpendicularmente a uma de suas faces, passando pelo seu centro geométrico.



A nave é acoplada a uma bateria, e possui um sistema de alta eficácia que armazena uma fração $p = 3/4$ de toda a irradiação incidente nela, enquanto o restante, $1/4$, é dissipado em calor. No equilíbrio, tanto a estrela quanto a nave comportam-se como corpos negros, e a nave atinge uma temperatura $T_N = T_e \cdot \sqrt[4]{1-p}$. Determine a potência útil armazenada pela nave, em função de L , T_e e constantes físicas.

Dica: Qual será a condição de equilíbrio térmico dessa nave?

- a) $\frac{3\pi\sigma L^2 T_e^4}{160}$ b) $\frac{9\pi\sigma L^2 T_e^4}{1600}$ c) $\frac{3\pi\sigma L^2 T_e^4}{640}$ d) $\frac{3\pi\sigma L^2 T_e^4}{400}$
 e) $\frac{9\pi\sigma L^2 T_e^4}{400}$ f) $\frac{\pi\sigma L^2 T_e^4}{160}$ g) $\frac{3\pi\sigma L^2 T_e^4}{100}$ h) $\frac{\pi\sigma L^2 T_e^4}{40}$

Solução:

Para determinar a potência útil, iniciamos analisando a energia dissipada pela nave. Como a nave atinge o equilíbrio térmico na temperatura T_n , a potência dissipada na forma de calor é descrita pela Lei de Stefan-Boltzmann:

$$P_{\text{emitida}} = \sigma \cdot A_{\text{nave}} \cdot T_n^4$$

O sistema converte uma fração $3/4$ da energia total em útil, implicando que a fração restante ($1/4$) é dissipada. Portanto, a potência útil é o triplo da potência dissipada:

$$P_{\text{útil}} = 3 \cdot P_{\text{emitida}} = 3 \cdot (\sigma A_{\text{nave}} T_n^4)$$

Utilizando a relação de temperaturas fornecida $T_n = T_e \frac{\sqrt{2}}{2}$, temos que $T_n^4 = \frac{T_e^4}{4}$. Substituindo na equação:

$$P_{\text{útil}} = 3 \cdot \sigma A_{\text{nave}} \left(\frac{T_e^4}{4} \right) = \frac{3}{4} \sigma T_e^4 A_{\text{nave}}$$

Sendo a nave um cilindro de raio $r = L/20$ e altura $h = 5r$, a área total é a soma da lateral com as duas bases:

$$A_{\text{nave}} = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi r(5r) + 2\pi r^2 = 12\pi r^2$$

Substituindo $r = L/20$:

$$A_{\text{nave}} = 12\pi \left(\frac{L}{20} \right)^2 = 12\pi \frac{L^2}{400} = \frac{3\pi L^2}{100}$$

Finalmente, substituindo a área na expressão da potência útil:

$$P_{\text{útil}} = \frac{3}{4} \sigma T_e^4 \cdot \left(\frac{3\pi L^2}{100} \right)$$

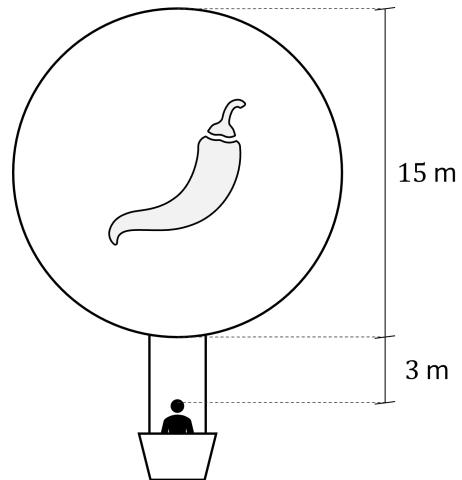
$$P_{\text{útil}} = \frac{9\pi\sigma L^2 T_e^4}{400}$$

Resposta: (e)

- 15. Super fantástico amigo, Pimentinha (Classe C2 - 16 pontos)** Pimentinha gosta muito de fugir dos seus colegas do observatório Abrahão de Moraes ($23^\circ 0' 23'' \text{S}$, $46^\circ 57' 49'' \text{W}$), realizando a maioria de seus trabalhos de telescópio acima das nuvens em um balão de ar quente.

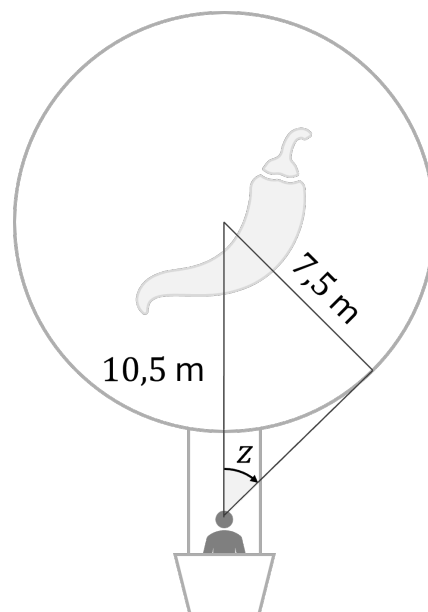
Em uma certa noite, Pimentinha montou seus equipamentos e subiu logo acima do observatório. No entanto, a Lua cheia dificultava qualquer observação, de modo que ele só poderia trabalhar

enquanto a Lua permanecesse encoberta pelo envelope do balão. Determine por quanto tempo a Lua ficará obstruída, supondo que o balão fique imóvel durante toda a obstrução. Assuma que nesse dia a declinação da Lua é de $\delta = 20^\circ$.



- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| a) 0 h 46 min | b) 1 h 02 min | c) 1 h 31 min | d) 2 h 04 min |
| e) 2 h 27 min | f) 3 h 02 min | g) 4 h 07 min | h) 4 h 34 min |

Solução: Perceba que existe uma distância zenital limite na qual a visão é obstruída, dada por uma condição de tangência:



$$z = \sin^{-1} \left(\frac{7,5 \text{ m}}{10,5 \text{ m}} \right) \approx 45,6^\circ$$

O ângulo horário da lua quando ela passa por essa distância zenital pode ser encontrado pelo triângulo de posição:

$$\cos(z) = \sin(\varphi) \sin(\delta) + \cos(\varphi) \cos(\delta) \cos(H)$$

$$\cos(H) = \frac{\cos(z) - \sin(\varphi) \sin(\delta)}{\cos(\varphi) \cos(\delta)} \approx 0,96367$$

$$|H| \approx 1^h 01^m 58^s$$

Perceba que a ocultação começa com ângulo horário negativo e evolui até um ângulo horário positivo. Sendo assim, se desprezarmos o movimento próprio da Lua, estimamos:

$$\Delta t \approx 2 \text{ h } 04 \text{ min}$$

A resposta, portanto, é alternativa **d**.

O texto a seguir refere-se às próximas duas questões:

O diagrama HR abaixo mostra alguns caminhos possíveis de evolução estelar em função da massa da estrela na sequência principal. Considere uma estrela de $5M_{\odot}$ e $200R_{\odot}$ em seu caminho evolutivo após a sequência principal.

Dado: A temperatura efetiva do Sol é de $T_{\odot} = 5772 \text{ K}$

Dica: Como os eixos dos gráficos representam o logaritmo dos respectivos valores, dada uma medição de x em um dos eixos do gráfico, o valor convertido será dado por 10^x , em unidades de luminosidade solar ou Kelvin.

