SIMULADO NOIC
OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA
1ª Fase - 2 de junho de 2025

Nível 1
Ensino Fundamental II
8° e 9° Anos

Escrito por Caio Yamashita, Davi Tsuchie, Eduardo Shashike, Heitor, José Ulisses, Mateus Moreira, Eyke Cardoso

Instruções de Prova

1. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos da **8ª e 9ª séries do ensino fundamental.** Ela contém **20** questões. Cada questão tem valor de 1 ponto e a prova um total de 20 pontos.

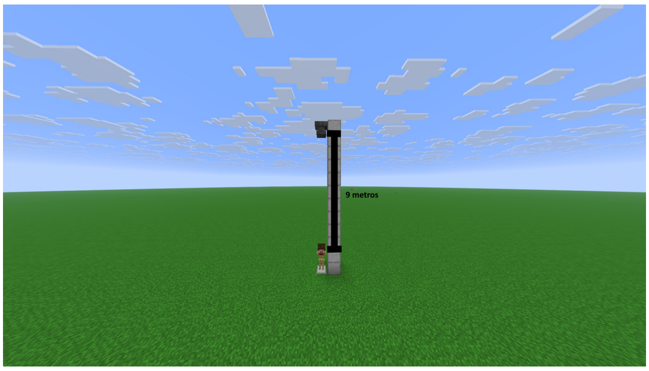
2. Cada questão tem 5 alternativas de resposta e apenas uma delas é correta.

3. A duração máxima desta prova é de **quatro** horas.

4. Não é permitido o uso de calculadoras.

5. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: $\pi = 3,0$; $\sqrt{2} = 1,4$; $\sqrt{3} = 1,7$; $\sqrt{5} = 2,2$; $\sqrt[3]{2} = 1,26$; $\sin 30° = 0,50$; $\cos 30° = 0,85$; $\sin 45° = \cos 45° = 0,70$; aceleração gravitacional na superfície da terra $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$; calor específico da água líquida $c_a = 1\,\mathrm{cal/(g\,°C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80\,\mathrm{cal/g}$; $1\,\mathrm{cal} = 4,2\,\mathrm{J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0\,\mathrm{g/cm^3}$.

Questão 1. No jogo "Minecraft", a parte inferior de uma bigorna deve estar aproximadamente 9 metros acima da cabeça do jogador para conseguir matá-lo instantaneamente, como na figura a seguir: Considere apenas



efeitos da gravidade, ignorando fatores como arrasto

A) Sabendo que a gravidade no Minecraft é aproximadamente $32m/s^2$, encontre o módulo da velocidade da bigorna quando entra em contato com a cabeça do jogador.

B) Utilizando a gravidade na vida real como aproximadamente $10m/s^2$, calcule a diferença entre as velocidades no Minecraft e na vida real da bigorna quando entra em contato com a cabeça do jogador. (Considere $\sqrt{5} = 2.2$)

Assinale a alternativa que corresponde à resposta dos itens acima:

a) $24\frac{m}{s}$; $10.8\frac{m}{s}$

b) $576\frac{m}{s}$; $180\frac{m}{s}$

c) $32\frac{m}{s}$; $10\frac{m}{s}$

d) $258\frac{m}{s}$; $-100\frac{m}{s}$

e) $24\frac{m}{s}$; $-10.8\frac{m}{s}$

a) Como estamos considerando apenas efeitos da gravidade, a energia conserva, logo $E_0 = mg\Delta h = E_f = m\frac{v_M^2}{2} \implies v_M = \sqrt{2g\Delta h} = \sqrt{2 \cdot 32 \cdot 9} = 24\frac{m}{s}$

b) As mesmas equações são válidas, logo v_R na vida real $= \sqrt{2g\Delta h} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 9} = 6\sqrt{5}\frac{m}{s}$, logo a diferença é $v_M - v_R = 24 - 6\sqrt{5} = 24 - 13.2 = 10.8\frac{m}{s}$.

