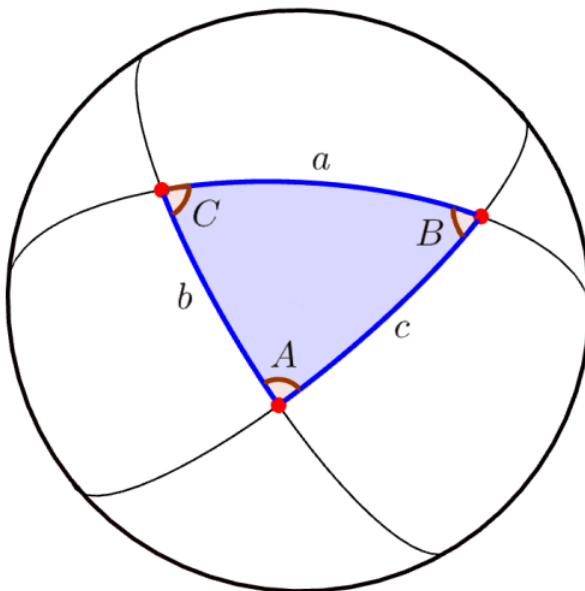


Instruções Gerais

1. Identifique seu ID em **TODAS** as folhas de respostas. Não coloque mais nenhum meio de identificação pessoal;
2. A duração da prova é de 2 horas e 00 minutos;
3. A prova é composta por 2 questões (totalizando 150 pontos)
4. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
5. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
6. Escreva o número de cada questão nas folhas de respostas;
7. Enumere as folhas de resposta em ordem crescente com o número das questões. A enumeração não deve reiniciar a cada questão;
8. Se não responder a uma ou mais questões, escreva uma folha declarando os números das questões não resolvidas, p. ex., “não respondi à Q1 e à Q2”;
9. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas. Serão desconsideradas as respostas que requererem, mas não apresentarem, as devidas explicações e desenvolvimentos matemáticos.
10. Quando necessário, responda e justifique nas folhas em branco ou faça marcações nas cartas. Ao final da prova, devolva as folhas de resposta e as cartas utilizadas.
11. As marcações na carta podem ser feitas a grafite. Para evitar rasuras, prefira o grafite à tinta.
12. Quando solicitada a identificação de um elemento, escreva o nome dele em letra de tamanho legível, próximo à marcação, deixando claro qual nome se refere a qual elemento
13. Se não for explicitado o contrário assuma que as cartas estão em projeção azimutal equi-distante, na qual a borda da carta representa o horizonte, e a distância zenital de um ponto é diretamente proporcional à distância entre sua representação e o centro da carta.
14. Ao final da prova, devolva o caderno de respostas.

Formulário

- Para um Triângulo Esférico:



Lei dos senos:

$$\frac{\text{sen}(a)}{\text{sen}(A)} = \frac{\text{sen}(b)}{\text{sen}(B)} = \frac{\text{sen}(c)}{\text{sen}(C)}$$

Lei dos cossenos:

$$\cos(a) = \cos(b) \cdot \cos(c) + \text{sen}(b) \cdot \text{sen}(c) \cdot \cos(A)$$

Lei dos quatro elementos:

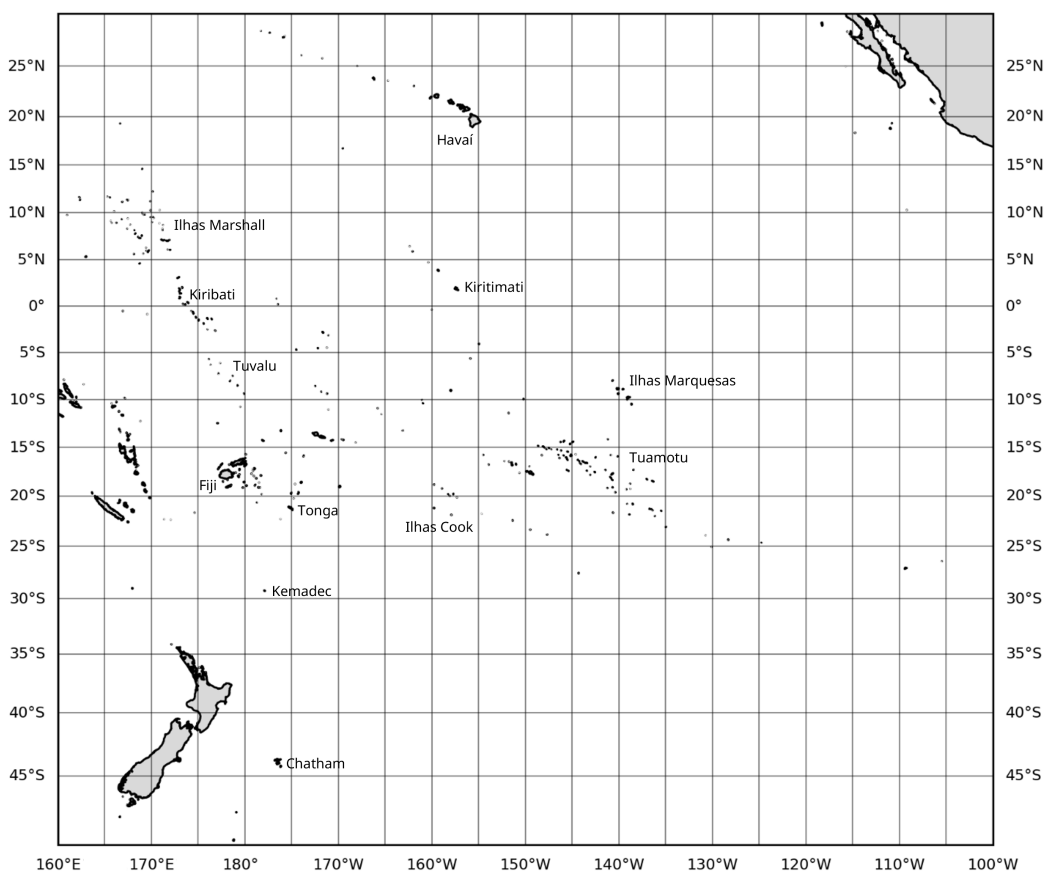
$$\cot(b) \cdot \text{sen}(a) = \cot(B) \cdot \text{sen}(C) + \cos(a) \cdot \cos(C)$$

- Coordenadas de algumas estrelas importantes:

Estrela	Declinação	Ascensão Reta
α -Aql	+ 08° 52' 12,1"	19h 50m 47,48s
α -Boo	+ 19° 10' 56,7"	14h 15m 39,70s
α -Cen	- 60° 50' 02,4"	14h 39m 36,49s
α -Eri	- 57° 14' 12,3"	01h 37m 42,84s
α -Lyr	+ 38° 47' 01,3"	18h 36m 56,34s
α -Ori	+ 07° 24' 25,4"	05h 55m 10,31s
β -Ori	- 08° 12' 05,9"	05h 14m 32,27s
α -Vir	- 11° 09' 40,8"	13h 25m 11,58s

Questões

1. **Navegação Polinésia (80 pontos)** Os povos tradicionais da Polinésia são habitantes de pequenas ilhas do Pacífico, dispersas por dezenas de milhões de quilômetros quadrados. Historicamente, navegar nessa imensidão foi como procurar agulhas em um palheiro... mas sem GPS, nem trigonometria esférica, num palheiro do tamanho do oceano! (Uma versão maior do mapa a seguir pode ser visualizada no anexo)