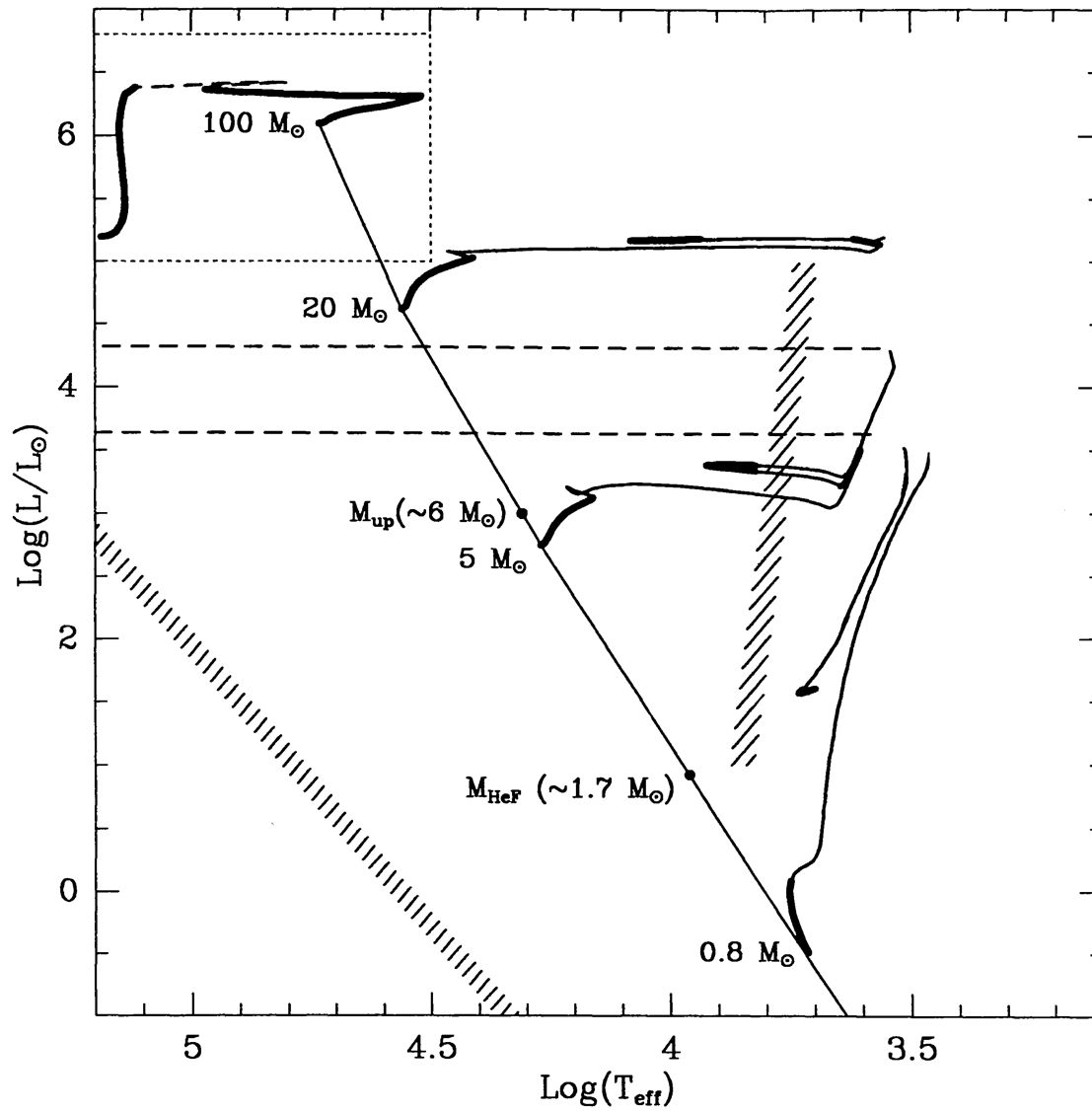


Diagrama HR, modificado a partir de (CHIOSI, Cesare; BERTELLI, Gianpaolo; BRESSAN, Alessandro)

16. Diagrama HR - Parte 1 (Classe C2 - 7 pontos) Determine a magnitude absoluta da referida estrela

- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| a) -8,8 | b) -7,8 | c) -6,8 | d) -5,8 |
| e) -4,8 | f) -3,8 | g) -2,8 | h) -1,8 |

17. Diagrama HR - Parte 2 (Classe C2 - 7 pontos) Determine a temperatura efetiva da referida estrela

- a) 1900 K b) 2400 K c) 3700 K d) 4700 K
 e) 12 600 K f) 5900 K g) 7500 K h) 9400 K

Solução: Sabemos que em um diagrama HR, que tem seus eixos os logaritmos de L e T , os valores de mesmo raio formam retas. Dessa forma, basta achar dois pontos com $R = 200R_{\odot}$, traçar uma reta entre eles e achar seu cruzamento com o caminho evolutivo de uma estrela de $5M_{\odot}$.

Pela lei de Stefan-Boltzman, $L = 4\pi\sigma R^2 T^4$. Dividindo pelos valores do Sol,

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4$$

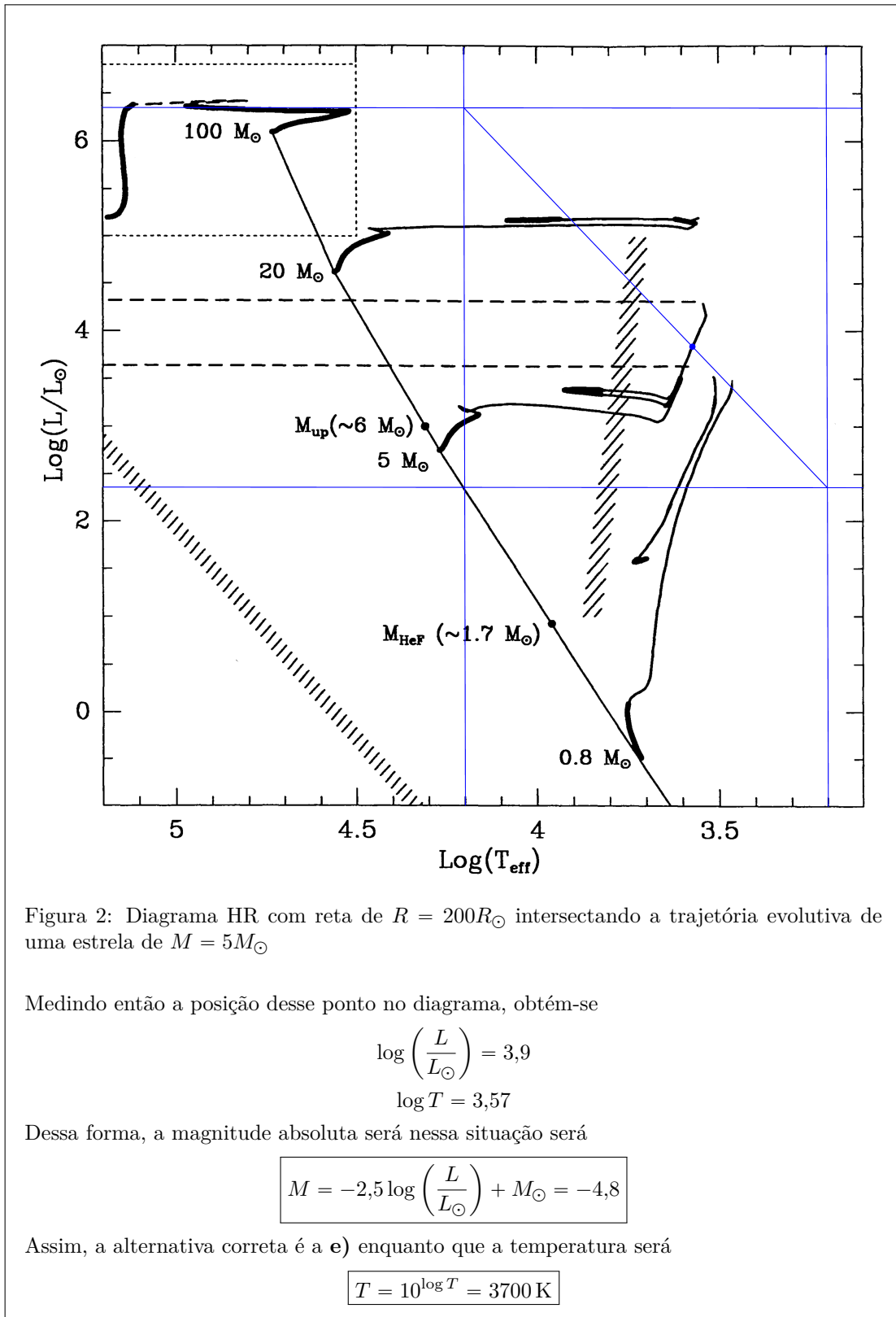
Como os eixos representam os valores tirados o logaritmo, podemos escrever de forma mais conveniente

$$\log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = 2\log\left(\frac{R}{R_{\odot}}\right) + 4\log(T) - 4\log(T_{\odot})$$

Dessa forma, fixando $R = 200R_{\odot}$ e calculando $\log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right)$ para dois valores de $\log T$, obtém-se

$$\begin{cases} \log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = 2,3568 & \text{para } \log T = 3,2 \\ \log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = 6,3526 & \text{para } \log T = 4,2 \end{cases}$$

traçando no gráfico, e ligando os dois pontos, temos o local de intersecção com a trajetória evolutiva de uma estrela de $5M_{\odot}$.