Questão 2. Um copo cilíndrico contém três líquidos imiscíveis (X, Y e Z) dispostos em camadas. A densidade de X é $0,8\ \mathrm{g/cm^3}$, a de Y é o dobro da de X, e a de Z é o triplo da de X. A camada do fundo (mais densa) tem 3 cm de altura, e cada camada superior tem o dobro da altura da camada imediatamente abaixo dela. Considerando $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$, qual é a pressão hidrostática total exercida pelos líquidos no fundo do copo?

a) 720 Pa

b) 1920 Pa

c) 2400 Pa

d) 2640 Pa

e) 3120 Pa

Convertendo as densidades para o SI (kg/m³) e as alturas para metros: Líquido X (topo): $\rho_X = 800$ kg/m^3, $h_X = 12$ cm $= 0,12$ m Líquido Y (meio): $\rho_Y = 1600$ kg/m^3, $h_Y = 6$ cm $= 0,06$ m Líquido Z (fundo): $\rho_Z = 2400$ kg/m^3, $h_Z = 3$ cm $= 0,03$ m

A pressão total no fundo pelo Teorema de Stevin é a soma das pressões de cada coluna:

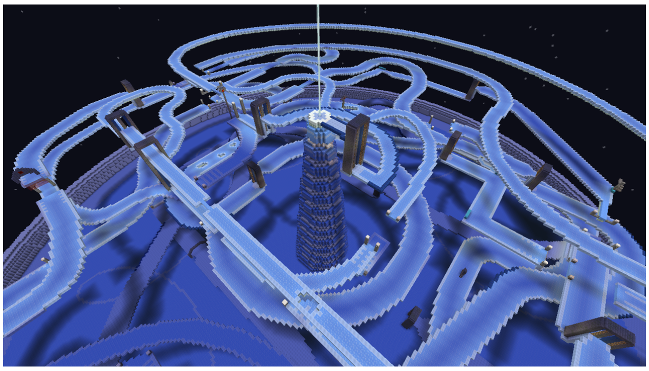
$$P_X = \rho_X \cdot g \cdot h_X = 800 \cdot 10 \cdot 0,12 = 960 \text{ Pa}$$

$$P_Y = \rho_Y \cdot g \cdot h_Y = 1600 \cdot 10 \cdot 0,06 = 960 \text{ Pa}$$

$$P_Z = \rho_Z \cdot g \cdot h_Z = 2400 \cdot 10 \cdot 0,03 = 720 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{total}} = 960 + 960 + 720 = 2640 \text{ Pa}$$

Questão 3. Um "minigame"que voltou a ser popular recentemente no jogo "Minecraft"é "Ice Boating", em que jogadores utilizam barcos em gelo para fazerem corridas entre si (como no jogo "Mario Kart"). O motivo de



gelo azul ser usado é o menor coeficiente de fricção quando comparado a outros blocos do jogo, assumindo que a força de atrito no Minecraft é como na vida real (apesar de ser drasticamente diferente), calcule o módulo da variação de Energia Cinética de um barco que percorre um trajeto horizontal de $10m$ no gelo azul sem parar.

Dados:
• $g \sim 32\frac{m}{s^2}$ no Minecraft
• $\mu_B = 0.011$, coeficiente de atrito do gelo azul
• $\mu_T = 0.4$, coeficiente de atrito na terra • Massa do barco $m = 1000kg$

Assinale a alternativa que equivale ao módulo da variação de Energia Cinética achado:

a) $3520J$

b) $12800J$

c) $128000J$

d) $352J$

e) $6700J$

$N = mg$, pois o trajeto é na horizontal. Logo, $F_{AT,B} = \mu_B \cdot N = 0.011 \cdot 1000 \cdot 32 = 352$ Newtons. Assim, como a força de atrito é constante durante o trajeto, a variação de energia cinética será $|\Delta E| = F_{AT,B} \cdot 10 = 3520J$.

Questão 4. Em uma briga de cabo de guerra existem três pessoas pela à esquerda da corda e duas pessoas pela à direita, sabendo que cada pessoa da esquerda está fazendo uma força constante de $F = 10$N na corda, qual a força média que precisa ser feita por cada pessoa à direita para que a corda fique em equilíbrio?

a) 15N
b) 30N
c) 5N
d) 10N
e) 6N

A força total feita pelos à esquerda $F_T = 3 \cdot F = 30N$, logo a força total dos da direita é $F_R = 30N$, como temos duas pessoas, a força média que precisa ser feita por cada pessoa é $\frac{F_R}{2} = 15N$.

