

*Esse documento mostra uma possível abordagem física e experimental para investigar o fenômeno, **mas não se limite a ela!** Há inúmeras formas diferentes de analisar qualquer problema da IYPT.*

Bokeh Fotográfico

O bokeh é um efeito observado em fotografias que mostram objetos a diferentes distâncias da câmera e apresentam áreas nítidas e desfocadas. Se uma fenda for colocada em frente à lente da câmera, a imagem poderá apresentar distorções anisotrópicas incomuns nas áreas desfocadas, enquanto as áreas em foco permanecerão nítidas e sem distorção. Investigue como as propriedades e a nitidez das imagens resultantes dependem de parâmetros relevantes.



1 Bokeh Fotográfico

Coloque uma fenda em frente à lente de uma câmera fotográfica e fotografe uma cena com objetos a diferentes distâncias. As regiões fora do foco exibirão distorções anisotrópicas incomuns, enquanto as regiões em foco permanecerão nítidas e sem distorção. Investigue como as propriedades e a nitidez das imagens resultantes dependem dos parâmetros relevantes.

2 Comando

2.1 Otimize e Investigue

Investigue, de maneira experimental e sistemática, como as propriedades das imagens resultantes (forma dos círculos de confusão, anisotropia do desfoque, nitidez nas regiões em foco) dependem dos parâmetros relevantes. Em especial:

- Caracterize quantitativamente o bokeh gerado pela fenda.
- Compare com o bokeh produzido pela abertura circular convencional.
- Determine as condições que maximizam o contraste entre as regiões focadas e desfocadas.
- Estabeleça a relação entre a geometria da fenda e as distorções observadas.

2.2 Parâmetros

Para avaliar com clareza o fenômeno, considere os seguintes parâmetros relevantes:

- **Caracterização da fenda:**
 - Largura da fenda (w).
 - Comprimento da fenda (L).
 - Orientação da fenda em relação ao eixo óptico.

- Material e espessura da fenda.
- Distância da fenda à lente.
- **Caracterização da câmera e lente:**
 - Distância focal da lente (f).
 - Número f da abertura (f-number).
 - Formato do sensor (tamanho e resolução).
 - Distância de foco do objeto principal.
- **Caracterização da cena fotografada:**
 - Distância dos objetos em foco e fora de foco (d_o , d_{bg}).
 - Tipo de fonte de luz de fundo (*point sources* vs. fontes extensas).
 - Contraste e luminosidade da cena.
- **Condições ambientais:**
 - Temperatura (afeta estabilidade da câmera).
 - Vibrações externas.

3 Hipótese Qualitativa

Quando um objeto está fora do plano de foco de uma câmera, sua imagem não converge para um ponto no sensor, mas forma uma figura geométrica denominada **círculo de confusão** (*circle of confusion*, CoC). A forma desse círculo depende diretamente da geometria da abertura da câmera.

Ao substituir a abertura circular por uma fenda, a abertura passa a ter uma geometria altamente anisotrópica. Como a luz que passa pela fenda é difratada e refratada de forma preferencial ao longo da dimensão estreita da fenda, o círculo de confusão deixa de ser circular e assume a forma de uma **elipse ou segmento de reta**, com o eixo maior perpendicular à fenda.

O resultado é que o bokeh se torna anisotrópico: objetos desfocados aparecem esticados em uma direção específica, enquanto os objetos em foco permanecem nítidos, pois a fenda não altera o ponto de convergência dos raios paraxiais para o plano de foco.

3.1 Conceitos Físicos Importantes

- **Óptica Geométrica e Formação de Imagens**
 1. **Definição:** A óptica geométrica descreve a propagação da luz por meio de raios, sem considerar efeitos de difração. É adequada quando os comprimentos de onda da luz são muito menores que as estruturas ópticas envolvidas.
 2. **Equação de lentes finas:** Para uma lente fina de distância focal f , com objeto a distância d_o e imagem a distância d_i :
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}.$$
 3. **Como Afeta:** A formação do bokeh é determinada pelo desvio entre o plano de imagem real e o plano do sensor. Quanto maior esse desvio, maior o círculo de confusão e mais pronunciado o desfoque.