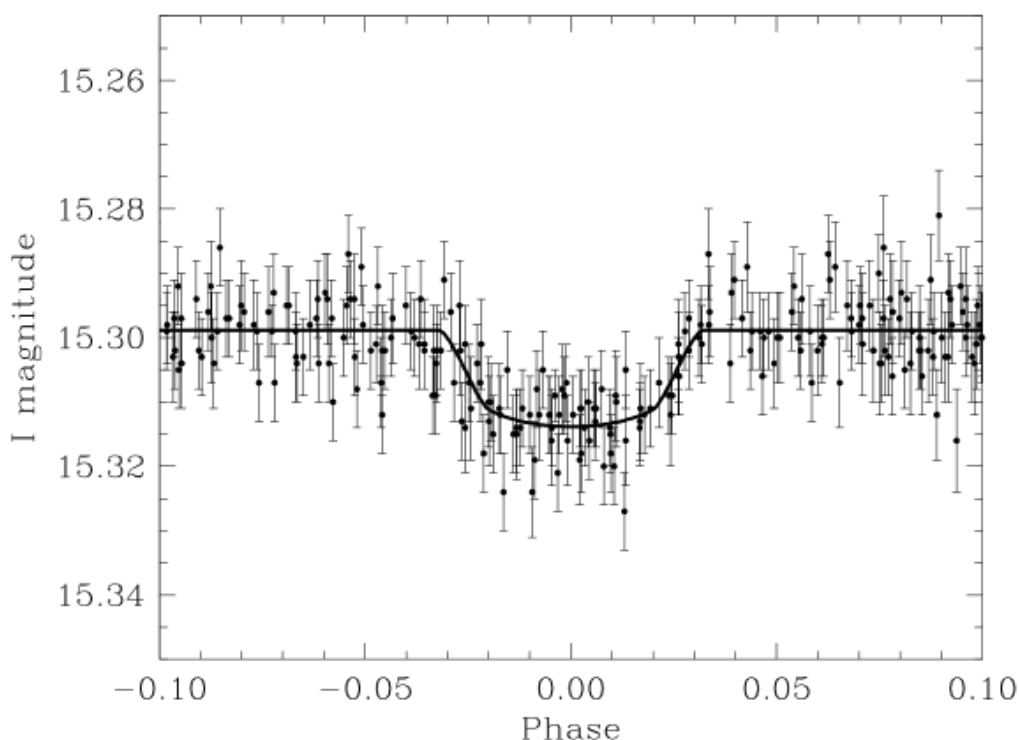


Assim, as alternativas corretas são **(e)** **(c)**, respectivamente.

O diagrama HR da questão foi modificado a partir de CHIOSI, Cesare; BERTELLI, Gianpaolo; BRESSAN, Alessandro. New developments in understanding the HR diagram. **In: Annual review of astronomy and astrophysics. Vol. 30 (A93-25826 09-90), p. 235-285., v. 30, p. 235-285, 1992, disponível em <https://adsabs.harvard.edu/pdf/1992ARA&A..30..235C>.**

O texto a seguir refere-se às duas próximas questões:

OGLE-TR-56b foi o primeiro exoplaneta descoberto pelo método de trânsito. A figura abaixo mostra uma curva de luz desse planeta na banda I (infravermelho). O eixo x corresponde à fase do trânsito e o eixo y corresponde à magnitude aparente em I.



Curva de luz do OGLE-TR-56b na banda I. Fonte: <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0310114>.

18. OGLE-TR-56b - Parte 1 (Classe C2 - 14 pontos) Sabendo que o raio da estrela OGLE-TR-56 equivale a $1,1R_{\odot}$, estime o raio de OGLE-TR-56b. Considere que durante o trânsito, o disco do planeta chega a estar completamente na frente do disco da estrela.

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) $6,5 \cdot 10^6$ m | b) $9,4 \cdot 10^6$ m | c) $3,6 \cdot 10^7$ m | d) $4,8 \cdot 10^7$ m |
| e) $6,1 \cdot 10^7$ m | f) $9,0 \cdot 10^7$ m | g) $1,5 \cdot 10^8$ m | h) $2,1 \cdot 10^8$ m |

19. OGLE-TR-56b - Parte 2 (Classe C1 - 12 pontos) Assinale quais das alternativas a seguir são verdadeiras e quais são falsas.

- I - OGLE-TR-56b passa pelo centro do disco da estrela ou muito próximo ao centro do disco da estrela ao longo do trânsito.
- II - OGLE-TR-56b é uma superterra.
- III - OGLE-TR-56b é um planeta gasoso.
- IV - OGLE-TR-56 é uma estrela de sequência principal do tipo O.
- V - O período orbital de OGLE-TR-56b é consideravelmente mais curto que o da Terra.
- VI - A órbita de OGLE-TR-56 possui uma inclinação de aproximadamente 90° (*edge-on*). Ou seja, a órbita do planeta é aproximadamente paralela à linha de visada.

Solução:

(Q 18) A diferença entre a magnitude máxima da estrela durante o trânsito e a magnitude da estrela antes ou após o trânsito (Δm) corresponde a aproximadamente 0,015.

A diferença de magnitude durante o trânsito é gerada pela ocultação de parte da área do disco da estrela pelo planeta. A razão entre o fluxo observado da estrela é diretamente proporcional à área não obstruída do disco da estrela.

Dessa forma, é possível utilizar a lei de Pogson para obter a razão entre os raios da estrela R e do planeta r .

$$\Delta m = -2,5 \log \left(\frac{\pi R^2 - \pi r^2}{\pi R^2} \right)$$

$$0,015 = -2,5 \log \left(\frac{R^2 - r^2}{R^2} \right)$$

$$\frac{R^2 - r^2}{R^2} = 10^{-\frac{0,015}{2,5}}$$

$$R^2 - r^2 = 10^{-0,006} R^2$$

$$R^2 - r^2 = 0,986 R^2$$

$$r^2 = 0,0137 R^2$$

$$r = 0,117 R$$

$$r = 0,117 \cdot 1,1 \cdot 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$r = 9,0 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Dessa forma, o raio de OGLE-TR-56b corresponde a aproximadamente $9,0 \cdot 10^7$ m.

Portanto, a resposta é alternativa **f**.

(Q 19) (I-) *OGLE-TR-56b passa pelo centro do disco da estrela ou muito próximo ao centro do disco da estrela ao longo do trânsito.*

Falso. A imagem abaixo ilustra os quatro contatos de um trânsito, representados pelas variáveis t_1 , t_2 , t_3 e t_4 .

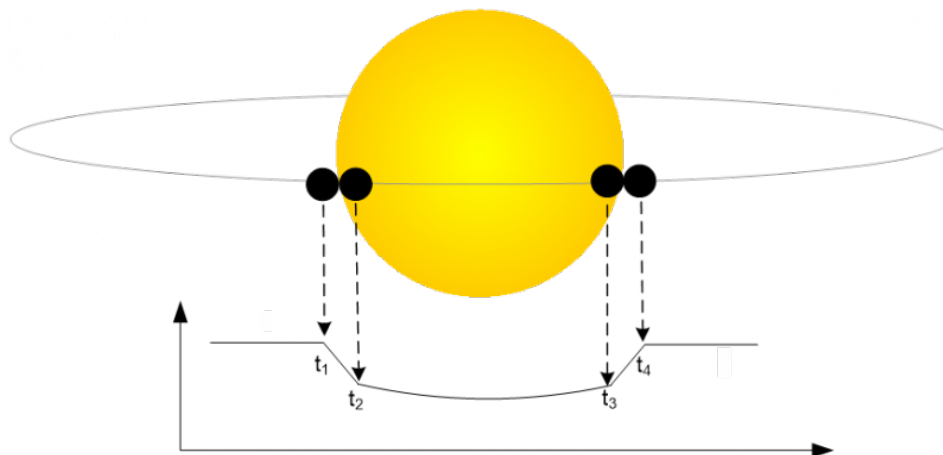


Ilustração dos quatro contatos de um trânsito. Fonte: https://britastro.org/section_information_/exoplanets-section-overview/exoplanet-transit-imaging-and-analysis-process (modificada).