Questão 5. Em um certo sistema planetário, existem dois planetas denominados Isaac e Benny orbitando uma estrela chamada Eyke em trajetórias circulares. No instante $t_0 = 0$, os dois planetas estão alinhados. Considere que o raio da órbita do planeta Isaac é R_I, a razão entre o raio e o período da órbita do planeta Benny é $\frac{R_B}{T_B} = x$, a massa da estrela Eyke é M_E e a constante gravitacional universal é G. Determine os tempos t_I e t_B que os planetas Isaac e Benny, respectivamente, levam pra percorrer um ângulo θ a partir de $t_0 = 0$.

a) $t_I = \theta\sqrt{\frac{R_I^3}{GM_E}}$; $t_B = \frac{GM_E\theta}{2\pi x^3}$
b) $t_I = 2\theta\sqrt{\frac{R_I^3}{GM_E}}$; $t_B = \frac{GM_E\theta}{4\pi^3 x^3}$
c) $t_I = \theta\sqrt{\frac{R_I^3}{GM_E}}$; $t_B = \frac{GM_E\theta}{8\pi^3 x^3}$
d) $t_I = \theta\sqrt{\frac{R_I^3}{GM_E}}$; $t_B = \frac{GM_E\theta}{4\pi^2 x^3}$
e) $t_I = 2\theta\sqrt{\frac{R_I^3}{GM_E}}$; $t_B = \frac{GM_E\theta}{8\pi x^3}$

Pela terceira lei de Kepler para os planetas Benny e Isaac:

$$\frac{T_B^2}{R_B^3} = \frac{T_I^2}{R_I^3} = \frac{4\pi^2}{GM_E}$$

Assim, podemos achar T_I:

$$T_I = 2\pi\sqrt{\frac{R_I^3}{GM_E}}$$

Utilizando $R_B = xT_B$ podemos encontrar T_B após uma pequena manipulação algébrica:

$$\frac{T_B^2}{(xT_B)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_E} \implies T_B = \frac{GM_E}{4\pi^2 x^3}$$

Por fim, basta fazermos uma regra de 3 para relacionar o tempo necessário para percorrer o ângulo θ e o período T de cada planeta:

$$t_I = \frac{T_I\theta}{2\pi} \implies t_I = \theta\sqrt{\frac{R_I^3}{GM_E}}$$

$$t_B = \frac{T_B\theta}{2\pi} \implies t_B = \frac{GM_E\theta}{8\pi^3 x^3}$$

Questão 6. João Lucas é um atleta de elite e decidiu fazer uma prova de 5km em busca de realizar seu grande sonho: terminar o percurso com um tempo abaixo de 15min. Porém, João começou a prova correndo muito rápido, a uma velocidade de 25km/h, e no km 2 acabou "quebrando", tendo que descansar parado por 2min. Qual a velocidade v que João deve fazer os últimos 3 km sabendo que seu tempo de chegada foi exatamente 14min59s? Considere que os primeiros 2km foram feitos a velocidade constante e os últimos 3 também.

a) v = 21km/s

b) v = 5,6m/s

c) v = 6,3m/s

d) v = 24km/h

e) v = 22km/h

Podemos dividir o movimento em 3 etapas: a primeira em que João percorre 2km a velocidade 25km/h, a segunda em que ele descansa e a terceira que ele percorre 3km a velocidade v. Do movimento uniforme, temos $\Delta S = vt$. Aplicando para a primeira etapa :

$$t_1 = \frac{2}{25} = 0,08h = 288s$$

Somando ao tempo gasto na segunda etapa:

$$t_1 + t_2 = 288s + 120s = 408s$$

Logo, João vai precisar fazer os seus últimos 3km em um tempo:

$$t_3 = (14 \times 60 + 59) - 408 = 491s = 0,136h$$

Por fim, basta utilizarmos $\Delta S = vt$ novamente para calcularmos v.

$$v = \frac{3}{0,136} \approx 22km/h$$

Questão 7. No famoso vídeo do Vittoriostudying (3 milhões de visualizações) onde ele enche um recipiente de gelo e estuda até todo o gelo derreter podemos estudar noções clássicas de calorimetria. Considere que o recipiente tem massa $m = 5$kg, é composto por vidro comum, tendo calor específico $c = 0{,}2$ cal/g.°C, tem temperatura inicial $T_{R_0} = 25$°C e que o sistema (recipiente + gelo) é isolado. Sabendo que Vittorio despejou 200g de gelo a $-16°C$ no recipiente, analise as seguintes afirmativas:

I. Após todo o gelo derreter, o volume de água dentro do recipiente vai diminuir

II. A capacidade térmica do recipiente é 1000 cal/°C

III. A temperatura final do sistema é aproximadamente 4°C

a) Apenas I e II estão certas

b) Apenas I e III estão certas

c) Apenas III está certa

d) Apenas II está certa

e) Nenhuma afirmativa está certa

I. VERDADEIRO. Pela conservação da massa, temos que a massa final de água líquida deve ser exatamente igual a massa inicial de água sólida (gelo), como a densidade do gelo é menor que a da água líquida, o volume irá diminuir segundo a relação $m = \rho V$