- **Círculo de Confusão (CoC)**

1. **Definição:** O círculo de confusão é a figura formada no sensor por um ponto fora do plano de foco. Seu diâmetro c é dado por:

$$c = \frac{D \cdot |d_i - d_s|}{d_i},$$

onde D é o diâmetro da abertura, d_i é a distância de imagem do objeto desfocado e d_s é a posição do sensor.

2. **Como Afeta:** A forma do CoC replica a geometria da abertura. Com abertura circular, o CoC é circular. Com uma fenda, o CoC se torna uma elipse (ou segmento) com razão de aspecto proporcional à razão L/w da fenda.

- **Difração por Fenda Simples**

1. **Definição:** Quando a luz passa por uma abertura de dimensão comparável ao seu comprimento de onda λ , ocorre difração. A intensidade difratada por uma fenda de largura w é:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2, \quad \beta = \frac{\pi w \sin \theta}{\lambda}.$$

2. **Como Afeta:** Para fendas muito estreitas ($w \lesssim \lambda$), a difração domina e alarga o padrão de desfoque. Para fendas largas, a óptica geométrica é suficiente. Na maioria das configurações fotográficas, a fenda opera no regime intermediário.

- **Profundidade de Campo (DoF)**

1. **Definição:** A profundidade de campo é o intervalo de distâncias ao redor do plano de foco no qual os objetos parecem aceitavelmente nítidos. Para abertura circular de diâmetro D , a DoF total é aproximadamente:

$$\text{DoF} \approx \frac{2f^2 c_{\max}}{D \cdot d_o^2} \cdot d_o^2,$$

onde $c_{\max}$ é o CoC máximo aceitável.

2. **Como Afeta:** A fenda reduz a abertura efetiva em uma dimensão, aumentando a DoF nessa direção. O resultado é uma DoF **anisotrópica**: maior na direção perpendicular à fenda, menor na direção paralela.

- **Anisotropia e Geometria da Abertura**

1. **Definição:** Uma abertura anisotrópica quebra a simetria azimutal do sistema óptico. A função de espalhamento pontual (*Point Spread Function*, PSF) deixa de ser radialmente simétrica.
2. **Como Afeta:** A PSF de uma fenda retangular de dimensões $w \times L$ é proporcional ao produto de duas funções **sinc**:

$$\text{PSF}(u, v) \propto \text{sinc}^2\left(\frac{wu}{\lambda f}\right) \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{Lv}{\lambda f}\right),$$

onde (u, v) são coordenadas no plano da imagem. Isso gera o bokeh em forma de cruz ou segmento de reta observado experimentalmente.

- **Função de Espalhamento Pontual (PSF)**

1. **Definição:** A PSF descreve como o sistema óptico mapeia um ponto ideal da cena para uma figura no sensor. Em sistemas com aberrações ou aberturas não circulares, a PSF pode ter formas complexas.
2. **Como Afeta:** O bokeh visível em uma fotografia é a convolução da cena com a PSF do sistema. Uma PSF anisotrópica (como a de uma fenda) produz bokeh anisotrópico, estirando os pontos de luz fora de

foco em uma direção preferencial.

- **Número f e Exposição**

1. **Definição:** O número f (f-number) é definido como $N = f/D$, onde f é a distância focal e D o diâmetro efetivo da abertura. Ele governa a quantidade de luz que chega ao sensor.
2. **Como Afeta:** A inserção da fenda reduz a área efetiva da abertura e, portanto, a exposição. Isso deve ser compensado com tempo de exposição maior ou ISO mais alto, o que pode introduzir ruído nas medições.

- **Aberrações Ópticas**

1. **Definição:** Aberrações são desvios da formação ideal de imagem prevista pela óptica paraxial. As principais são: esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo e distorção.
2. **Como Afeta:** A fenda pode interagir com aberrações pré-existentes da lente, modificando a forma do bokeh de maneiras não triviais. Em particular, o astigmatismo pode ser exacerbado ou atenuado dependendo da orientação da fenda.