No caso de um trânsito central, a distância percorrida pelo planeta entre o primeiro contato e o segundo contato do trânsito equivale ao diâmetro do planeta. Com base na curva de luz, é possível estimar uma diferença de fase de aproximadamente 0,01 para o intervalo entre o primeiro contato e o segundo contato. Já a distância entre o segundo contato e o terceiro contato equivale a $2(R - r)$ em um trânsito central. Com base na curva de luz, a diferença de fase entre segundo e o terceiro contato equivale a aproximadamente 0,04.

Portanto, a expressão abaixo, em que T corresponde ao período orbital do planeta, é válida para um trânsito central.

$$\begin{aligned} \frac{0,01T}{0,04T} &= \frac{2r}{2(R - r)} \\ 4r &= R - r \\ 5r &= R \\ r &= 0,2R \end{aligned}$$

No item (a), foi estabelecido que $r = 0,117R$. Dessa forma, como um trânsito central implicaria uma relação de $r = 0,2R$, é possível concluir que o planeta não passa pelo centro do disco da estrela ao longo do trânsito.

(II-) *OGLE-TR-56b é uma superterra.*

Falso. O raio do planeta é maior que o raio de Júpiter, o que inviabiliza a possibilidade de OGLE-TR-56b ser um planeta rochoso como uma superterra.

(III-) *OGLE-TR-56b é um planeta gasoso.*

Verdadeiro. OGLE-TR-56b possui um raio próximo ao raio de Júpiter, o que indica que o planeta é gasoso.

(IV-) *OGLE-TR-56 é uma estrela de sequência principal do tipo O.*

Falso. As estrelas do tipo O são as maiores da sequência principal e possuem raios maiores que $1,1R_{\odot}$.

(V-) *O período orbital de OGLE-TR-56b é consideravelmente mais curto que o da Terra.*

Verdadeiro. Em um trânsito central da Terra, a diferença de fase $\Delta\phi$ observada entre o segundo contato e o terceiro contato seria aproximadamente a seguinte:

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{2(R_{\odot} - R_{\oplus})}{v_{orb,\oplus}T_{orb,\oplus}} \\ &= \frac{2(R_{\odot} - R_{\oplus})T_{orb,\oplus}}{2\pi r_{orb,\oplus}T_{orb,\oplus}} \\ &= \frac{(R_{\odot} - R_{\oplus})}{\pi r_{orb,\oplus}} \\ &= \frac{(6,96 \cdot 10^8 - 6,38 \cdot 10^6)}{\pi \cdot 1,496 \cdot 10^{11}} \\ &= 1,5 \cdot 10^{-3}\end{aligned}$$

Essa é uma variação de fase entre o segundo contato e o terceiro contato muito menor que a observada no trânsito de OGLE-TR-56b, que nem é um trânsito central. Isso indica que o período orbital de OGLE-TR-56b é muito mais curto que o da Terra.

Note que o raio de OGLE-TR-56 é comparável ao do Sol. Dessa forma, uma discrepância tão grande entre as diferenças de fase só pode ser explicada por um período orbital muito menor que o da Terra.

(VI-) *A órbita de OGLE-TR-56 possui uma inclinação de aproximadamente 90° . Ou seja, a órbita do planeta é aproximadamente paralela à linha de visada.*

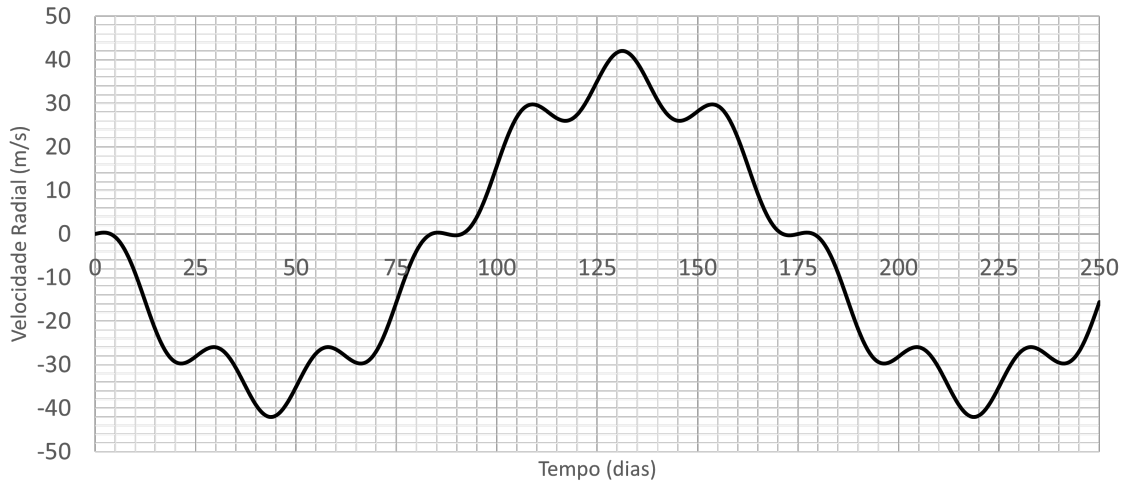
Verdadeiro. Caso a inclinação da órbita de OGLE-TR-56b não fosse próxima a 90° , não seria possível observar o seu trânsito.

Final: **FFVFVV**

20. Problema em dobro (Classe C2 - 18 pontos) Existem alguns sistemas planetários que possuem mais de um exoplaneta detectável pela análise de uma única curva de velocidade radial.

Considere uma estrela orbitada por dois exoplanetas em órbitas circulares, coplanares e edge-on. A massa da estrela (M) é aproximadamente igual à do sol, e ambos os planetas têm massa $m \ll M$. Além disso, os planetas não interferem significativamente na órbita um do outro.

Com base na curva de velocidade radial da estrela, determine a razão η entre a massa do planeta mais pesado e a do mais leve.

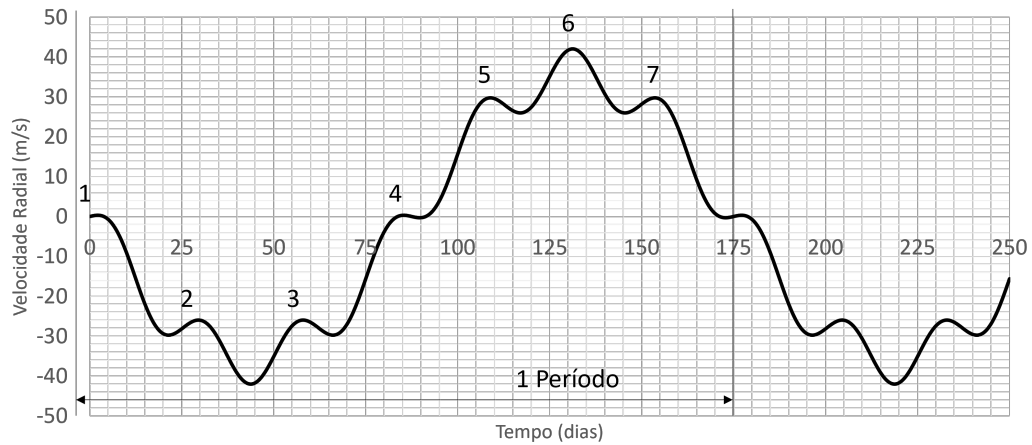


Curva de velocidade radial

- | | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|------------------|
| a) $\eta = 1,9$ | b) $\eta = 3,3$ | c) $\eta = 5,1$ | d) $\eta = 6,0$ |
| e) $\eta = 7,0$ | f) $\eta = 8,2$ | g) $\eta = 10,0$ | h) $\eta = 11,5$ |

Solução:

Como os planetas não perturbam a órbita um do outro (suposição do enunciado), é possível resolver o problema analisando os planetas de forma independente. Pelos picos do gráfico, é possível perceber que a cada período maior, existem sete períodos menores, o que pode ser visto contando os picos.



