OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA 2026

Prova Experimental da 3ª Fase

7 de novembro de 2026

NÍVEL ÚNICO

LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES:

1. Esta prova, de nível único, destina-se a estudantes do **9º ano do Ensino Fundamental** à **2ª série do Ensino Médio**.
2. Este caderno de questões contém 15 páginas. Confira-o antes de iniciar a prova.
3. A prova é composta por 10 questões, totalizando 100 pontos.
4. As respostas devem ser registradas **exclusivamente** nos espaços apropriados do **Caderno de Respostas** oficial da prova experimental da OBF 2026. Leia atentamente as instruções adicionais nele contidas.
   - O Caderno de Respostas contém 10 quadros, um para cada questão.
   - **Cada resposta deve ocupar somente o quadro correspondente à sua questão.**
5. Utilize o verso das folhas deste caderno para rascunhos.
6. As resoluções e respostas devem ser escritas com caneta esferográfica azul ou preta. Não utilize caneta de ponta porosa ou tinteiro. O uso de lápis e borracha é permitido apenas nos rascunhos.
7. É permitido e recomendado o uso de calculadora científica simples, com funções estatísticas básicas. Não são permitidas calculadoras programáveis, gráficas ou com recursos de cálculo simbólico.
8. Não é permitido o uso de aparelho celular, inclusive para executar aplicativos que simulam calculadoras científicas simples.
9. A prova tem duração de 3 horas.
10. O estudante deve permanecer na sala por, no mínimo, 60 minutos.

Introdução

Nossos olhos são muito mais do que simples sensores de luz. Na retina existe um conjunto de células sensíveis à luz que, ao serem estimuladas, produzem sinais enviados ao cérebro. Mas como esses sinais permitem construir uma representação do mundo exterior?

A luz que chega aos nossos olhos não transporta apenas energia. Ela também traz informações sobre os objetos ao nosso redor, como suas posições, formas e cores. A partir dessas informações, nosso sistema visual constrói uma representação do ambiente que chamamos de imagem.

Em muitas situações, podemos compreender a propagação da luz considerando três fenômenos: absorção, reflexão e refração. Quando os efeitos da difração e da interferência podem ser desprezados, utilizamos a **óptica geométrica**, na qual a propagação da luz é representada por raios.

Um raio de luz representa a direção de propagação da luz em cada ponto de sua trajetória. Ao acompanhar os caminhos percorridos pelos raios que chegam aos nossos olhos, podemos compreender como se formam as imagens e por que elas nem sempre correspondem à posição real dos objetos.

Na Figura 1, vemos um lápis parcialmente submerso em água. Se realizarmos esse experimento, observaremos que a parte submersa parece deslocada em relação à parte que está fora da água.



Figura 1: Fotografia de um lápis parcialmente submerso em um copo com água. A parte submersa parece deslocada e ampliada em relação à parte que está fora da água, devido à refração da luz.

A água cortou ou deformou o lápis? Evidentemente, não. O que mudou foi o caminho percorrido pela luz antes de chegar aos nossos olhos. Embora estejamos acostumados com esse fenômeno, ele revela algo importante: a posição em que percebemos um objeto nem sempre coincide com sua posição real.

A luz se propaga em linha reta em um meio homogêneo e transparente. Entretanto, ao passar de um meio para outro, sua direção pode mudar devido à refração.

Nosso sistema visual utiliza as direções da luz que chega aos olhos para interpretar a posição dos objetos. Assim, quando ocorre refração, podemos perceber um objeto em uma posição diferente daquela em que ele realmente se encontra.

A Figura 2 ilustra esse fenômeno. Os raios provenientes do objeto O sofrem refração ao sair de um material transparente mais refringente que o ar. Seus prolongamentos determinam uma posição aparente O', mais próxima do observador do que a posição real do objeto. Essa posição aparente depende da posição do observador.

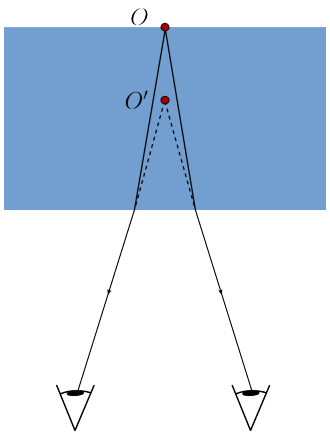


Figura 2: Raios de luz provenientes de um objeto em O atravessam um material transparente mais refringente que o ar e chegam aos olhos de um observador. Os prolongamentos dos raios refratados determinam a posição aparente O' do objeto.

A refração também é fundamental para o funcionamento das lentes. Juntamente com a reflexão, permite compreender a formação de imagens em instrumentos ópticos, desde nossos próprios olhos e os óculos até câmeras fotográficas e telescópios.