II. VERDADEIRO. Temos que a capacidade térmica de um objeto qualquer é simplesmente $C = mc$, onde m é a massa dele e c é o seu calor específico. Assim, $C = 1000$cal/°C

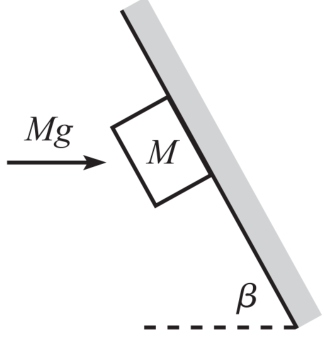
III. FALSO. Sabemos que nas trocas de calor, o somatório de todos os calores é igual a 0. Logo:

$$\sum Q = 0 \implies mc(T - 25) + m_g c_g(0 - (-16)) + m_g L + m_g c_a(T - 0) = 0$$

$$1000(T - 25) + 1600 + 16000 + 200T = 0$$

$$T = 6,17°C \approx 6°C$$

Questão 8. Um bloco de massa M é posicionado abaixo de um teto inclinado que faz um ângulo β com a horizontal. Você aplica uma força horizontal de magnitude Mg no bloco, conforme mostrado na figura abaixo. Suponha que a força de atrito entre o bloco e o teto inclinado seja grande o suficiente para manter o bloco em repouso e que a aceleração da gravidade é g. Ache o valor mínimo de β em função do coeficiente de atrito estático entre o bloco e o teto inclinado μ.



a) $arctg(\mu)$

b) $arctg(\dfrac{\mu+1}{\mu-1})$

c) $arctg(\dfrac{\mu-1}{\mu+1})$

d) $arctg(\dfrac{\mu^2-1}{\mu^2+1})$

e) $arctg(\dfrac{\mu^2+1}{\mu^2-1})$

Pelo equilíbrio de forças na direção do teto inclinado e na sua direção perpendicular:

$$F_{at} = Mgcos\beta + Mgsen\beta$$

$$N = Mgsen\beta - Mgcos\beta$$

Sabemos que $F_{at} \leq \mu N$, logo:

$$Mgcos\beta + Mgsen\beta \leq \mu Mgsen\beta - \mu Mgcos\beta$$

$$cos\beta + sen\beta \leq \mu sen\beta - \mu cos\beta \implies tg\beta \geq \frac{\mu+1}{\mu-1}$$

$$\beta \geq arctg(\frac{\mu+1}{\mu-1})$$

Questão 9. Um elevador de massa M está carregando N pessoas, cada uma com massa m. O sistema é içado verticalmente por um motor acoplado a um cabo ideal, sem a utilização de contrapesos. O elevador parte do repouso e atinge uma velocidade constante v após percorrer uma altura h. Considere a aceleração da gravidade como g e despreze quaisquer forças dissipativas. Analise as seguintes afirmativas:

I. O trabalho realizado pela força de tração do motor durante a etapa de aceleração é numericamente igual à variação da energia potencial gravitacional do sistema.

II. A potência instantânea desenvolvida pelo motor no exato momento em que o elevador atinge a velocidade v é dada pela expressão $P = (M + Nm)(g + \dfrac{v^2}{2h})v$

III. Se o elevador mantiver a velocidade v constante após a fase de aceleração, a potência necessária para manter o movimento será menor do que a potência instantânea no final da fase de aceleração.

a) Apenas I está certa

b) Apenas III está certa

c) Apenas I e II estão certas

d) Apenas II e III estão certas

e) Todas as afirmativas estão certas

I. FALSO. O trabalho realizado pela força de tração do motor durante a etapa de aceleração deve ser numericamente igual à soma da variação da energia potencial gravitacional do sistema com a variação da energia cinética do sistema.

II. VERDADEIRO. Pela segunda lei de Newton para o sistema:

$$T - (M + Nm)g = (M + Nm)a \implies T = (M + Nm)(g + a)$$

Porém, por Torricelli:

$$v^2 = 2ah \implies a = \frac{v^2}{2h}$$

Substituindo na fórmula da tração e sabendo que a potência instantânea vale $P = Tv$, temos:

$$T = (M + Nm)(g + \frac{v^2}{2h}) \implies P = (M + Nm)(g + \frac{v^2}{2h})v$$

III. VERDADEIRO. Caso o elevador mantenha uma velocidade constante, haverá um equilíbrio de forças e a tração diminui para $T = (M + Nm)g$. Consequentemente, a potência também diminui para $P = (M + Nm)gv$