Assim:

$$T_1 = 175 \text{ dias}$$

$$T_2 = 25 \text{ dias}$$

Pela Terceira Lei de Kepler:

$$a_1 = \sqrt[3]{\frac{GM_{\odot}}{4\pi^2 T_1^2}}$$

e

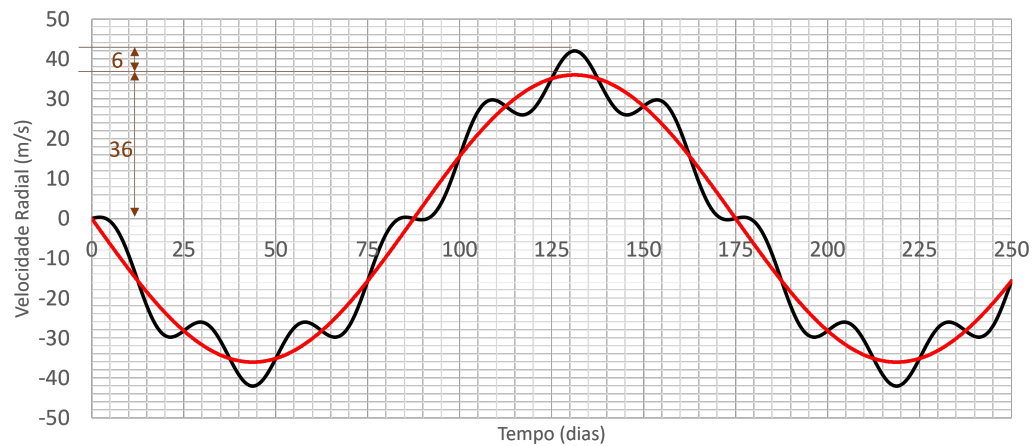
$$a_2 = \sqrt[3]{\frac{GM_{\odot}}{4\pi^2 T_2^2}}$$

Assim:

$$V_1 = \frac{2\pi a_1}{T_1}$$

$$V_2 = \frac{2\pi a_2}{T_2}$$

Traçando uma aproximação da senoide de maior período, é possível identificar o incremento de velocidade de cada planeta no movimento da estrela:



$$V_{1\star} = 36 \text{ m/s}$$

$$V_{2\star} = 6 \text{ m/s}$$

Com isso, pela relação entre massa e velocidade em sistemas binários:

$$V_{1\star} M_{\odot} = V_1 m_1$$

$$V_{2\star} M_{\odot} = V_2 m_2$$

Dividindo as equações:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_{1*}}{V_{2*}} \cdot \frac{V_2}{V_1} = 11,5$$

Sendo assim, a resposta é **h**.

- 21. Amigo, estou ali (Classe C3 - 20 pontos)** No emocionante final de Toistöri, o cangaceiro Udison foge das prateleiras de brinquedo e se torna livre para viver suas aventuras no sertão. Apesar da nova vida, ele sempre observa o céu à procura de seu amigo Bus Ligthysson. Um certo dia, Bus encontra-se à mesma distância que uma estrela de paralaxe $\pi = 0,5''$ e apresenta um movimento próprio $\mu = 5,4 \cdot 10^{-7}$ rad/ano.

Nesse mesmo instante, Udison verifica que, à medida que a distância entre ambos diminui a uma taxa $v_r = \Delta r / \Delta t$, o movimento próprio de Bus aumenta a uma taxa $\Delta \mu / \Delta t = 4,2 \cdot 10^{-13}$ rad/ano², medida no momento de observação.

Para te ajudar, Considere que as seguintes considerações são válidas:

- O movimento de Bus é retilíneo e uniforme e, portanto, seu momento angular $L = mrv_t$ se conserva;
- Ambas as variações $\Delta x / \Delta t$ são mensuradas em um intervalo suficientemente pequeno para valer $(1 + \Delta x / x)^n \approx 1 + n \cdot \Delta x / x$

Considerando que Bus Ligthysson permaneça em uma trajetória retilínea, calcule sua distância de máxima aproximação.

Solução:

A distância r inicial é encontrada pelo inverso da paralaxe, ou seja, 2 pc.

Vamos utilizar a conservação de momento angular. Sendo v_t a velocidade tangencial do asteroide e r a sua distância em relação ao Sol, temos:

$$L = mrv_t$$

Sabendo que a velocidade tangencial relaciona-se com o movimento próprio na forma:

$$v_t = \mu r$$

Podemos escrever que:

$$L = m\mu r^2$$

$$\mu = \frac{L}{m} \cdot r^{-2}$$

Se houver uma pequena variação $\Delta \mu$ em μ , haverá uma variação Δr em r , seguindo a expressão:

$$\mu + \Delta\mu = \frac{L}{m} \cdot (r + \Delta r)^{-2}$$

$$\mu + \Delta\mu = \frac{L}{m} \cdot r^{-2} \cdot \left(1 + \frac{\Delta r}{r}\right)^{-2}$$

Utilizando a aproximação, temos:

$$\mu + \Delta\mu = \frac{L}{m} \cdot r^{-2} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{\Delta r}{r}\right)$$

$$\mu + \Delta\mu = \frac{L}{mr^2} - \frac{2L\Delta r}{mr^3}$$

Como já sabemos que $\mu = L/mr^2$, podemos inferir que:

$$\Delta\mu = -\frac{2L\Delta r}{mr^3}$$

Dividindo ambos os lados por μ , e utilizando que $\mu = L/mr^2$, obtemos:

$$\frac{\Delta\mu}{\mu} = -\frac{2\Delta r}{r}$$

Dividindo por Δt e passando tudo para um mesmo lado da equação, temos:

$$\frac{1}{\mu} \frac{\Delta\mu}{\Delta t} + \frac{2}{r} \frac{\Delta r}{\Delta t} = 0$$

$\Delta r/\Delta t$ se trata da velocidade radial:

$$\frac{1}{\mu} \frac{\Delta\mu}{\Delta t} + \frac{2}{r} v_r = 0$$

$$v_r = -\frac{r}{2\mu} \frac{\Delta\mu}{\Delta t}$$

Agora, para concluirmos a resolução da questão, podemos seguir com algumas abordagens distintas.

Método 1: Momento Angular

A velocidade total é dada por:

$$v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{r^2\mu^2 + \frac{r^2}{4\mu^2} \cdot \left(\frac{\Delta\mu}{\Delta t}\right)^2}$$

$$\Rightarrow v = \frac{r}{2\mu} \cdot \sqrt{4\mu^4 + \left(\frac{\Delta\mu}{\Delta t}\right)^2}$$

Na situação de máxima aproximação, toda a velocidade será radial. Portanto, o momento angular $L = mr^2\mu$ será igual a $mr_{min}v$, ou seja,

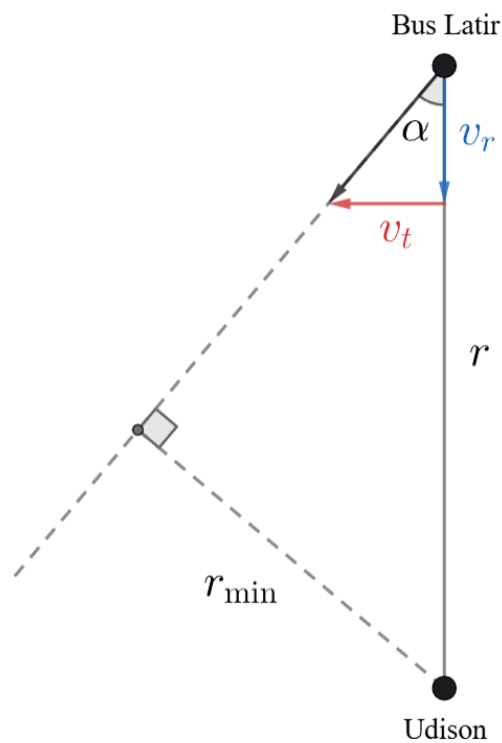
$$mr^2\mu = mr_{min}v \Rightarrow r_{min} = \frac{r^2\mu}{v}$$

$$\Rightarrow r_{min} = \frac{r}{\sqrt{1 + \frac{1}{4\mu^4} \cdot \left(\frac{\Delta\mu}{\Delta t}\right)^2}}$$

$$r_{min} = 1,62 \text{ pc}$$

Método 2: Geometria

Devemos considerar a seguinte figura:



Calculando α :

$$\tan(\alpha) = \frac{v_t}{|v_r|} = \frac{\mu r}{\frac{r}{2\mu} \frac{\Delta\mu}{\Delta t}} = 2\mu^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arctan\left(2\mu^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}\right)$$

$$\alpha \approx 54,24^\circ$$

Com isso, temos:

$$r_{\min} = r \sin(\alpha)$$

$$r_{\min} = 1,62 \text{ pc}$$

Resposta: d) 1,62 pc

Grade de Correção

Q 21.:

- + 2 Distância inicial r correta.
- + 5 Expressão que relaciona a distância r ao movimento próprio μ sem nenhuma outra variável de dependência temporal.
- + 5 Aproximação de Bernoulli para determinar uma relação entre $\Delta\mu$ e Δr de primeira ordem.
- + 5 Determinação da distância mínima por algoritmo coerente.
- + 3 Resposta final correta, dentro da margem:

$$1,5 \text{ pc} < r_{\min} < 1,7 \text{ pc} \quad \text{ou} \quad 4,6 \cdot 10^{16} \text{ m} < r_{\min} < 5,3 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

A pontuação só será atribuída se todos os demais critérios forem atendidos.