4 Modelagem Teórica

4.1 Modelo Geométrico do Bokeh com Fenda

Considere uma câmera com lente de distância focal f e sensor posicionado à distância d_s da lente. Um objeto pontual situado a distância d_o forma uma imagem a $d_i = (1/f - 1/d_o)^{-1}$.

Se $d_i \neq d_s$, o objeto está fora de foco e forma um círculo de confusão. Com abertura circular de diâmetro D , o CoC tem diâmetro:

$$c = D \cdot \frac{|d_s - d_i|}{d_i}.$$

Com uma fenda de largura w e comprimento L (com $w \ll L$), o CoC torna-se uma elipse com semi-eixos:

$$a = \frac{L}{2} \cdot \frac{|d_s - d_i|}{d_i}, \quad b = \frac{w}{2} \cdot \frac{|d_s - d_i|}{d_i}.$$

A razão de aspecto do bokeh é, portanto:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{L}{w}},$$

independente da distância do objeto, apenas dependente da geometria da fenda.

4.2 Profundidade de Campo Anisotrópica

A profundidade de campo na direção x (paralela ao comprimento da fenda L) e na direção y (paralela à largura w) são:

$$\text{DoF}_x \propto \frac{1}{L}, \quad \text{DoF}_y \propto \frac{1}{w}.$$

Como $w \ll L$, temos $\text{DoF}_y \gg \text{DoF}_x$: a cena parece mais nítida na direção perpendicular à fenda do que na direção paralela.

4.3 Regime de Difração

O critério para determinar se os efeitos difrativos são relevantes é dado pelo número de Fresnel:

$$N_F = \frac{w^2}{\lambda f}.$$

- $N_F \gg 1$: regime geométrico, difração desprezível.
- $N_F \sim 1$: regime de Fresnel, difração importante.
- $N_F \ll 1$: regime de Fraunhofer, padrão de difração dominante.

Para $w = 1 \text{ mm}$, $\lambda = 550 \text{ nm}$, $f = 50 \text{ mm}$: $N_F \approx 36$, indicando regime predominantemente geométrico para fendas na escala milimétrica.

5 Sugestão de Experimental

5.1 Metodologia

- **Montagem Básica:** Fixe a câmera em um tripé. Produza uma fenda de geometria controlada (utilizando papel cartão preto ou filmes fotográficos velados) e a posicione diretamente na frente da lente, perpendicular ao eixo óptico. Configure a cena com pelo menos um objeto em foco e uma fonte de luz pontual (LED, vela, lâmpada) ao fundo, fora do plano de foco.
- **Procedimento de Medição:**
 1. Para cada configuração de fenda (variando w , L e orientação), fotografe a cena mantendo os demais parâmetros fixos.
 2. Registre as imagens em formato RAW para evitar processamento interno que altere a forma do bokeh.
 3. Meça a razão de aspecto do bokeh (elipse ou segmento) utilizando software de análise de imagem (ImageJ, Python com OpenCV, etc.).
 4. Compare os valores medidos com as previsões do modelo geométrico.
- **Variação de Parâmetros:**
 1. Varie a largura w da fenda (ex.: 0,5 mm; 1 mm; 2 mm; 5 mm).
 2. Varie a razão L/w mantendo w fixo.
 3. Varie a distância da fenda à lente.
 4. Rotacione a fenda e observe a rotação correspondente do bokeh.
 5. Varie a distância d_{bg} do objeto de fundo.
- **Fundamentação do Aparato:** A principal medida experimental é a forma e a razão de aspecto do círculo de confusão, que podem ser medidas diretamente nas imagens fotográficas. A nitidez da região em foco pode ser quantificada pela função de contraste de modulação (MTF).

5.2 Equipamentos e Formas de Extração de Dados

- **Câmera:** Câmera DSLR ou mirrorless com controle manual de foco, abertura e velocidade do obturador. Modo de disparo manual (M).
- **Lentes:** Lentes de distância focal fixa (*prime lenses*) para eliminar a variável do zoom. Sugeridas: 50 mm

f/1.8 ou 85 mm f/1.8.

