Resolução do Experimento: Pêndulo Bifilar

Por João Vitor Geiss

Solução e Marking Scheme:

Observação sobre a metodologia de coleta dos dados:
Utilizou-se o seguinte procedimento de coleta dos dados experimentais, tanto na questão 1 como na questão 2: Foram medidos 10 períodos de oscilação de uma só vez (ao invés de medirmos apenas um período, ou seja, ida e volta, mediram-se 10 idas e voltas), com o objetivo de que o erro humano e o do crônometro fossem da ordem de 100 vezes menor que a medida coletada. Para cada comprimento (seja L ou D), o processo foi repetido 3 vezes, totalizando 30 medidas de período.
Obtêm-se estão o período médio tomando a média das 3 repetições e dividindo o resultado por 10. Dessa forma, o erro da medida do período será:

$$\sigma_{T_{\text{médio}}} = \frac{\sqrt{\frac{S^2}{3} + \sigma^2_{\text{humano}} + \sigma^2_{\text{cronometro}}}}{10}$$

Onde S é o desvio padrão da média de 10 períodos.
Na avaliação, define-se uma "metodologia adequada" como sendo seguir uma linha de raciocínio semelhante à descrita acima e realizar algum procedimento parecido, com um número total de medidas de período da ordem das dezenas.

Questão 1: Abaixo, segue exemplo de tabela final do período em função do comprimento da corda:

Comprimento da corda L(cm)	Tempo médio de oscilação(s)
75,0 $\pm 0,1$	1,44 $\pm 0,01$
70,0 $\pm 0,1$	1,39 $\pm 0,01$
65,0 $\pm 0,1$	1,28 $\pm 0,01$
60,0 $\pm 0,1$	1,22 $\pm 0,01$
55,0 $\pm 0,1$	1,17 $\pm 0,01$
50,0 $\pm 0,1$	1,13 $\pm 0,00$
45,0 $\pm 0,1$	1,07 $\pm 0,02$
40,0 $\pm 0,1$	1,04 $\pm 0,02$
35,0 $\pm 0,1$	1,01 $\pm 0,02$
30,0 $\pm 0,1$	0,91 $\pm 0,01$
25,0 $\pm 0,1$	0,87 $\pm 0,01$
20,0 $\pm 0,1$	0,76 $\pm 0,01$

Table 1: Tabela L x T_{medio}

Marking Scheme Questão 1 (0,0 - 4,0 pt):
+0,4 para cada linha de medida completa (saturação em 4pt)
-0,2 para cada medida de período coletada sem usar uma metodologia adequada
-0,4 para cada medida sem a respectiva incerteza

Questão 2: Abaixo, segue exemplo de tabela final do período em função da distância entre os suportes:

Distância entre os suportes D(cm)	Tempo médio de oscilação(s)
50,0 $\pm 0,1$	1,31 $\pm 0,00$
46,0 $\pm 0,1$	1,39 $\pm 0,01$
42,0 $\pm 0,1$	1,44 $\pm 0,01$
38,0 $\pm 0,1$	1,69 $\pm 0,01$
34,0 $\pm 0,1$	1,88 $\pm 0,01$
30,0 $\pm 0,1$	2,12 $\pm 0,02$
26,0 $\pm 0,1$	2,41 $\pm 0,02$
22,0 $\pm 0,1$	2,88 $\pm 0,02$
18,0 $\pm 0,1$	3,52 $\pm 0,03$
14,0 $\pm 0,1$	4,55 $\pm 0,04$
10,0 $\pm 0,1$	6,94 $\pm 0,06$

Table 2: Tabela D x T_{medio}

Marking Scheme Questão 2 (0,0 - 4,0 pt):
+0,4 para cada linha de medida completa (saturação em 4pt)
-0,2 para cada medida de período coletada sem usar uma metodologia adequada
-0,4 para cada medida sem a respectiva incerteza

Questão 3:
Abaixo, segue exemplo de gráfico do período em função do comprimento da corda (a partir dos dados da Questão 1):