22. 3I/ATLAS (Classe C3 - 20 pontos) O cometa 3I/ATLAS, descoberto em julho de 2025 pelo sistema de monitoramento ATLAS, chamou a atenção da comunidade astronômica global por ser o terceiro visitante interestelar confirmado na história, orbitando o Sol em uma trajetória hiperbólica de alta excentricidade. Um fato interessante é que 3I/ATLAS cruzou a órbita de Marte muito próximo do momento em que o próprio planeta passava pelo ponto de intersecção das órbitas. Dado que 3I/Atlas possui um periélio $q = 1,36 \text{ UA}$ e sua velocidade no infinito é de $v_{\infty} = 58,0 \text{ km/s}$, assinale a alternativa que contém corretamente o valor aproximado da velocidade relativa entre 3I/Atlas e o planeta Marte no momento em que o cometa intercepta a órbita de Marte, em km/s.

Assuma que:

- As órbitas de 3I/ATLAS e Marte estão em sentidos opostos e no plano da eclíptica.
- Marte move-se em uma órbita circular de raio $a_M = 1,52 \text{ UA}$.

Solução:

Quando o cometa está muito longe, seu potencial gravitacional é desprezível, e sua energia específica (por unidade de massa) é dada por:

$$\varepsilon = \frac{v_{\infty}^2}{2} \approx 1,68 \cdot 10^9 \text{ J/kg}$$

Podemos conservar energia entre a situação de grande distância e a passagem periélica:

$$\varepsilon = \frac{v_0^2}{2} - \frac{GM_{\odot}}{q}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2 \cdot \left(\varepsilon + \frac{GM_{\odot}}{q} \right)} \approx 68,3 \text{ km/s}$$

Na passagem periélica, o vetor raio é perpendicular à velocidade do corpo. Sendo assim, o momento angular específico (por unidade de massa) é calculado como:

$$h = q \cdot v_0 \approx 1,39 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}$$

Agora, podemos expressar a conservação de energia para a situação em que o cometa atravessa a órbita de Marte:

$$\varepsilon = \frac{v_1^2}{2} - \frac{GM_{\odot}}{a_M}$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot \left(\varepsilon + \frac{GM_{\odot}}{a_M} \right)} \approx 67,3 \text{ km/s}$$

Podemos aplicar conservação de momento angular no momento em que o cometa passa pela órbita de Marte para determinar o ângulo θ entre o raio vetor e a velocidade:

$$h = a_M \cdot v_1 \cdot \sin(\theta)$$

$$\Rightarrow \sin(\theta) = \frac{h}{a_M \cdot v_1}$$

$$\Rightarrow \theta = 65,3^\circ \quad \text{ou} \quad \theta = 114,7^\circ$$

As componentes radial e transversal da velocidade, em módulo, são:

$$v_r = v_1 \cdot \cos(\theta) \approx 28,2 \text{ km/s}$$

$$v_t = v_1 \cdot \sin(\theta) \approx 61,1 \text{ km/s}$$

A velocidade de Marte (na aproximação de órbita circular) é sempre transversal, de módulo:

$$v_M = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{a_M}} \approx 24,2 \text{ km/s}$$

Como Marte e o cometa têm trajetórias em sentidos opostos, as componentes transversais se somam para compor a velocidade relativa. Assim, a magnitude da velocidade relativa é:

$$v = \sqrt{v_r^2 + (v_t + v_M)^2} \approx 89,8 \text{ km/s}$$

Grade de Correção

Q 22.:

- + 4 Determinação da velocidade (v_1) do cometa nas proximidades da órbita de Marte, possivelmente por conservação de energia.
- + 6 Determinação do ângulo de ataque (θ) do cometa nas proximidades da órbita de Marte, possivelmente por conservação de momento angular.
- + 2 Determinação da velocidade (v_M) de Marte em sua própria órbita. Tanto o módulo quanto o sentido (tangencial) devem estar corretos.
- + 4 Método coerente de soma vetorial das velocidades, possivelmente por decomposição ou regra do paralelogramo. Desconto de metade da pontuação desse critério se as velocidades tangenciais foram consideradas em mesmo sentido, ao invés de em sentidos opostos.
- + 4 Resposta final correta, dentro da margem:

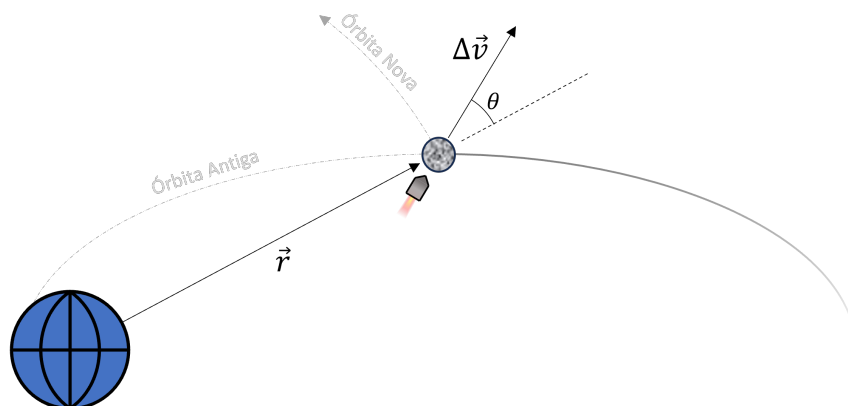
$$85 \text{ km/s} < v < 95 \text{ km/s}$$

A pontuação só será atribuída se todos os demais critérios forem atendidos.

23. Dino Mundo (Classe C3 - 22 pontos) Em um mundo paralelo onde os dinossauros nunca foram extintos, o lendário Peppersauro Rex tornou-se herói ao desviar o asteroide ancestral que ameaçava sua espécie. Agora, um novo asteroide aproxima-se, e os cientistas saurianos pedem sua ajuda para repetir a manobra histórica.

O asteroide descreve atualmente uma órbita elíptica de semieixo maior a e excentricidade η ao redor do planeta e , no instante em que cruza o ponto correspondente ao semieixo menor, os dinoengenheiros podem aplicar um único impulso instantâneo $\Delta\vec{v}$ com o objetivo de transformar a trajetória em uma órbita circular

Sendo assim, determine o menor ângulo entre o vetor impulso e o vetor raio no momento do impulso e o módulo do impulso necessário, ambos em função de a , η e $\mu = GM_{\odot}$, para que Peppersauro consiga realizar o seu objetivo.



Solução:

No ponto do semieixo menor, pela definição da elipse, a soma das distâncias de qualquer ponto aos focos é constante e igual a $2a$, logo

$$r = PF = PF' = a.$$

Pela equação vis-viva,

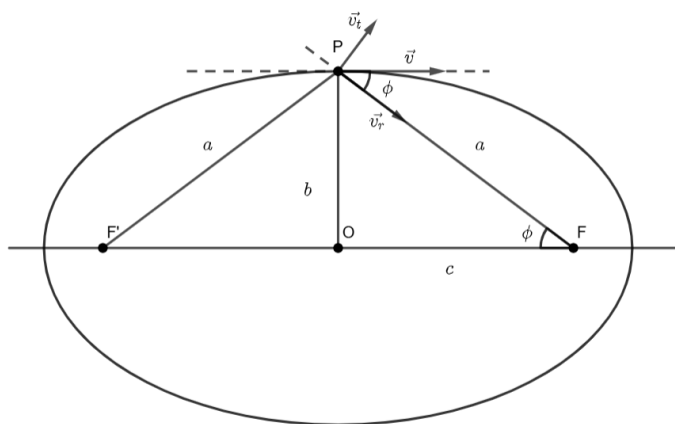
$$v^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\mu}{a}}.$$