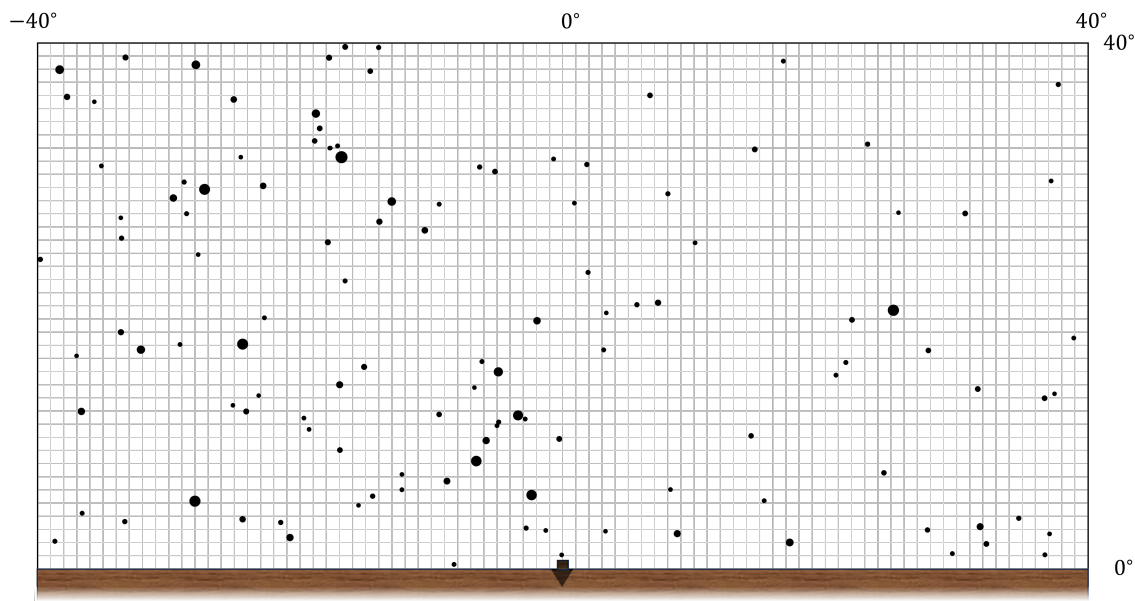


Mapa da Polinésia em Projeção de Mercator, representando algumas das ilhas.

Essa cultura desenvolveu métodos de navegação impressionantes, capazes de lidar com grandes variações de latitude sem o auxílio de aritmética complexa ou de instrumentação moderna. Na tradição polinésia, o navegador guia-se pelo nascente e poente de estrelas de referência, ajustando-as conforme avança de latitude, e determina a latitude pela estrela que cruza seu zênite. A estratégia consiste em atingir a mesma latitude do destino, mas propositalmente um pouco a leste, para então aproveitar os ventos alísios, que sopram em sentido oeste. Se o navegador erra o rumo e chega a oeste do alvo, ou ele não percebe e navega a oeste

em direção a nada, ou terá que remar diretamente contra os ventos alísios com força sobre-humana; qualquer um dos casos é possivelmente sinônimo de morte à deriva.

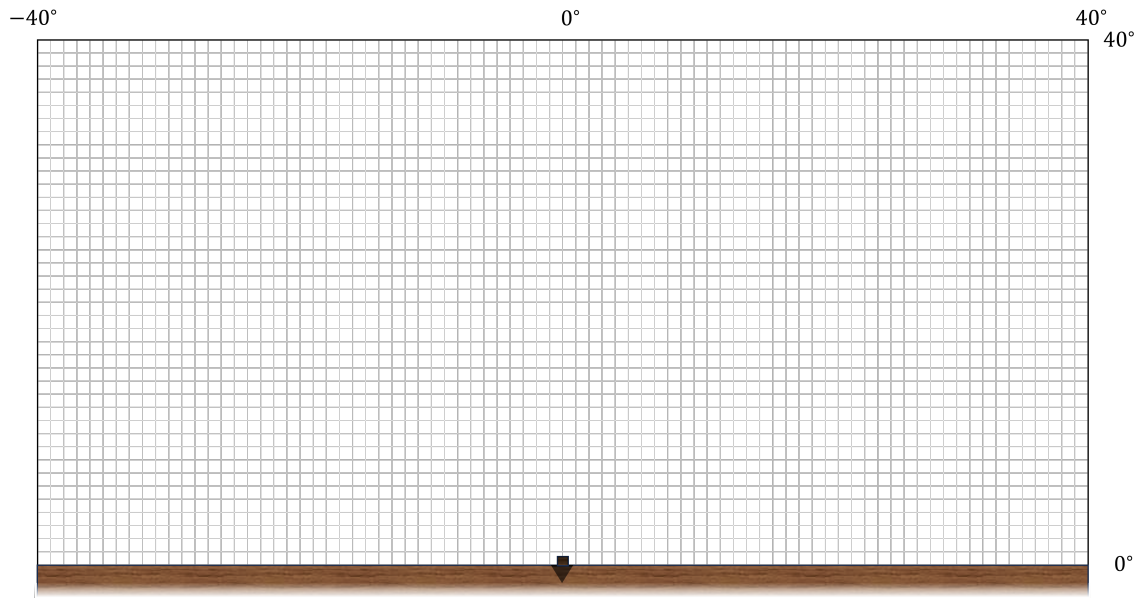
Considere um navegador partindo de Nuku Hiva ($\varphi = 8^{\circ}52' \text{ S}$, $\lambda = 140^{\circ}08'$), nas Ilhas Marquesas. Em um dado momento, o navegador percebe que está em uma latitude próxima a de seu alvo. Abaixo, está representado o horizonte em grade alto-azimutal equirretangular; com uma marcação no casco da *waka* (canoa).



