Resolução do Experimento: Fenômenos de Origem Eletromagnética

Por João Vitor Geiss

Solução e Marking Scheme:

Parte A:

Questão 1: Aqui, a ideia esperada a ser apresentada pelo aluno é a de inclinar em um ângulo θ as superfícies de suporte e colocar o ímã como massa sobre elas. Para esse ângulo (genericamente), obtém-se duas equações:

$$\begin{cases} \text{Mg } \cos\theta = N \text{ (Força Normal)} \\ \text{Mg } \sin\theta \text{ - } F_{at} = Ma \Rightarrow F_{at} = \mu N \Rightarrow g(\sin\theta - \mu\cos\theta) = a \end{cases}$$

Agora, o importante é notar que existem alguns ângulos para os quais $a = 0$ (em todos estes ângulos, o atrito ainda é estático), porém o mais interessante entre eles é o valor máximo de θ, pois nesse ângulo, a componente que tende a mover o ímã é máxima, logo o atrito que a contrabalança também é máximo, portanto o valor do coeficiente de atrito é o maior possível. Logo:

$$\boxed{\mu_e = \tan\theta_{max}}$$

Marking Scheme Questão A1 (0,0 - 1,0 pt):
+0,5 pela ideia de usar o plano inclinado
+0,5 por encontrar a expressão correta para o ângulo relacionado com o coeficiente de atrito estático

Questão 2: Abaixo segue exemplo de tabela do ângulo máximo de inclinação em função da numeração da superfície (e o valor obtido de μ_e):

Superfície	θ_{max1}	θ_{max2}	θ_{max3}	θ_{max4}	θ_{max5}	$< \theta_{max} >$	μ_e
1	$18 \pm 0,5$	$19 \pm 0,5$	$16 \pm 0,5$	$19 \pm 0,5$	$18 \pm 0,5$	$18 \pm 0,7$	$0,325 \pm 0,035$
2	$28 \pm 0,5$	$27 \pm 0,5$	$27 \pm 0,5$	$28 \pm 0,5$	$31 \pm 0,5$	$28,2 \pm 0,83$	$0,536 \pm 0,063$
3	$22 \pm 0,5$	$23 \pm 0,5$	$24 \pm 0,5$	$24 \pm 0,5$	$26 \pm 0,5$	$23,8 \pm 0,78$	$0,441 \pm 0,059$

Marking Scheme Questão A2 (0,0 - 3,0 pt):
+0,3 para cada repetição da medida do ângulo para a mesma superfície (saturação em 0,9 por superfície)
+0,1 para cada valor coerente do coeficiente de atrito estático (satura em 0,3; ou seja, obtenção do valor para as 3 superfícies).

Parte B:

Questão 1: O melhor método é medir diretamente a variação da elongação da mola de acordo com a massa posta para oscilar, pois o valor da aceleração da gravidade é conhecido e devido ao valor de k ser pequeno, métodos oscilatórios tornam-se muito imprecisos.

Marking Scheme Questão B1 (0,0 - 0,75 pt):
+0,75 por perceber que medir a elongação é método mais preciso

Questão 2: Aqui, as massas conhecidas pesavam: 25g; 37g e 19g. Abaixo segue exemplo de tabela do comprimento pela massa total posta na ponta do elástico: (usaram-se todas as combinações possíveis de massa)

$M(g)$	$x(cm)$
0	$10,7 \pm 0,1$
19	$11,4 \pm 0,1$
25	$11,6 \pm 0,1$
37	$12,0 \pm 0,1$
44	$12,3 \pm 0,1$
56	$12,7 \pm 0,1$
62	$13,0 \pm 0,1$
81	$13,7 \pm 0,1$

Marking Scheme Questão 3 (0,0 - 1,25 pt):
$+\frac{1,25}{8}$ para cada linha completa de medidas (saturação em 1,25)
$-\frac{1,25}{16}$ para cada medida de x sem a respectiva incerteza

Questão 3: Abaixo segue exemplo do gráfico de x *versus* M. A partir dos dados coletados na questão B2:

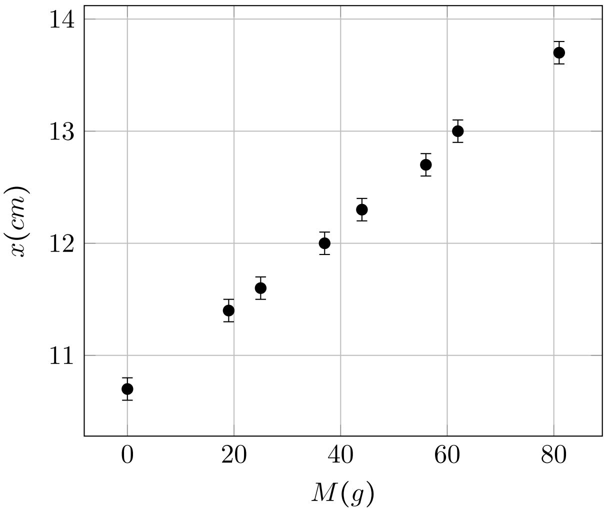

Figura 1: Gráfico de x x M

Marking Scheme Questão B3 (0,0 - 1,25 pt):
+0,2 por curva crescente
+0,25 por curva linear
+0,1 para cada ponto de medida com a devida margem de erro (saturação em 0,8)
$-\frac{1,25}{8}$ para cada eixo sem unidade de medida
$-\frac{1,25}{8}$ para cada eixo sem título
$-\frac{1,25}{8}$ para gráfico sem título
$-\frac{1,25}{8}$ para gráficos que ocupem menos de 70 por cento da área milimetrada

Questão 4: Da regressão dos dados coletados em B2:

$$\frac{g}{k} = 0,369 \pm 0,005 \Rightarrow \boxed{\text{k} = (26,56 \pm 0,04)\frac{N}{m}}$$

Marking Scheme Questão B4 (0,0 - 0,75 pt):
+0,75 por valor coerente da constante do elástico (geralmente menos que $100\frac{N}{m}$

Questão 5: Aqui, optou-se por usar os dois ímãs na coleta de dados, com finalidade única de facilitar a coleta. Desse modo, obteve-se:

$M_{total}(g)$	$x(cm)$	$M_{ima}(g)$
$19 + 2M_{ima}$	$11,6 \pm 0,1$	$2,68 \pm 0,02$
$25 + 2M_{ima}$	$11,8 \pm 0,1$	$2,39 \pm 0,02$
$37 + 2M_{ima}$	$12,3 \pm 0,1$	$3,16 \pm 0,02$

Portanto, a massa de um ímã é $\boxed{\mathrm{M} = (2{,}74 \pm 0{,}32)g}$.

Marking Scheme Questão B5 (0,0 - 2 pt):
+0,4 para cada medida coletada que permita obter o valor de M_{ima} (saturação em 1,2)
+0,8 para obtenção de valor coerente da massa do ímã
-0,4 para valor final sem incerteza

Parte C:

Questão 1: Para simplificar as contas, denotaremos: $\frac{\mu_0}{4\pi r^3} = \beta$. Portanto, para obter-se a energia de interação entre 2 e 1 (nesssa ordem):
$\vec{B}_1 = \beta((3\vec{m}_1 \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{m}_1) = \beta(3m_1 \cos\theta_1 \hat{r} - (m_1 \cos\theta_1 \hat{r} + m_1 \sin\theta_1 \hat{\theta})$
$\Rightarrow \vec{m}_2 \cdot \vec{B}_1 = \beta(m_2 \cos\theta_2 \hat{r} - m_2 \sin\theta_2 \hat{\theta}) \cdot (2m_1 \cos\theta_1 \hat{r} - m_1 \sin\theta_1 \hat{\theta})$
$\therefore U_{21} = -\beta(2m_1 m_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2 + m_1 m_2 \sin\theta_1 \sin\theta_2)$

E a energia de interação entre 1 e 2 (nessa ordem):
$\vec{B}_2 = \beta((3\vec{m}_2 \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{m}_2) = \beta(3m_2 \cos\theta_2 \hat{r} - (m_2 \cos\theta_2 \hat{r} - m_2 \sin\theta_2 \hat{\theta})$
$\Rightarrow \vec{m}_1 \cdot \vec{B}_2 = \beta(m_1 \cos\theta_1 \hat{r} + m_1 \sin\theta_1 \hat{\theta}) \cdot (2m_2 \cos\theta_2 \hat{r} + m_2 \sin\theta_2 \hat{\theta})$
$\therefore U_{12} = -\beta(2m_1 m_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2 + m_1 m_2 \sin\theta_1 \sin\theta_2)$

Logo, está demonstrado que a energia de interação é a mesma para os dois dipolos.