Questão 10. Na tentativa de destruir o PC do seu arqui-inimigo no jogo "Volarant", Shashike joga de um morro com 10 metros de altura um bloco pesado de 5 kg, mas não chega com a velocidade esperada no final. Sabendo que o atrito dissipou 460 joules de energia, com qual velocidade o bloco chegou? A gravidade vale $g = 10\ \text{m/s}^2$

a) 2 m/s

b) 4 m/s

c) 6 m/s

d) 8 m/s

e) 10 m/s

Conservando energia:

$E_i = 460 + E_k$

$E_i = mgh = 500$ J

$E_k = \dfrac{5 \cdot v^2}{2} = 40$ J

$v = 4$ m/s

Logo:

$\boxed{\text{Alternativa c)}}$

Questão 11. Feltran prende uma placa de peso 120 N em uma barra horizontal de massa desprezível. A placa está a 2 m do ponto de apoio. Para manter o sistema em equilíbrio, uma força vertical é aplicada no outro lado da barra, a uma distância de 3 m do apoio.

Qual deve ser o módulo dessa força?

a) 40 N

b) 60 N

c) 80 N

d) 120 N

e) 180 N

No equilíbrio:

$\tau_{dir} = \tau_{esq}$

$120 \cdot 2 = F \cdot 3$

$240 = 3F$

$F = 80$ N

Logo:

$\boxed{\text{Alternativa c)}}$

Questão 12. Tiago viaja em um carro a 20 m/s atrás de um caminhão que está a 15 m/s. Ao perceber que esta atrasado para o seu voo, ele resolve ultrapassar o caminhão. No entanto, Tiago vê um ônibus vindo no sentido contrário a 25 m/s. Qual a distância mínima de segurança entre o carro e o ônibus para iniciar a manobra, sabendo que o carro estava 15 m atrás do caminhão no início e deve terminar 20 m à frente dele?

a) 300 m/s

b) 315 m/s

c) 280 m/s

d) 285 m/s

e) 295 m/s

Primeiramente, calculamos o tempo necessário para que o automóvel complete a manobra de ultrapassagem em relação ao caminhão. A velocidade relativa entre o carro (20 m/s) e o caminhão (15 m/s) é:

$$v_{rel\_auto} = 20 - 15 = 5\,\text{m/s}$$

A distância total que o carro deve percorrer em relação ao caminhão é a soma da distância inicial (15 m) com a distância de vantagem final desejada (20 m), totalizando 35 m. Assim, o tempo de ultrapassagem é:

$$t = \frac{35\,\text{m}}{5\,\text{m/s}} = 7\,\text{s}$$

Para encontrar a distância mínima entre o **carro e o ônibus**, devemos considerar a velocidade de aproximação entre eles. Como se movem em sentidos opostos, somamos suas velocidades:

$$v_{aprox} = v_{auto} + v_{bus} = 20 + 25 = 45\,\text{m/s}$$

A distância mínima de segurança (d) é o espaço que ambos percorrem um em direção ao outro durante os 7 segundos da manobra:

$$d = v_{aprox} \times t = 45 \times 7 = 315\,\text{m}$$

Portanto, a distância mínima de segurança entre o carro e o ônibus para iniciar a manobra é de **315 metros**.

Questão 13. Uma partícula move-se ao longo de uma trajetória perfeitamente circular de raio R com uma velocidade escalar constante v. Considere o intervalo de tempo exato necessário para que a partícula complete exatos três quartos (3/4) de uma volta completa.

Qual a razão entre o módulo da **velocidade vetorial média** ($|\vec{v}_m|$) e a **velocidade escalar média** (v_{esc}) nesse intervalo?

a) $\frac{3\pi}{2\sqrt{2}}$

b) $\frac{2\sqrt{2}}{3\pi}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$

d) $\frac{3\pi}{4}$

e) $\frac{2}{3\pi}$

Julguemos as afirmativas: Para resolver esse problema, precisamos primeiro entender que a velocidade escalar e a velocidade vetorial contam histórias diferentes sobre o movimento. Como a partícula mantém uma velocidade escalar constante ao longo de todo o percurso, a sua velocidade escalar média é simplesmente o valor v. Para percorrer três quartos de uma volta, a partícula cobre uma distância de $\Delta s = \frac{3}{4}(2\pi R)$, o que nos permite concluir que o tempo gasto nessa jornada é $t = \frac{3\pi R}{2v}$.