- Aponte as estrelas Mirach (β -And) e Mirfak (α -Per) com setas e identifique cada uma de forma clara.
- Marque com X os Objetos de Céu Profundo M34, M76 e M103, identificando cada marcação.
- Marque os Pontos Cardeais (N, S, L ou O) e Colaterais (NE, NO, SE, SO) visíveis. Identifique cada marcação.
- Achird (η -Cas) é a quinta estrela mais brilhante de Cassiopeia. Ela está localizada entre Schedar (α -Cas) e Navi (γ -Cas) e seu cruzamento com o horizonte ocorre exatamente sobre a marcação do casco na imagem. Qual o azimute desse cruzamento com o horizonte? Trata-se do nascente ou do poente? Aponte a estrela com uma seta, identifique-a e trace toda sua trajetória visível no céu.
- Determine a latitude do navegador, bem como sua ilha de destino. Se ele observasse seu zênite durante a noite, qual estrela poderia indicar que ele chegou na latitude certa?

Uma nova carta é disponível em branco. Essa carta deve ser marcada conforme ela teria sido vista pelo navegador **no início da viagem** (em Nuku Hiva). Considere

que a marca no casco aponta para o mesmo azimute e que a observação ocorre quando Achird atinge a mesma altura que na carta anterior.



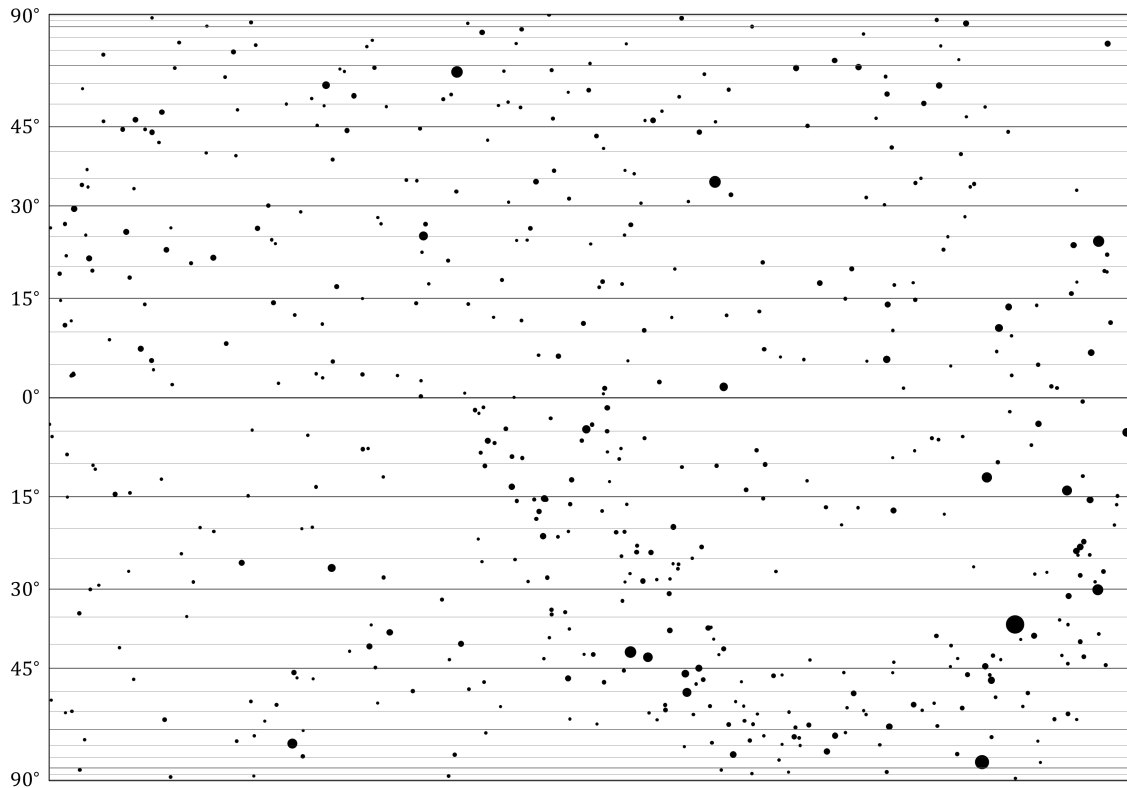
- (f) Na nova carta, marque as cinco estrelas mais brilhantes de Cassiopeia, e trace toda a trajetória visível de Achird no céu. Qual a diferença de azimute entre os pontos em que a estrela cruza com o horizonte nas duas cartas?
- (g) Suponha que o navegador tenha seguido sua viagem inteira em direção a um azimute constante, ajustando sua estrela guia para manter a direção da *waka*. Se esse azimute for aquele com que ele observa Achird cruzar o horizonte no final da viagem, ele chegará à leste ou à oeste de seu destino? Justifique.
- (h) Suponha agora que o navegador tenha sempre seguido a direção em que Achird cruza com o horizonte, ajustando a direção da *waka* nas diferentes latitudes para manter o rumo na estrela. Ele chegará à leste ou à oeste de seu destino? Justifique.