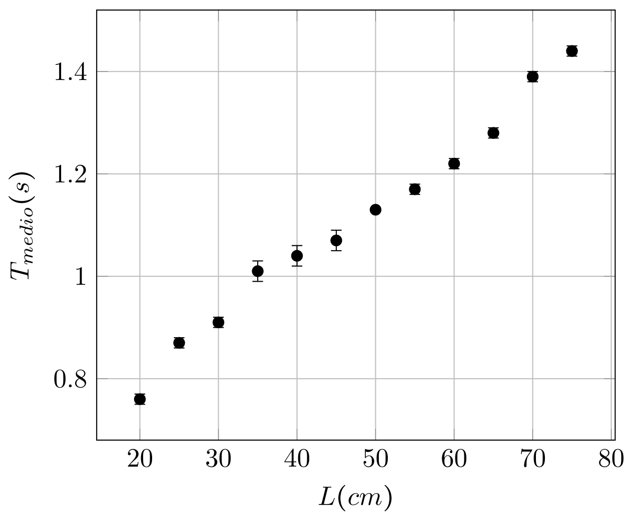

Figure 1: Gráfico de L x T_{medio}

Marking Scheme Questão 3 (0,0 - 4,0 pt):
+0,5 para curva crescente
+1,5 para curva aproximadamente linear (para dados no range apresentado)
+0,2 para cada ponto de medida com margem de erro (saturação em 2pt)
-0,25 para cada eixo sem unidade de medida
-0,25 para cada eixo sem título
-0,25 gráfico sem título
-0,25 para gráficos que ocupem menos de 70 por cento da área milimetrada

Questão 4:
Abaixo, segue exemplo de gráfico do período em função da distância entre os suportes (a partir dos dados da Questão 2):

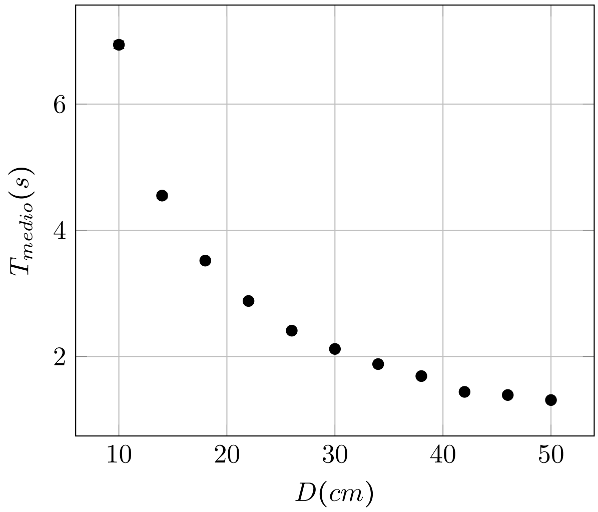

Figure 2: Gráfico de D x T_{medio} (barras de erro desprezíveis na escala gráfica)

Marking Scheme Questão 4 (0,0 - 4,0 pt):
+1 para curva decrescente
+1 para curva com concavidade voltada para cima e assíntota em $T_{medio} = 0$
+0,2 para cada ponto de medida com margem de erro (saturação em 2pt)
-0,25 para cada eixo sem unidade de medida
-0,25 para cada eixo sem título
-0,25 gráfico sem título
-0,25 para gráficos que ocupem menos de 70 por cento da área milimetrada

Questão 5: Abaixo, segue resolução da Questão 5:

A partir das tabelas das Questões 1 e 2, operando regressão usando métodos convenientes, obtém-se (da equação) $T = \kappa L^{\alpha} D^{\beta}$:

$$\boxed{\alpha = 0,449 \pm 0,021;\ \beta = -1,031 \pm 0,019}(i)$$

Fazendo a aproximação de α e β para números do tipo $\frac{m}{2}$, com m inteiro, por análise dimensional, segue que:

$$\boxed{\zeta = 1;\ \xi = -0,5}(ii)$$

Pela regressão, segue que (para R = 0,65m)

$$\boxed{\kappa = 0,728 \pm 0,064}(iii)$$

De "ii" em "iii" (usando g = 9,81 e R = 0,65): $\kappa = \mu R^{\zeta} g^{\xi} \Rightarrow \boxed{\mu = 3,508 \pm 0,076}$

(Vale frisar que o valor de μ independe de qualquer característica física do experimento, por isso é avaliado a obtenção correta de seu valor numérico, que deve ser próximo de $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$)

Marking Scheme Questão 5 (0,0 - 4,0 pt):
+(1 - 1,25 pt) para valores corretos de α
    +1,25 para $\alpha \in [0,425; 0,575]$:
    +1 para $\alpha \in [0,4; 0,6]$
+(1 - 1,25 pt) para valores corretos de β:
    +1,25 para $\beta \in [-1,15; -0,85]$
    +1 para $\beta \in [-1,2; -0,8]$
+0,25 para $\zeta = 1$
+0,25 para $\xi = -0,5$
+(1 - 0,5 pt) para valores corretos de μ:
    +1 para $\mu \in [3,265; 3,990]$
    +0,5 para $\mu \in [3,084; 4,172]$