Nesta prova experimental, investigaremos alguns desses fenômenos em três etapas:

Na **Parte A**, estudaremos procedimentos para a medida de ângulos.

Na **Parte B**, investigaremos a refração da luz em uma placa de acrílico e determinaremos seu índice de refração.

Na **Parte C**, utilizaremos os resultados anteriores para estudar a posição aparente de um objeto observado através do acrílico, investigando como ela depende do ângulo de observação.

Equipamento Experimental

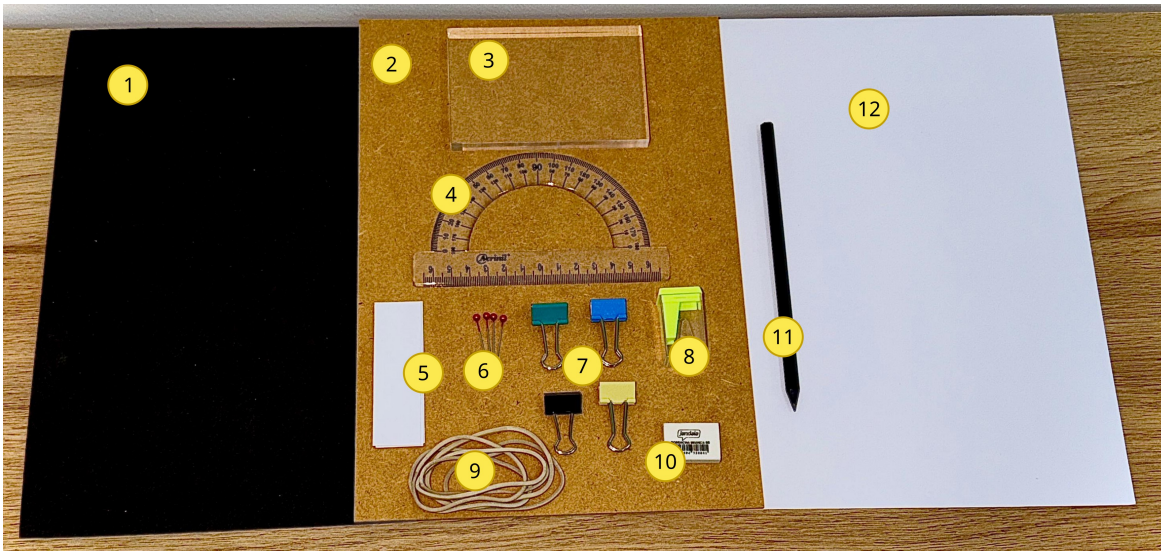


Figura 3: Material contido no kit experimental da OBF 2026.

Seguindo a numeração da Figura 3, o kit experimental da OBF 2026 é composto pelos seguintes itens:

1. Placa de EVA
2. Placa suporte de MDF
3. Placa de acrílico
4. Transferidor
5. Linguetas de plástico (4 unidades)
6. Alfinetes (4 unidades)
7. Prendedores de papel (4 unidades)
8. Apontador de lápis
9. Elásticos (3+ unidades)
10. Borracha
11. Lápis
12. Folhas de papel (3 unidades)

Parte A – Medidas de Ângulos

Todas as medidas de ângulo desta prova devem ser realizadas com o transferidor fornecido no kit experimental. Esse instrumento possui uma régua acoplada, conforme mostrado na Figura 4. Observe que:

- A linha central do transferidor é perpendicular à sua linha de base e passa pelas marcas de 90° da escala angular e de 0 mm da régua acoplada.
- O centro do transferidor está localizado na interseção da linha central com a linha de base. Embora esse ponto não esteja marcado no instrumento, sua posição pode ser determinada utilizando as duas referências anteriores.

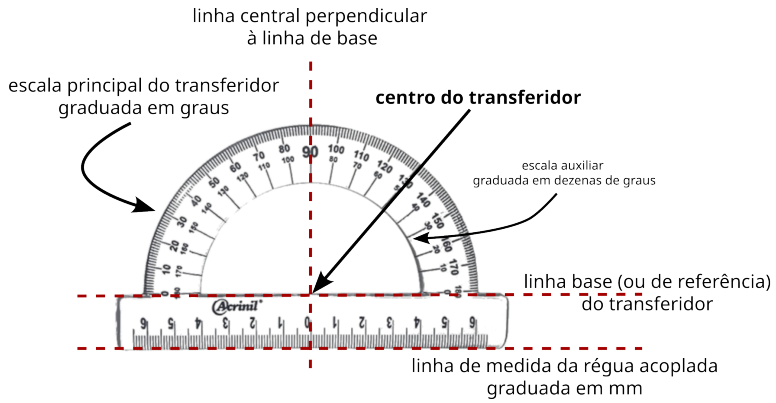


Figura 4: Principais partes do transferidor fornecido no kit experimental. A escala angular é graduada em graus e a régua acoplada, em milímetros.