2. Calendário Vietnamita (70 pontos) O Vietnã, diferente da Polinésia, era uma sociedade agrária, baseada mais em “que dia é hoje?” para prever monções e pragas do que “aonde estou e para onde vou?”. O calendário vietnamita foi profundamente influenciado pelo calendário chinês. Basicamente, a longitude eclíptica do Sol determina a divisão do ano em 24 termos solares, segundo a tabela a seguir:

L_{\odot}	Termo Solar	Tradução	L_{\odot}	Termo Solar	Tradução
315°	Lp xuân (立春)	Início da Primavera	135°	Lp thu (立秋)	Início do Outono
330°	Vũ thủy (雨水)	Água da Chuva	150°	X th (處暑)	Fim do Calor
345°	Kinh trập (驚蟄)	Levantar dos Insetos	165°	Bạch l (白露)	Orvalho Branco
0°	Xuân phân (春分)	Equinócio Vernal	180°	Thu phân (秋分)	Equinócio de Outono
15°	Thanh minh (清明)	Limpo e Brilhante	195°	Hàn l (寒露)	Orvalho Frio
30°	Các vũ (穀雨)	Chuva do Milho	210°	Sng giáng (霜降)	Geada
45°	Lp hạ (立夏)	Início do Verão	225°	Lp đông (立冬)	Início do Inverno
60°	Tiu mãn (小滿)	Formação do Milho	240°	Tiu tuy ́t (小雪)	Neve Fraca
75°	Mang chung (芒種)	Espiga de Milho	255°	Đại tuy ́t (大雪)	Neve Forte
90°	Hạ chí (夏至)	Solstício de Verão	270°	Đông chí (冬至)	Solstício de Inverno
105°	Tiu th (小暑)	Calor Moderado	285°	Tiu hàn (小寒)	Frio Moderado
120°	Đại th (大暑)	Calor Intenso	300°	Đại hàn (大寒)	Frio Intenso

Já o dia sino-vietnamita inicia-se na Hora do Rato, às 23h de tempo solar verdadeiro. A Lua define a dinâmica dos meses e do ano novo: o primeiro dia de cada mês é aquele em que ocorre a Lua Nova verdadeira (geocêntrica), e o primeiro mês do ano (consequentemente o ano novo) é escolhido para que o solstício de inverno do hemisfério norte caia sempre no mês 11.

Na China, a Hora do Rato usava tradicionalmente a referência de Pequim (39°55' N, 116°23' L), enquanto, no Vietnã, a referência era Hanói (21°02' N, 105°55' L). Com a modernização e o sistema de fuso-horário, a referência da China passou a ser o UTC+8, e a do Vietnã, o UTC+7, com o dia iniciando-se à meia-noite, e não mais na Hora do Rato. A seguir, está uma carta celeste, em **projeção de Peters**, centrada na órbita da Lua em determinado momento, nove dias antes de um eclipse solar.



Para os itens a seguir, considere que a Lua possui órbita circular de período sideral $T = 27,32$ dias. Também despreze os efeitos da equação do tempo.

- Na carta, marque a Eclíptica (identifique-a por EC) e o Equador (identifique-o por EQ).
- Sabendo que a Lua está ao sul da Eclíptica, marque com X as posições da Lua e do Sol.
- Qual o termo solar mais próximo do momento de observação? Qual o mês no calendário ocidental (gregoriano)?
- A Lua está crescente ou minguante?

Nove dias depois, um observador em Bangkok ($13^{\circ}45' N$, $100^{\circ}29' L$) observa o ápice do eclipse às $23^h 12^m$ horas de tempo solar verdadeiro.

- Determine se o início do mês será no mesmo dia na China e no Vietnã, (i) utilizando o calendário tradicional e (ii) utilizando o calendário modernizado.
- Em quanto tempo (após o eclipse) ocorrerá o ano novo sino-vietnamita?