- **Fendas:** Confeccionadas com papel cartão preto de alta opacidade, filme radiológico velado ou chapas metálicas com fenda usinada. Medir com paquímetro ou microscópio óptico.
- **Fontes de Luz de Fundo:** LEDs pontuais, lanternas, velas ou qualquer fonte suficientemente pequena para gerar bokeh visível.
- **Tripé e Rail:** Tripé rígido para estabilidade. Rail de foco (*focusing rail*) para variar d_o com precisão.
- **Software de Análise:**
 - **ImageJ / FIJI:** medição de dimensões do bokeh, análise de perfis de intensidade.
 - **Python (NumPy, SciPy, OpenCV):** ajuste de elipses, cálculo da PSF experimental, comparação com modelos.
 - **Darktable / RawTherapee:** conversão de RAW sem alteração do bokeh.
- **Régua Óptica e Medidor de Distância:** Para medir com precisão as distâncias d_o e d_{bg} .

5.3 Cuidados Experimentais, Incertezas e Possíveis Erros

- **Qualidade da Fenda:** Bordas irregulares na fenda distorcem o padrão de bokeh. Confeccione a fenda com o máximo cuidado ou utilize peças usinadas. Verifique as dimensões com paquímetro.
- **Alinhamento:** A fenda deve estar centrada no eixo óptico da lente e perpendicular a ele. Desalinhamentos causam aberrações assimétricas.
- **Estabilidade Mecânica:** Qualquer vibração durante a exposição borrará a imagem e mascarará o efeito da fenda. Use temporizador ou controle remoto para o disparo.
- **Superexposição:** A redução da área de abertura pela fenda diminui a luz incidente. Evite superexposição do bokeh (saturação do sensor), pois ela distorce a forma medida.
- **Processamento Interno da Câmera:** Fotografe sempre em RAW. Processamentos como correção de vinheta, nitidez (*sharpening*) e redução de ruído podem alterar artificialmente a aparência do bokeh.
- **Aberrações da Lente:** Diferentes lentes possuem diferentes aberrações. Documente a lente utilizada e, se possível, repita os experimentos com mais de uma lente para verificar a generalidade dos resultados.
- **Repetições:** Realize cada configuração pelo menos três vezes para garantir a consistência e calcular incertezas estatísticas.

5.4 Dificuldades e Pontos de Atenção

- **Fabricação da Fenda:** A principal dificuldade experimental é produzir fendas de geometria bem definida e bordas limpas em dimensões da ordem de frações de milímetro. O uso de cortadores de precisão ou impressão 3D para suportes é recomendado.
- **Interpretação da PSF:** A PSF experimental é obtida fotografando uma fonte pontual (estrela artificial ou LED à grande distância). Separar a PSF do bokeh da PSF do sistema de foco pode exigir análise cuidadosa.
- **Regime de Transição:** Para fendas muito estreitas, os efeitos difrativos passam a ser relevantes e o modelo geométrico puro não é mais suficiente. Identifique a largura crítica em que isso ocorre para a lente utilizada.
- **Dependência Espectral:** O bokeh é levemente dependente do comprimento de onda, pois a difração é mais intensa em comprimentos de onda maiores. Em fotografia colorida, isso cria bordas cromáticas no bokeh.

5.5 Próximos Passos

Para aprofundar a investigação e/ou contornar os limites experimentais, você pode:

- Estudar o efeito de aberturas de outras formas (triangular, hexagonal, estrela) e comparar com a fenda retangular para generalizar o modelo.
- Medir a MTF (*Modulation Transfer Function*) da região em foco com e sem a fenda para quantificar a perda de nitidez nas regiões focadas.
- Utilizar uma câmera com sensor de alta resolução e lente macro para registrar a PSF com detalhes suficientes para ajustar modelos de difração.
- Investigar como a rotação da fenda durante a exposição (fenda giratória) altera o bokeh, gerando aberturas efetivas de formas intermediárias.
- Implementar simulação computacional da PSF para diferentes geometrias de abertura e comparar com os resultados experimentais.
- Explorar a dependência do bokeh com o comprimento de onda usando filtros coloridos e luz monocromática.