Um ângulo pode ser representado por dois segmentos de reta, a e b, que se encontram em um vértice V. Como o centro do transferidor não está marcado, pode ser necessário utilizar linhas auxiliares para posicioná-lo corretamente. A Figura 5 ilustra um procedimento de até quatro etapas:

1. Identifique o ângulo a ser medido, formado pelos segmentos a e b, com vértice em V.
2. Prolongue o segmento a um pouco além do vértice V. Posicione o transferidor com sua linha central alinhada ao vértice V, utilizando como referências a marca de 0 mm da régua acoplada e a marca de 90° da escala angular. Nessa posição, já é possível medir o ângulo entre os segmentos a e b.

   Se desejar, faça duas marcas no papel, nas posições de 0 mm e 90°, para construir uma linha auxiliar perpendicular ao segmento a.
3. Retire o transferidor e trace uma reta unindo as duas marcas. Essa reta é perpendicular ao segmento a e passa pelo vértice V.
4. Posicione novamente o transferidor, alinhando sua linha de base com o segmento a e sua marca de 90° com a perpendicular traçada na etapa anterior. O centro do transferidor estará, então, sobre o vértice V. Leia o ângulo indicado pelo segmento b.

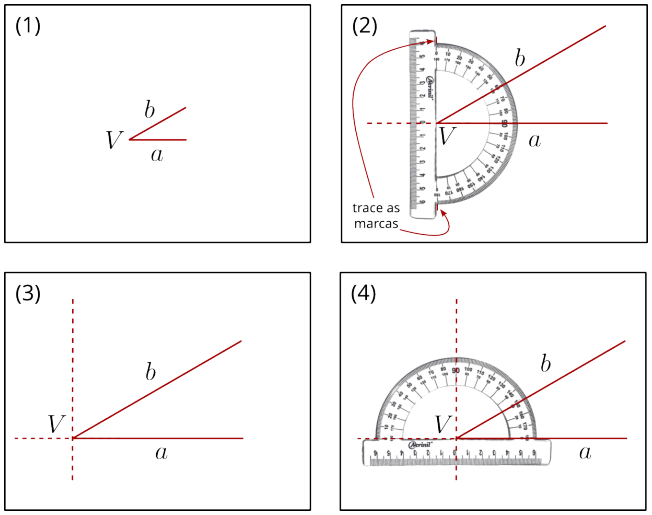
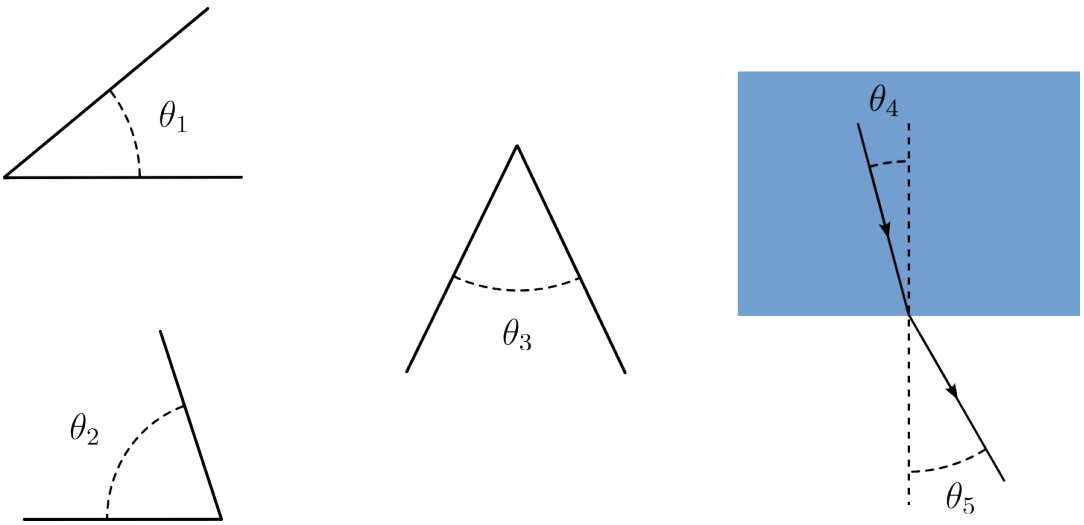


Figura 5: Etapas para medir um ângulo utilizando o transferidor. O ângulo entre os segmentos a e b pode ser medido diretamente na etapa (2). A linha auxiliar perpendicular a a, construída na etapa (3), permite também posicionar o transferidor como mostrado na etapa (4), mesmo sem uma marca indicando seu centro. No exemplo, o ângulo medido é de 30°.