A partir da geometria da situação,

$$\cos \phi = \frac{c}{a} = \eta,$$

e, portanto, as componentes radial e transversal da velocidade são

$$v_r = v \cos \phi = \eta \sqrt{\frac{\mu}{a}}, \quad v_\theta = v \sin \phi = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{1 - \eta^2}.$$



Para tornar a órbita circular de raio $r = a$, a componente radial deve ser anulada e a componente transversal deve ser elevada à velocidade circular

$$v_{\text{circ}} = \sqrt{\frac{\mu}{a}}.$$

Assim,

$$\Delta v_r = -\eta \sqrt{\frac{\mu}{a}}, \quad \Delta v_\theta = \sqrt{\frac{\mu}{a}} (1 - \sqrt{1 - \eta^2}).$$

O módulo do impulso é

$$\Delta v = \sqrt{(\Delta v_r)^2 + (\Delta v_\theta)^2} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{2(1 - \sqrt{1 - \eta^2})}.$$

O ângulo θ entre o vetor impulso e o vetor raio pode ser obtido diretamente pela razão entre as componentes transversal e radial do próprio impulso. Assim,

$$\tan \theta = \frac{\Delta v_{\theta}}{|\Delta v_r|} \Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{1 - \sqrt{1 - \eta^2}}{\eta}\right).$$

Grade de Correção

Q 23.:

- + 3 Concluir que no ponto do semieixo menor vale $r = a$.
- + 3 Aplicar corretamente a equação vis-viva e obter $v = \sqrt{\frac{\mu}{a}}$.
- + 4 Identificar geometricamente que $\cos \phi = c/a = \eta$.
- + 4 Reconhecer que a circularização requer $v'_r = 0$ e $v'_\theta = v_{\text{circ}}$.
- + 4 Obter a forma final simplificada

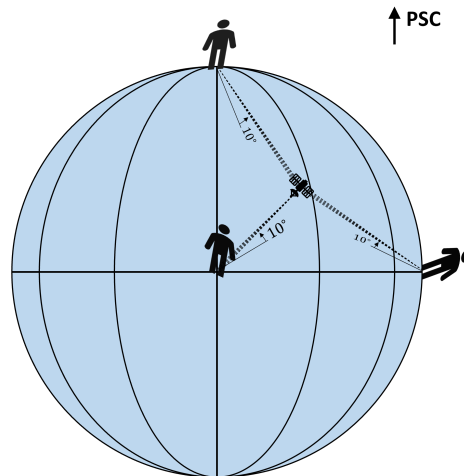
$$\Delta v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{2(1 - \sqrt{1 - \eta^2})}.$$

- + 4 Determinar

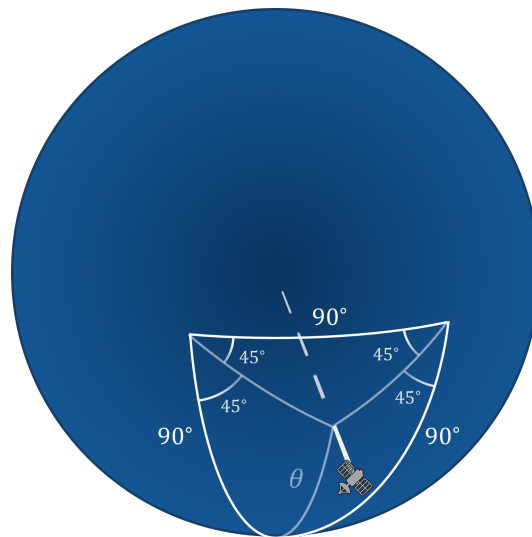
$$\theta = \arctan\left(\frac{\Delta v_{\theta}}{|\Delta v_r|}\right) = \arctan\left(\frac{1 - \sqrt{1 - \eta^2}}{\eta}\right).$$

Observação: Pequenos erros algébricos recebem desconto proporcional. Abordagens alternativas corretas recebem pontuação equivalente.

- 24. Peppersat (Classe C3 - 22 pontos)** Pimentinha acaba de lançar seu novo satélite: o peppersat. Em determinado momento, todos os seus três amigos — BiBucha (no polo sul), Maníaco (no equador, a 45°W) e Giobanna (no equador, a 45°E) — enxergam o satélite a uma altura de 10° acima do horizonte. Encontre qual a altitude h em relação à superfície da Terra em que peppersat orbita.

**Solução:**

Perceba que os três observadores estão simetricamente distribuídos em um triângulo cujos ângulos e arcos são todos 90° . Por simetria, o satélite deve estar no centro desse triângulo.



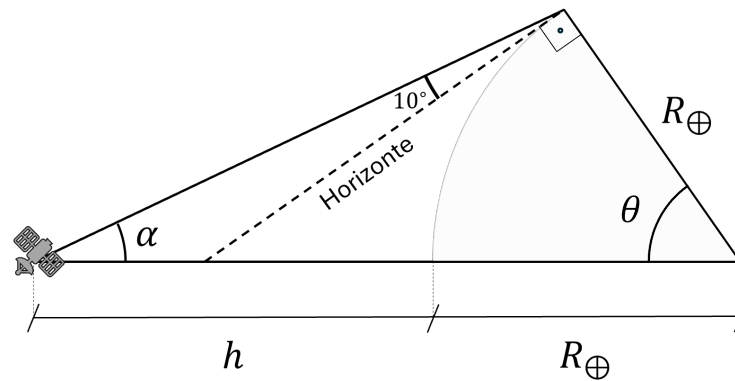
Pela lei dos cossenos, podemos escrever:

$$\cos(\theta) = \cos(\theta) \cos(90^\circ) + \sin(\theta) \sin(90^\circ) \cos(45^\circ)$$

$$\cos(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin(d)$$

$$\tan(\theta) = \sqrt{2} \Rightarrow \theta \approx 54,7^\circ$$

Podemos representar a forma como um observador visualiza o satélite por meio do triângulo:



A soma dos ângulos internos de um triângulo nos diz que $\alpha = 180^\circ - 90^\circ - 10^\circ - \theta \approx 25,3^\circ$.
Pela lei dos senos:

$$R_{\oplus} + h = R_{\oplus} \cdot \frac{\sin(90^\circ + 10^\circ)}{\sin(\alpha)}$$

$$h \approx 1,3 \cdot R_{\oplus}$$

$$h \approx 8,34 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Grade de Correção**Q 24.:**

+ 6 Representação coerente dos triângulos esféricos formados pelos três observadores e a projeção do satélite na superfície da Terra. Para pontuar, a figura deve representar, no mínimo, as seguintes informações ou informações equivalentes:

- O arco entre dois observadores é de 90° ;
- O triângulo é isósceles (os arcos ou os ângulos adjacentes ao arco de 90° representados como iguais);
- Os ângulos adjacentes ao arco de 90° devem medir 45° , ou o ângulo oposto àquele arco deve medir 120° .

+ 6 Aplicação coerente de ferramentas para resolução do triângulo esférico (lei dos senos, lei dos cossenos, etc.) a fim de determinar a distância angular entre cada observador e o satélite.

+ 3 Representação coerente do triângulo formado por um dos observadores, o centro da Terra e o satélite. Para pontuar, o triângulo deve representar, no mínimo, as seguintes informações ou informações equivalentes:

- A distância entre o centro da Terra e o observador é o raio terrestre;
- O ângulo com vértice no centro da Terra como a distância angular encontrada anteriormente;
- O ângulo com vértice no observador como 100° .

+ 4 Aplicação coerente de ferramentas para resolução do triângulo plano (lei dos senos, lei dos cossenos, etc.) a fim de determinar a altura do satélite em relação à superfície, ou sua distância ao centro da Terra.