Por outro lado, quando pensamos na velocidade vetorial média, o que importa não é o caminho curvilíneo, mas sim a linha reta que liga o ponto onde a partícula começou ao ponto onde ela parou. Em três quartos de volta, essa distância em linha reta, o módulo do deslocamento, forma a hipotenusa de um triângulo retângulo cujos lados são o próprio raio R do círculo.

Aplicando o Teorema de Pitágoras, descobrimos que esse deslocamento vale $|\Delta\vec{r}| = R\sqrt{2}$.

Ao dividirmos esse deslocamento em linha reta pelo tempo total que calculamos antes, encontramos o módulo da velocidade vetorial média: $|\vec{v}_m| = \frac{R\sqrt{2}}{\frac{3\pi R}{2v}}$, que simplificando resulta em $\frac{2\sqrt{2}v}{3\pi}$. Por fim, ao calcularmos a razão entre essa velocidade vetorial e a velocidade escalar v, percebemos algo interessante: tanto o raio R quanto a velocidade v desaparecem da equação, restando apenas o valor constante $\frac{2\sqrt{2}}{3\pi}$. Isso nos mostra que essa proporção é puramente geométrica e não depende do tamanho da pista ou da rapidez da partícula, mas apenas do fato de ela ter percorrido exatamente três quartos da circunferência.

Questão 14. O calor específico de combustão do carvão marrom é $q_1 = 10\,\text{MJ/kg}$, enquanto o do antracito é $q_2 = 30\,\text{MJ/kg}$. Com o objetivo de economizar, fabrica-se um novo combustível misturando o carvão marrom com o antracito em uma proporção tal que, ao queimar cada um dos tipos de carvão separadamente na mistura, a quantidade de calor liberada seja a mesma. Determine o calor específico de combustão q da mistura resultante.

Marque a alternativa que apresenta o valor correto desse calor específico:

a) $15\,\text{MJ/kg}$

b) $18\,\text{MJ/kg}$

c) $20\,\text{MJ/kg}$

d) $22\,\text{MJ/kg}$

e) $25\,\text{MJ/kg}$

Para resolver este problema, precisamos entender como a mistura foi composta. A chave está na frase: "ao queimar cada um dos tipos de carvão separadamente, libera-se a mesma quantidade de calor". Vamos chamar essa quantidade de calor de Q. Se o carvão marrom libera Q, a massa dele na mistura deve ser $m_1 = Q/q_1$. Da mesma forma, se o antracito também libera Q, a massa dele deve ser $m_2 = Q/q_2$.

O calor específico de combustão da mistura completa (q) é definido pela razão entre o calor total liberado (Q_{total}) e a massa total da mistura (m_{total}). O calor total é simplesmente a soma dos calores de cada parte, ou seja, $Q + Q = 2Q$. Já a massa total é a soma das massas m_1 e m_2. Assim, a fórmula para o calor da mistura fica:

$$q = \frac{2Q}{m_1 + m_2} = \frac{2Q}{\frac{Q}{q_1} + \frac{Q}{q_2}}$$

Ao simplificarmos a equação, o valor de Q desaparece, e percebemos que o calor específico da mistura é dado pela média harmônica das potências calóricas individuais: $q = \frac{2 \cdot q_1 \cdot q_2}{q_1 + q_2}$. Substituindo os valores fornecidos (10 e 30), temos:

$$q = \frac{2 \cdot 10 \cdot 30}{10 + 30} = \frac{600}{40} = 15\,\mathrm{MJ/kg}$$

Portanto, apesar de estarmos misturando massas diferentes (já que precisamos de muito mais carvão marrom para igualar o calor do antracito), o poder calorífico médio da mistura final é de $15\,\mathrm{MJ/kg}$. A alternativa correta é a **A**.

Questão 15. Shashike, um ávido fã de cultura pop japonesa, percebeu que, após horas assistindo a animes e jogando seus jogos favoritos, a placa metálica de seu console esquentava consideravelmente. Curioso com o fenômeno, ele decidiu realizar um experimento com uma chapa quadrada de alumínio que possuía um furo circular central de raio $R = 5{,}0\,\mathrm{cm}$. A chapa, inicialmente a uma temperatura de $20°\mathrm{C}$, atingiu $220°\mathrm{C}$ devido ao calor dissipado pelo hardware. Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do alumínio é $\alpha = 24 \cdot 10^{-6}\,°\mathrm{C}^{-1}$, Shashike resolveu calcular a nova área do furo após esse aquecimento. (Considere $\pi \approx 3{,}14$).