Questão 1 (10 pontos). As figuras abaixo apresentam cinco ângulos identificados por θ_i, com $i = 1, 2, \ldots, 5$. Determine-os e apresente os resultados com as respectivas incertezas.



Parte B – Refração

Um meio é chamado transparente quando permite a propagação da luz com pouca absorção ou espalhamento. O vácuo e materiais como o ar, a água pura, determinados tipos de vidro e o acrílico são exemplos de meios transparentes.

A velocidade de propagação da luz depende do meio. No vácuo, essa velocidade é $c \approx 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$. No ar, ela é aproximadamente igual a c, enquanto em outros meios transparentes, como a água e o acrílico, é menor. Na água, por exemplo, $v_{\text{água}} \approx 3c/4$.

Para caracterizar a propagação da luz em um meio m, define-se uma grandeza chamada **índice de refração**, representada por n_m:

$$n_m \equiv \frac{c}{v_m}, \tag{1}$$

onde v_m é a velocidade de propagação da luz no meio m. O índice de refração é uma grandeza adimensional, maior ou igual a 1 para os materiais transparentes considerados nesta prova. Quanto maior o índice de refração, mais refringente é o meio.

Quando um feixe de luz incide na interface entre dois meios transparentes, parte da luz pode ser refletida, retornando ao meio de origem, enquanto outra parte é transmitida para o segundo meio, sofrendo refração.

A Figura 6 mostra os raios incidente, refletido e refratado. A lei da reflexão estabelece que o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência, $\theta_i = \theta_R$.

Nesta prova, estamos interessados apenas no fenômeno da refração. Por isso, daqui em diante, vamos desconsiderar os raios refletidos.

A refração ocorre quando a luz passa de um meio para outro, no qual sua velocidade de propagação é diferente. Em geral, essa passagem provoca uma mudança na direção de propagação da luz.

Os ângulos de incidência e refração obedecem à **lei de Snell**:

$$n_i \mathrm{sen}\theta_i = n_r \mathrm{sen}\theta_r, \tag{2}$$

onde n_i e n_r são, respectivamente, os índices de refração dos meios de incidência e refração, e θ_i e θ_r são os ângulos que os raios incidente e refratado formam com a direção normal à interface.

O objetivo desta parte da prova é utilizar a lei de Snell e o conceito de raio de luz para determinar experimentalmente o índice de refração do acrílico em relação ao ar, $n_{\text{ac,ar}}$, definido por

$$n_{\text{ac,ar}} = \frac{n_{\text{acrílico}}}{n_{\text{ar}}}. \tag{3}$$

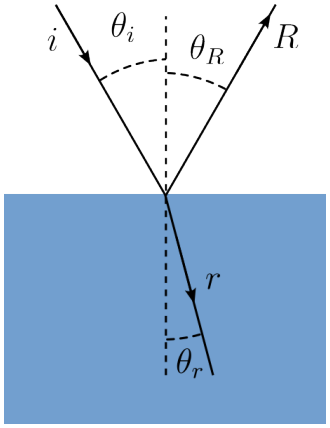


Figura 6: Raio de luz incidente (i) na interface entre dois meios transparentes. R é o raio refletido e r é o raio refratado. A linha pontilhada indica a direção normal à interface. Os ângulos θ_i, θ_R e θ_r são, respectivamente, os ângulos de incidência, reflexão e refração.

Parte B.1 – Arranjo Experimental

O arranjo experimental foi concebido para facilitar a observação de imagens produzidas por raios de luz que atravessam a placa de acrílico, entrando e saindo pelas faces laterais, de menor área, que definem sua espessura (aproximadamente 1 cm).

A direção dos raios de luz será determinada pelo alinhamento de alfinetes. Para realizar um estudo quantitativo, é necessário registrar as posições dos alfinetes e das interfaces entre o acrílico e o ar, preservando suas posições relativas. Para isso, utilizaremos uma folha de papel A4, denominada **folha de registro primário**.

A Figura 7 ilustra as etapas iniciais da montagem:

1. Coloque a placa de acrílico sobre uma folha de papel A4 e utilize a própria placa para marcar o contorno de sua posição. Inicialmente, recomendamos posicioná-la aproximadamente no centro da folha, com sua maior dimensão orientada transversalmente ao papel.

2. A face lateral correspondente à maior dimensão da placa, de comprimento h, será denominada **interface** A (ar–acrílico). A face oposta, paralela à primeira, será denominada **interface** P (acrílico–ar).

3. Sobre a linha que representa a interface A, marque um ponto O, que será a posição do **alfinete objeto de observação**. Trace também uma reta que passe por O e seja perpendicular às interfaces A e P. A folha de registro primário está preparada.