+ 3 Resposta final correta, dentro da margem:

$$1,1R_{\oplus} < h < 1,5R_{\oplus} \quad \text{ou} \quad 7,0 \cdot 10^6 \text{ m} < h < 9,5 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Caso o estudante tenha confundido a altura em relação à superfície com a distância ao centro da Terra, um ponto deve ser deduzido, e a margem de respostas aceitáveis para essa distância (d) é

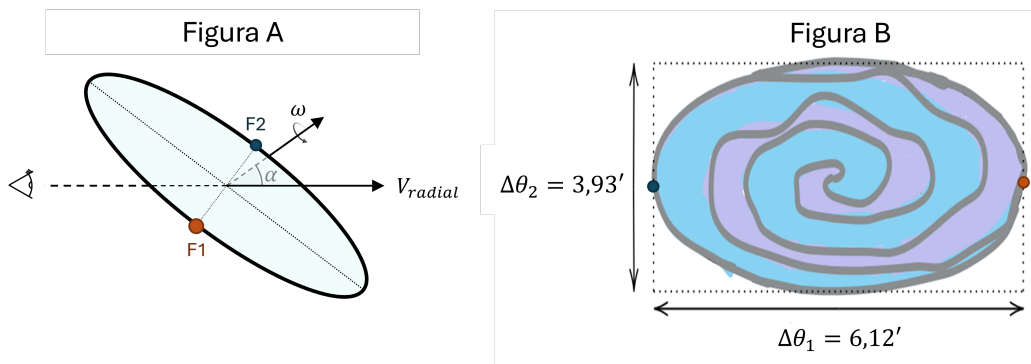
$$2,1R_{\oplus} < d < 2,5R_{\oplus} \quad \text{ou} \quad 1,3 \cdot 10^7 \text{ m} < d < 1,6 \cdot 10^7 \text{ m}$$

A pontuação só será atribuída se todos os demais critérios forem atendidos.

- 25. Aqueles que sabem (Classe C3 - 24 pontos)** Durante muito tempo, o objeto de céu profundo 67 do catálogo *Mango's* teve linhas mal identificadas e de baixa resolução, sendo comumente confundido com uma mancha difusa ou um sistema não ligado. Recentemente, um levantamento espectroscópico muito "tuff" do astrônomo indiano Raman Vigas resolveu um gradiente cinemático e classificou o objeto como uma galáxia LSB (*Low Surface Brightness*) anã espiral. Esse tipo de galáxia é dominado por um halo de matéria escura com potencial

gravitacional suave e de baixa excentricidade, com sua dinâmica ocorrendo praticamente de forma circular ao redor do bojo.

Observações em banda óptica mostram que o disco possui diâmetro angular maior $\Delta\theta_1 = 6,12'$ e diâmetro angular menor $\Delta\theta_2 = 3,93'$, ambos medidos com boa precisão. Em pontos opostos do diâmetro maior, técnicas de espectroscopia espacialmente resolvida da linha H- α revelam duas regiões H II aproximadamente opostas no disco, ambas situadas na região periférica da galáxia. Os comprimentos de onda centrais observados da linha H- α nessas regiões são $\lambda_1 = 657,25$ nm e $\lambda_2 = 657,11$ nm



A: Esquema da galáxia e sua rotação. B: Representação esquemática de Mango's 67 visto frontalmente.

Apesar de parecer simples, Raman Vigas está obtendo resultados estranhos quando faz os cálculos, e precisa de sua ajuda para não perder aura.

25.1 (18 pontos) Determine o período de rotação na periferia da galáxia.

Dado: Lei de Hubble:

$$v = H_0 \cdot d$$

em que $H_0 = 67,8$ km/s Mpc

25.2 (6 pontos) Existe um período de rotação máximo que pode ser assumido por uma galáxia a fim de garantir a sustentação de estruturas estáveis. Para o tipo de galáxia observado, esse limite não deve exceder um bilhão de anos.

Vigas sabe disso. Ele já revisou todo seu aparelhamento diversas vezes e tem certeza que os comprimentos de onda e os tamanhos angulares estão corretos, bem como a classificação atribuída ao objeto. O problema, na verdade, vem de um descuido; identifique-o, e cite pelo menos uma forma de corrigi-lo.

Solução:

25.1 A relação entre os tamanhos angulares (em radianos), a distância à Terra e o raio da galáxia é:

$$\Delta\theta_1 = \frac{2R}{d}, \quad \Delta\theta_2 = \frac{2R}{d} \cos \alpha.$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \right) \approx 50,05^\circ$$

As velocidades radiais, relativas à Terra, para os dois pontos opostos (fontes) da galáxia são

$$v_1 = V_r + \omega R \sin \alpha, \quad v_2 = V_r - \omega R \sin \alpha.$$

Para esses pontos, os comprimentos de onda observados para a linha H- α são:

$$\lambda_1 = 657.25 \text{ nm}, \quad \lambda_2 = 657.11 \text{ nm}.$$

Usando o redshift não relativístico com $\lambda_0 = 656.28 \text{ nm}$:

$$z_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} - 1 = \mathbf{1,478 \times 10^{-3}}, \quad z_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_0} - 1 = \mathbf{1.265 \times 10^{-3}}.$$

Sabemos que a velocidade radial se relaciona com o redshift por:

$$\frac{v_1}{c} = z_1, \quad \frac{v_2}{c} = z_2.$$

Podemos obter duas expressões ao somar e subtrair as expressões para v_1 e v_2 :

$$V_r = \frac{c}{2}(z_1 + z_2), \quad \omega R \sin \alpha = \frac{c}{2}(z_1 - z_2).$$

Usando a Lei de Hubble (com $H_0 = 67.8 \text{ km/s} \cdot \text{Mpc}^{-1}$):

$$V_r = H_0 d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{c(z_1 + z_2)}{2H_0}.$$

Sabemos que:

$$2R = \Delta\theta_1 d.$$

Logo,

$$\omega = \frac{c(z_1 - z_2)}{\Delta\theta_1 d \sin \alpha}.$$

Substituindo $d = \frac{c(z_1 + z_2)}{2H_0}$:

$$\omega = \frac{c(z_1 - z_2)}{\Delta\theta_1 \sin \alpha} \cdot \frac{2H_0}{c(z_1 + z_2)}.$$

Assim, obtemos:

$$\omega = \frac{2H_0}{\Delta\theta_1} \left(\frac{z_1 - z_2}{(z_1 + z_2) \sin \alpha} \right)$$

Numericamente,

$$\omega = 1.25 \times 10^{-16} \text{ s}^{-1}.$$

O período é:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi \cdot \Delta\theta_1}{H_0} \cdot \frac{(z_1 + z_2) \sin \alpha}{z_1 - z_2}$$

$$\boxed{T = 1.6 \times 10^9 \text{ anos}}$$

25.2 Galáxias anãs são difíceis de se observar, por isso costumam ser encontradas nas proximidades da Via Láctea, com velocidades que dependem das interações gravitacionais muito mais do que da expansão do universo. No item anterior, o redshift encontrado (0,0013) corresponde a uma velocidade de 400 km/s, o que é compatível, por exemplo, com uma galáxia anã em queda livre rumo à Andrômeda. A análise é endossada pela baixa inércia (galáxia anã) e grande tamanho angular.

Uma forma de corrigir esse problema seria estimar a distância por outro meio, como a observação de variáveis Cefeidas.

Grade de Correção

25.1 + 4 Inclinação da galáxia em relação à linha de visada (ângulo α ou equivalente). Desconto de metade dos pontos se a dependência de $\Delta\theta_2$ for atribuída ao seno, ao invés do cosseno.

+ 4 Velocidade radial média (ou redshift médio) das fontes igual à velocidade radial (ou redshift) da galáxia.

+ 3 Determinação da distância pela lei de Hubble.

+ 4 Expressão para a diferença entre as velocidades radiais (ou redshifts) das fontes:

$$z_1 - z_2 = \frac{2\omega R \sin(\alpha)}{c}$$

Desconto de metade dos pontos se a dependência for atribuída ao cosseno, ao invés do seno. Desconto de metade dos pontos se esquecer o fator 2.

+ 3 Valor numérico final correto, dentro da margem:

$$1,4 \text{ bilhões de anos} < T < 1,8 \text{ bilhões de anos}$$

A pontuação só será atribuída se todos os demais critérios forem atendidos.

25.2 + 4 Menção a pelo menos uma causa correta do problema. Desconto de metade dos pontos se a lei de Hubble não for citada em favor de problemáticas secundárias (não houve correções relativísticas, uma amostra pequena foi preferida a um recorte estatístico, desprezou-se velocidades locais das regiões HII etc.). Desconto de metade dos pontos se for apontada pelo menos uma problemática incoerente (atribuição do problema a alguma consideração que não foi feita dentro do modelo, ou respostas conceitualmente erradas).

+ 2 Método coerente de resolução do problema (espera-se um método de medição de distâncias na escala de galáxias próximas). Metade dos pontos é atribuído se forem citadas apenas correções de efeitos de segunda ordem (ou seja, sem incluir uso incorreto de lei de Hubble), mesmo que isso já tenha sido penalizado em critérios anteriores. Desconto de metade dos pontos se pelo menos um dos métodos de correção citados for incoerente.