Marque a alternativa que apresenta o valor aproximado da área final encontrada por Shashike:

a) $78{,}50\,\mathrm{cm}^2$

b) $79{,}25\,\mathrm{cm}^2$

c) $80{,}00\,\mathrm{cm}^2$

d) $82{,}40\,\mathrm{cm}^2$

e) $85{,}15\,\mathrm{cm}^2$

Para ajudar o Shashike no cálculo, o primeiro passo é entender que o espaço vazio do furo se comporta como se fosse feito do próprio material da placa. Ou seja, quando o console esquenta a placa de alumínio, o furo expande seu tamanho em vez de "fechar". Começamos calculando a área que o furo tinha antes da jogatina começar: usando $A_0 = \pi R^2$ com o raio de $5{,}0\,\mathrm{cm}$, encontramos $78{,}5\,\mathrm{cm}^2$.

Como estamos falando de uma superfície (área), precisamos do coeficiente de dilatação superficial β. Ele é sempre o dobro do linear, então usamos $\beta = 2\alpha = 48 \cdot 10^{-6}\,°\mathrm{C}^{-1}$. A variação de temperatura que a placa sofreu enquanto o Shashike jogava foi de $\Delta T = 200°\mathrm{C}$ (indo de 20 a 220 graus).

Agora, aplicamos a fórmula da dilatação: $\Delta A = A_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$. Multiplicando a área inicial de $78{,}5$ pelo coeficiente $48 \cdot 10^{-6}$ e pelo aumento de temperatura de 200, chegamos a um acréscimo de aproximadamente $0{,}75\,\mathrm{cm}^2$ na área. Somando esse pequeno aumento ao valor original, temos uma área final de $79{,}25\,\mathrm{cm}^2$.

Shashike agora sabe que, enquanto ele sobe de nível nos jogos, os átomos da placa também se afastam, fazendo o furo crescer. A alternativa correta é a **B**.

Questão 16. No reservatório principal de reciclagem de água de uma estação de pesquisa, o sistema de filtragem opera sob uma regra baseada em uma equação diferencial discreta: a cada dia que passa, devido ao consumo e à evaporação, o tanque perde exatamente 20% do volume de água que estava presente no início daquele dia. Para mitigar essa perda e manter o nível seguro, o sistema automatizado introduz exatamente 30 litros de água purificada ao final de cada dia. Sabendo que o tanque iniciou o processo com exatamente 200 litros de água, quantos litros haverá no reservatório ao final do segundo dia (logo após a segunda adição automática de água)?

a) 150 litros

b) 160 litros

c) 182 litros

d) 190 litros

e) 210 litros

O problema descreve uma equação de recorrência (uma aproximação discreta para uma equação diferencial linear não-homogênea) da forma $A_{n+1} = A_n - 0,2A_n + 30 = 0,8A_n + 30$. Vamos calcular a evolução do volume passo a passo:

1. No início do processo (Dia 0), o volume inicial é:

$$A_0 = 200 \text{ litros}$$

2. Durante o Primeiro Dia, o reservatório perde 20% de seu volume atual:

$$\text{Perda} = 0,2 \times 200 = 40 \text{ litros}$$

$$\text{Volume restante} = 200 - 40 = 160 \text{ litros}$$

Ao final do dia, o sistema adiciona os 30 litros de água:

$$A_1 = 160 + 30 = 190 \text{ litros}$$

3. Durante o Segundo Dia, a taxa de perda de 20% é aplicada sobre o novo volume disponível (190 litros):

$$\text{Perda} = 0,2 \times 190 = 38 \text{ litros}$$

$$\text{Volume restante} = 190 - 38 = 152 \text{ litros}$$

Ao final do segundo dia, adiciona-se novamente a quantidade fixa de 30 litros de água:

$$A_2 = 152 + 30 = 182 \text{ litros}$$

Questão 17. Em uma maratona de matemática escolar, três amigos (Ardipoldo, Boromir e Caio) receberam uma lista com uma quantidade N de problemas para resolver.

a) Ardipoldo resolveu $\frac{1}{3}$ do total de problemas da lista.

b) Boromir resolveu $\frac{2}{5}$ dos problemas restantes que Ardipoldo não conseguiu fazer.

c) Caio resolveu os últimos 12 problemas da lista, completando o desafio.