4. Coloque a placa de EVA sobre a base de MDF e, sobre o EVA, a folha de registro primário. Alinhe as três camadas e fixe-as com os prendedores de papel, utilizando **sempre as linguetas plásticas** fornecidas no kit. Sem essas linguetas, a pressão dos prendedores pode deformar o EVA e enrugar o papel, comprometendo a precisão dos registros.

5. Verifique se as três camadas estão bem fixadas e se a folha de papel permanece lisa, sem dobras ou deformações.

Para completar a montagem, coloque a placa de acrílico sobre as marcas feitas na folha de registro primário. Prenda os elásticos aos prendedores de papel, passando-os sobre a placa de acrílico, de modo a mantê-la fixa na posição marcada.

Finalmente, introduza o **alfinete objeto de observação** no ponto O, mantendo-o perpendicular à superfície do papel.

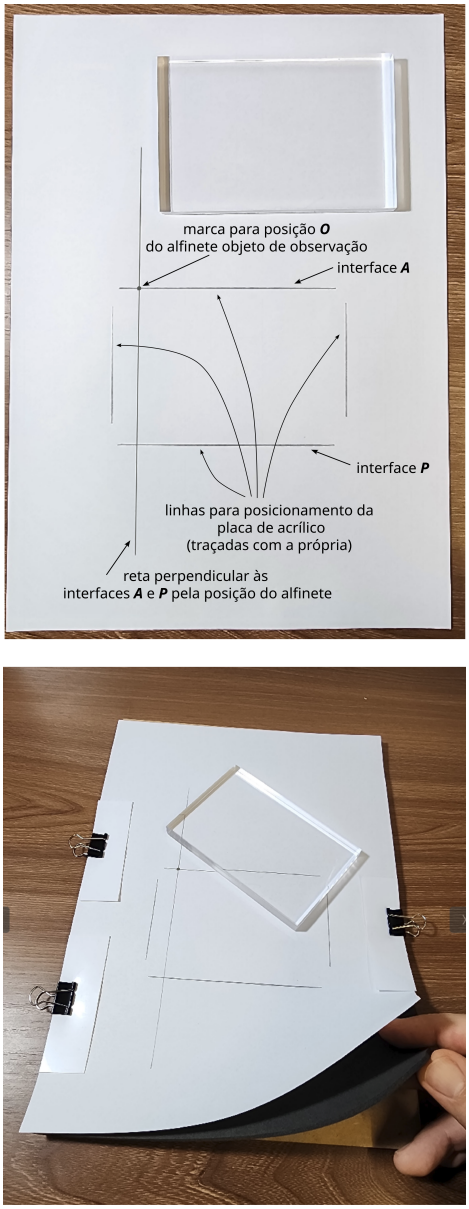


Figura 7: Preparação da folha de registro primário e montagem da base do arranjo experimental.

A Figura 8 mostra o arranjo experimental completo, pronto para a realização das medidas.