6 Diagrama Conceitual do Experimento

A Figura 1 ilustra esquematicamente o arranjo experimental proposto.

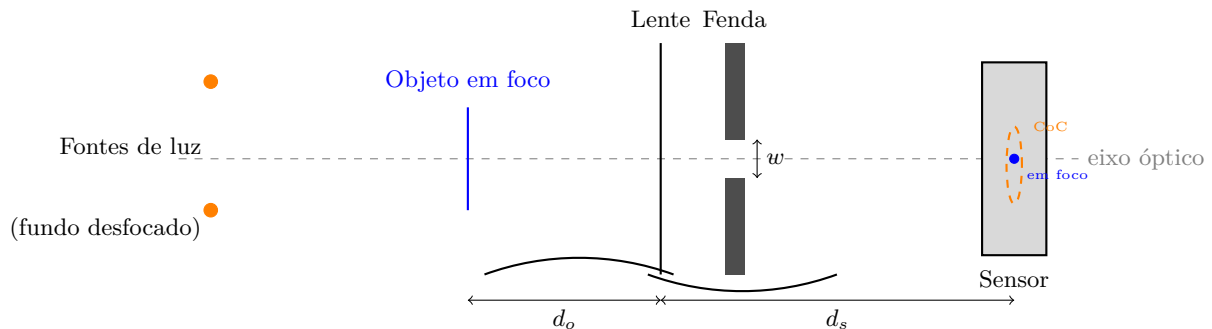


Figura 1: Esquema do arranjo experimental. A fenda é posicionada imediatamente após a lente. Fontes pontuais ao fundo formam círculos de confusão (CoC) anisotrópicos no sensor, enquanto o objeto em foco é reproduzido pontualmente.

7 Grandezas a Medir e Análise de Dados

Tabela 1: Grandezas a medir e métodos de medição.

Grandeza	Símbolo	Método de Medição
Largura da fenda	w	Paquímetro / microscópio óptico
Comprimento da fenda	L	Paquímetro
Semi-eixo maior do CoC	a	Software (ImageJ / OpenCV)
Semi-eixo menor do CoC	b	Software (ImageJ / OpenCV)
Razão de aspecto do bokeh	a/b	Calculado
Distância focal	f	Especificações da lente
Distância objeto-lente	d_o	Trena / régua óptica
Distância fundo-lente	d_{bg}	Trena
Nitidez (MTF a 50%)	—	Software de análise de MTF

7.1 Análise Gráfica Esperada

- Gráfico de a/b vs. L/w : deve ser linear com inclinação 1 (conforme modelo geométrico).
- Gráfico do diâmetro médio do CoC vs. $|d_{bg} - d_s|/d_s$: deve ser linear com coeficiente angular D_{ef} (diâmetro efetivo da abertura com a fenda).
- Gráfico da nitidez MTF vs. w : deve mostrar queda para w abaixo do limiar de difração.

Referências

- [1] Hecht, E. *Óptica*. 5.^a ed. Pearson, 2017.
- [2] Born, M.; Wolf, E. *Principles of Optics*. 7.^a ed. Cambridge University Press, 1999.
- [3] Smith, W. J. *Modern Optical Engineering*. 4.^a ed. McGraw-Hill, 2008.
- [4] Pérez, J. P. *Optique: Fondements et Applications*. 7.^a ed. Dunod, 2004.
- [5] Merklinger, H. M. *The INs and OUTs of Focus*. Ottawa: Seaboard Printing, 1990. Disponível em: <http://www.trenholm.org/hmmerk/>.
- [6] Bradski, G.; Kaehler, A. *Learning OpenCV 3*. O'Reilly Media, 2016.
- [7] International Young Physicists' Tournament. *Problems for IYPT 2027*. Disponível em: <https://www.iypt.org>.