Sabendo que nenhum problema foi resolvido por mais de um amigo, qual era o número total N de problemas dessa lista?

a) 24

b) 30

c) 36

d) 45

e) 60

Como Ardipoldo resolveu $\frac{1}{3}$, restaram $\frac{2}{3}$ dos problemas da lista. Boromir resolveu $\frac{2}{5}$ desse restante:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15} \text{ do total}$$

A fração de problemas resolvidos até agora é:

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{15} = \frac{5}{15} + \frac{4}{15} = \frac{9}{15} \text{ do total}$$

Logo, sobraram para Caio $1 - \frac{9}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ do total. Sabendo que Caio resolveu 12 problemas, temos:

$$\frac{2}{5} \cdot N = 12 \implies 2N = 60 \implies N = 30$$

Questão 18. O planeta NOIC é um planeta com as mesmas características da Terra. Um estudante que adora física começou a estudar sobre período de planetas, e pegou dados da internet sobre informações de outros dois que se situam no mesmo sistema solar. Ele quer descobrir a razão entre o período do planeta Ipho e do planeta OBF, respectivamente, dadas as seguintes informações:

(i) Ipho apresenta 10 vezes a massa, 5 vezes o volume e 9 vezes o raio orbital de NOIC;

(ii) OBF apresenta 90 vezes a massa, 2 vezes o volume e 4 vezes o raio orbital de NOIC.

a) $\frac{8}{27}$

b) $\frac{27}{8}$

c) $\frac{9}{4}$

d) $\frac{4}{9}$

e) $\frac{3}{2}$

Pela 3ª Lei de Kepler, a razão entre o quadrado do período e o cubo do raio orbital é constante para planetas que orbitam o mesmo corpo central:

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{cte}$$

Note que massa e volume dos planetas são informações irrelevantes para o cálculo: o período orbital depende apenas da massa do corpo central (o Sol) e do raio da órbita. Esses dados foram inseridos para testar se o aluno consegue identificar quais informações são pertinentes ao problema.

Assim, é possível calcular o período orbital de cada planeta em função do período orbital do planeta NOIC (T):

$$T_{\text{Ipho}} = 9^{3/2}\,T = 27\,T; \qquad T_{\text{OBF}} = 4^{3/2}\,T = 8\,T$$

A razão é:

$$\frac{T_{\text{Ipho}}}{T_{\text{OBF}}} = \frac{27}{8}$$

Questão 19. Um cubo perfeito de madeira maciça com aresta de 10 cm flutua em equilíbrio na água. Sabe-se que a densidade da madeira é de $0,6\ \text{g/cm}^3$ e a da água é de $1,0\ \text{g/cm}^3$. Se cortarmos esse cubo exatamente na metade de sua altura por meio de um corte horizontal paralelo à água, qual será a porcentagem do volume submerso de um desses novos blocos ao ser colocado para flutuar sozinho?

a) 30%

b) 50%

c) 60%

d) 80%

e) 100%

A fração do volume submerso de qualquer corpo flutuante depende única e exclusivamente da razão entre a densidade do corpo e a densidade do líquido em que ele flutua. O corte não altera a densidade da madeira.

$$\frac{V_{\text{sub}}}{V_{\text{total}}} = \frac{\rho_{\text{madeira}}}{\rho_{\text{água}}} = \frac{0,6}{1,0} = 0,6 = 60\%$$

Portanto, a porcentagem do volume submerso será idêntica à do cubo original, ou seja, 60%.

Julgue as seguintes frases como verdadeiras ou falsas (em todas as situações despreze forças dissipativas, flutuações, qualquer tipo de interferência externa):

(i) Em um trem com velocidade constante, um pêndulo é pendurado no teto. Este permanece exatamente na mesma posição que estaria se o trem estivesse parado;

(ii) Se você bater em uma parede gigante, a dor que você sente seria a mesma que alguém sentiria se fosse socado por você (considere que você usou a mesma força em ambos os casos);

(iii) Se você jogar uma bola de gude, ela uma hora vai parar.

a) V; V; V

b) V; V; F

c) V; F; F

d) V; F; V

e) F; V; F

(i) Verdadeiro: se não há aceleração, o referencial do trem é um referencial inercial, e portanto não há nenhuma força fictícia atuando no pêndulo (apenas peso e tração). O pêndulo se comporta como se o trem estivesse parado.

(ii) Verdadeiro: pela 3ª Lei de Newton, ao aplicar uma força F em qualquer objeto, você recebe uma reação de mesma intensidade F no seu punho — e é essa reação que provoca a dor. Como a força que você aplica é a mesma nos dois casos (parede e pessoa), a reação no seu punho também é. Já a pessoa socada sente exatamente a força F que você aplicou, que coincide em módulo com a dor que você sentiu ao bater na parede. Portanto, a dor é a mesma.

(iii) Falso: dado que todas as dissipações estão sendo desconsideradas, pela 1ª Lei de Newton, a bola de gude não para — ela mantém sua velocidade indefinidamente.