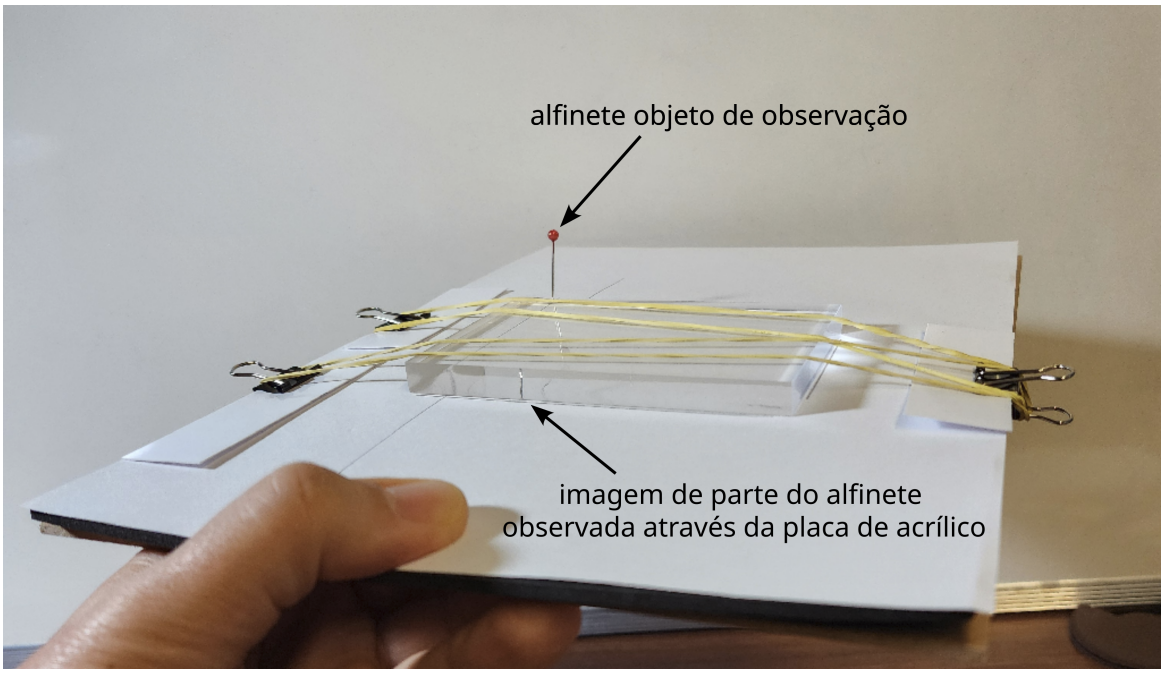


Figura 8: Arranjo experimental completo e pronto para as medidas. A figura destaca o alfinete objeto de observação, cuja parte superior é vista diretamente, enquanto a imagem da parte inferior, em contato com a interface A, é observada através da placa de acrílico, próxima à interface P.

O arranjo experimental foi projetado para que você possa movimentá-lo e posicioná-lo de acordo com sua linha de visada. Portanto, não é necessário mantê-lo apoiado sobre a bancada durante as observações. Entretanto, movimente-o com cuidado, evitando deslocamentos relativos entre a placa de acrílico, os alfinetes e a folha de registro primário.

> **Atenção:** Durante as medidas, a placa de acrílico não deve ser deslocada em relação às marcas feitas na folha de registro primário.

Parte B.2 – Procedimento Experimental – Registros Primários

Monte o arranjo experimental descrito na seção anterior, incluindo o **alfinete objeto de observação** no ponto O.

Para determinar o índice de refração do acrílico, será necessário medir os ângulos de incidência e refração de raios de luz na interface P.

1. Coloque um alfinete em um ponto P_ℓ sobre a linha da interface P. A parte inferior do alfinete deve ficar em contato com a placa de acrílico, sem deslocá-la. Identifique o furo no papel escrevendo a lápis, próximo a ele, a letra "ℓ", correspondente à ℓ-ésima medida.

2. **Mantendo apenas um olho aberto**, movimente cuidadosamente o conjunto até observar o alfinete em P_ℓ alinhado com a imagem refratada da parte inferior do alfinete objeto de observação, localizado em O.

Nessa situação, os pontos O e P_ℓ e o olho do observador estão opticamente alinhados, considerando a refração da luz na placa de acrílico.

O segmento $\overline{OP_\ell}$ representa a direção do raio de luz no interior do acrílico, permitindo determinar seu ângulo de incidência $\theta_{i,\ell}$ na interface P.

3. Para determinar a direção do raio refratado na interface P, utilize um terceiro alfinete, denominado **alfinete guia** G_ℓ.

   Mantendo a mesma linha de visada, coloque o alfinete G_ℓ entre seu olho aberto e o alfinete em P_ℓ, de modo que os três elementos apareçam alinhados: G_ℓ, P_ℓ e a imagem refratada da parte inferior do alfinete objeto de observação.

   Marque a lápis a posição do furo feito pelo alfinete G_ℓ, utilizando a mesma letra "ℓ" para identificar a medida.

4. Repita os procedimentos de 1 a 3, colocando o segundo alfinete em diferentes posições ao longo da interface P. Cada nova posição corresponde a uma medida, permitindo observar como a direção do raio refratado varia com o ângulo de incidência.