Marking Scheme Questão C1 (0,0 - 1 pt):
+0,5 para a obtenção das equações dos campos produzidos por cada um dos dipolos
+0,5 por obter a expressão correta da energia do sistema pela interações dos dois campos

Questão 2: Primeiro, calculemos a energia de interação do sistema, usando o resultado de C1:
$U = -\frac{\mu_0}{4\pi r^3}(2m_1 m_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2 + m_1 m_2 \sin\theta_1 \sin\theta_2)$, mas nesse caso, $\theta_1 = \theta_2 = 0$

$\therefore U_{=} - \frac{\mu_0}{4\pi r^3}(2m_1 m_2) \Rightarrow m_1 = m_2 = m \Rightarrow \boxed{U = -\frac{\mu_0 m^2}{2\pi r^3}}$

Usando a identidade: $F = \frac{\partial U}{\partial r} \Rightarrow \boxed{F = \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi r^4}}$
No caso desejado (em que $r = D$):

$F_{at} = \mu_e M g = \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi D^4} \Rightarrow \boxed{\mathrm{D} = \sqrt[4]{\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi \mu_e M g}}}$

Marking Scheme Questão C2 (0,0 - 3 pt):
+0,5 por obter a expressão correta da energia interna
+1 por obter uma expressão para a força magnética, com $F \propto r^{-4}$
+1 por concluir que, sendo $r = D$, a força magnética se iguala ao atrito estático
+0,5 por obter a expressão correta da distância D

Questão 3: Abaixo segue exemplo de tabela da distância mínima de afastamento em função do coeficiente de atrito da superfície:

μ_e	$D_1(cm)$	$D_2(cm)$	$D_3(cm)$	$D_4(cm)$	$D_5(cm)$	$< D > (cm)$
$0,325 \pm 0,035$	5,8 ±0,1	5,8 ±0,1	6 ±0,1	5,9 ±0,1	5,7 ±0,1	5,84 ±0,14
$0,536 \pm 0,063$	5,1 ±0,1	5,0 ±0,1	5,1 ±0,1	5,1 ±0,1	5,2 ±0,1	5,10 ±0,12
$0,441 \pm 0,059$	5,5 ±0,1	5,4 ±0,1	5,6 ±0,1	5,4 ±0,1	5,2 ±0,1	5,41 ±0,13

Marking Scheme Questão C3 (0,0 - 3 pt):
$+\ \frac{1,25}{15}$ para cada repetição da medida da distância mínima (equidistribuídas, é claro, entre as 3 superfícies, com saturação em 1,25)

Questão 4: Abaixo segue exemplo de gráfico da distância mínima de afastamento em função do coeficiente de atrito da superfície:

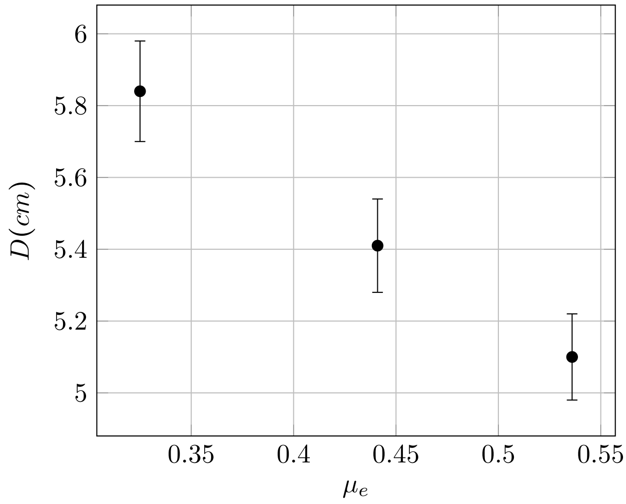

Figura 2: Gráfico de D x μ_e

Marking Scheme Questão C4 (0,0 - 1,25 pt):
+0,5 por curva decrescente
+0,25 para cada ponto de medida com a devida margem de erro (saturação em 0,75)
-$\frac{1,25}{8}$ para cada eixo sem unidade de medida
-$\frac{1,25}{8}$ para cada eixo sem título
-$\frac{1,25}{8}$ para gráfico sem título
-$\frac{1,25}{8}$ para gráficos que ocupem menos de 70 por cento da área milimetrada

Questão 5: Usando a equação obtida em C2 junto com os dados obtidos em C3 (e valor da massa do ímã obtido em B5). Obtém-se 3 valores de m:

m
$0,411 \pm 0,092$
$0,418 \pm 0,098$
$0,412 \pm 0,104$

Tirando a média, obtém-se: $\boxed{\mathrm{m}_{ima} = 0,414 \pm 0,098}$

Marking Scheme Questão C5 (0,0 - 3,5 pt):
+1 para a obtenção do momento de dipolo para cada um dos dados coletados das 3 superfícies (saturação em 3)
+0,5 para a obtenção do valor final do momento de dipolo do ímã coerentemente