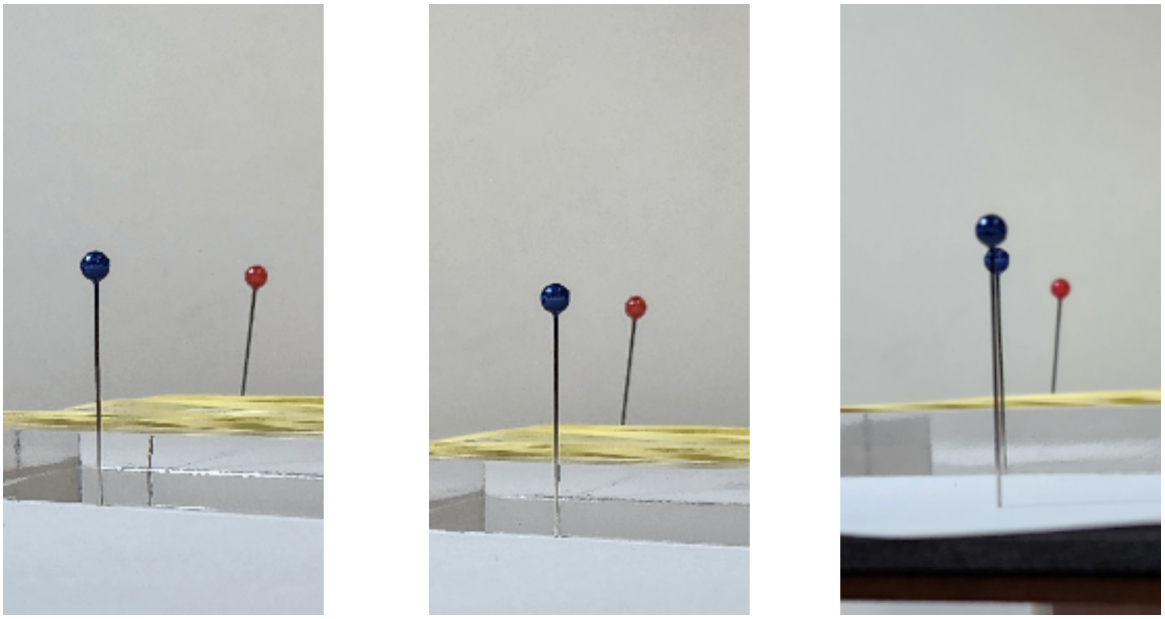


Figura 9: Etapas para identificar o caminho óptico de um raio de luz refratado na interface P da placa de acrílico. (1) Observação da imagem refratada da parte inferior do alfinete objeto, localizado em O, atrás da placa. (2) Alinhamento dessa imagem com o alfinete colocado em P_ℓ, junto à interface P. (3) Posicionamento de um terceiro alfinete, G_ℓ, na mesma linha de visada, à frente da placa (para facilitar sua identificação na fotografia, os alfinetes em G_ℓ e P_ℓ ainda não estão perfeitamente alinhados). Os alinhamentos devem ser realizados mantendo apenas um olho aberto.

Atenção: O alinhamento deve ser realizado observando a parte inferior dos alfinetes, próxima ao plano da placa de acrílico.

Parte B.3 – Procedimento Experimental – Medidas dos Ângulos

Se você realizou N medidas na etapa anterior, sua folha de registro primário terá N pares de pontos P_ℓ e G_ℓ, com $\ell = 1, 2, \ldots, N$.

> **Atenção:** Antes de desmontar o arranjo, verifique se todos os pares de pontos P_ℓ e G_ℓ estão identificados corretamente na folha de registro primário.

Retire a folha do arranjo experimental e trace os segmentos $\overline{OP_\ell}$, que representam os raios de luz que partem de O e incidem na interface P sob diferentes ângulos. Trace também os segmentos $\overline{P_\ell G_\ell}$, que representam os raios refratados ao passarem do acrílico para o ar.

A Figura 10 mostra esquematicamente como determinar os ângulos de incidência $\theta_{i,\ell}$ e refração $\theta_{r,\ell}$ de cada medida. Observe que, como as interfaces A e P são paralelas, o ângulo de incidência $\theta_{i,\ell}$ pode ser medido tanto junto à interface A quanto junto à interface P.

Utilizando o transferidor, meça os pares de ângulos $(\theta_{i,\ell}, \theta_{r,\ell})$ correspondentes às N medidas realizadas.

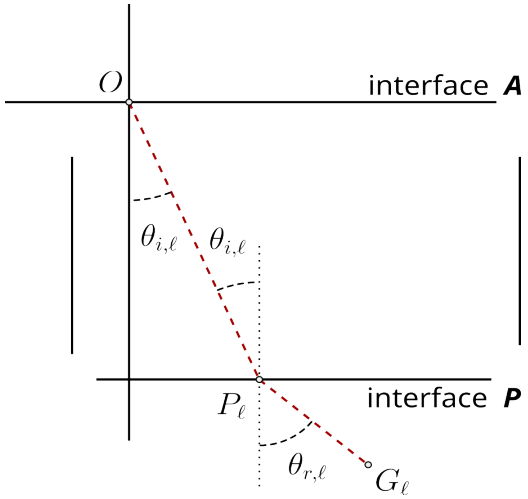


Figura 10: Representação esquemática de uma medida na folha de registro primário. Os pontos P_ℓ e G_ℓ correspondem às posições dos alfinetes de uma mesma medida. Os segmentos tracejados $\overline{OP_\ell}$ e $\overline{P_\ell G_\ell}$ representam, respectivamente, os raios incidente e refratado na interface P. Os ângulos $\theta_{i,\ell}$ e $\theta_{r,\ell}$ são medidos em relação à direção normal à interface. **Atenção:** os ângulos representados na figura são apenas ilustrativos e não devem ser utilizados como dados experimentais.

Questão 2 (10 pontos). Considere o arranjo e os procedimentos experimentais descritos na **Parte B**.

(a) Obtenha diferentes caminhos ópticos de raios de luz que sofrem refração na interface acrílico–ar e meça os respectivos ângulos de incidência $\theta_{i,\ell}$ e refração $\theta_{r,\ell}$, ambos em relação à direção normal à interface.

Organize os resultados na **Tabela 1** seguindo o modelo da tabela abaixo, expressando os ângulos em graus.

ℓ (medida)	$\theta_{i,\ell}$ (graus)	$\theta_{r,\ell}$ (graus)
1	...	...
2	...	...
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮

(b) Seja σ_d a incerteza associada à leitura direta de um ângulo com o transferidor e σ a incerteza associada às medidas dos ângulos $\theta_{i,\ell}$ e $\theta_{r,\ell}$.

Qual é o valor de σ_d?

Considere que a determinação dos ângulos envolve, além da leitura com o transferidor, o posicionamento e o alinhamento dos alfinetes, procedimentos que também estão sujeitos a incertezas experimentais.

Estime um valor adequado para σ, expressando-o em unidades de σ_d, ou seja, determine a razão σ/σ_d. Justifique sua estimativa.

Questão 3 (10 pontos). A partir da **Tabela 1**, obtida na questão anterior, construa a **Tabela 2**, com cinco colunas contendo os valores de ℓ, $\operatorname{sen}\theta_{i,\ell}$, $\sigma_{s,i,\ell}$, $\operatorname{sen}\theta_{r,\ell}$ e $\sigma_{s,r,\ell}$, onde $\sigma_{s,i,\ell}$ e $\sigma_{s,r,\ell}$ são as incertezas associadas, respectivamente, aos senos dos ângulos de incidência e refração.
Para calcular essas incertezas, utilize a expressão

$$\sigma_s = |\cos\theta| \cdot \sigma_r,$$

onde σ_r é a incerteza associada ao ângulo θ, **expressa em radianos**.
Lembre-se de que, para converter uma incerteza angular de graus para radianos, deve-se multiplicá-la por $\pi/180$.

Questão 4 (10 pontos). A partir dos dados da **Tabela 2**, construa o **Gráfico 1** de $\operatorname{sen}\theta_r$ em função de $\operatorname{sen}\theta_i$, incluindo as barras de incerteza nas duas variáveis.

Questão 5 (10 pontos).

(a) Faça o ajuste linear $y = ax + b$ utilizando os dados da **Tabela 2**, com $y = \operatorname{sen}\theta_r$ e $x = \operatorname{sen}\theta_i$. Caso tenha incluído a medida $\theta_r = \theta_i = 0$, não a utilize no ajuste.

(b) Determine o coeficiente angular a e sua respectiva incerteza.

(c) Determine o coeficiente linear b e sua respectiva incerteza.

(d) No **Gráfico 1**, obtido na questão anterior, acrescente a reta correspondente ao ajuste linear. Identifique-a como reta do ajuste e indique no gráfico os valores obtidos para a e b.

(e) Assinale no **Gráfico 1** eventuais outros pontos que tenha decidido excluir do ajuste, justificando sucintamente cada exclusão.

Questão 6 (10 pontos). Considerando os resultados das Questões de 2 a 5.

(a) Determine o índice de refração do acrílico em relação ao ar, $n_{\text{ac,ar}}$, com sua respectiva incerteza.

(b) Reescreva o valor do parâmetro b, com sua respectiva incerteza, obtido no ajuste $y = ax + b$ da questão anterior. Esse resultado é consistente com o esperado pela lei de Snell? Justifique sua resposta. Caso não seja consistente, discuta possíveis causas para a discrepância.

(c) A estimativa da incerteza angular σ, adotada na **Questão 2**, foi adequada? Justifique sua resposta com base na distribuição dos pontos experimentais, suas barras de incerteza e a reta de ajuste apresentados no **Gráfico 1**.

Parte C – Distância Aparente

Quando um objeto situado em um meio transparente é observado de outro meio com índice de refração diferente, sua imagem pode parecer estar a uma distância da interface diferente daquela em que o objeto realmente se encontra. Essa distância é denominada **distância aparente**.

Um exemplo conhecido é a observação de objetos submersos na água. Uma moeda no fundo de uma piscina parece estar mais próxima da superfície do que realmente está, dando a impressão de que a piscina é mais rasa.

Na **Parte B**, você já observou esse fenômeno ao visualizar a parte inferior do alfinete objeto através da placa de acrílico. Nesta parte da prova, vamos investigar quantitativamente como a distância aparente varia com o ângulo de observação.

Monte novamente o arranjo experimental da **Parte B**, utilizando apenas o alfinete objeto de observação, localizado no ponto O, junto à interface A.

Movimente cuidadosamente o conjunto até observar a imagem da parte inferior do alfinete através da

placa de acrílico. Com os dois olhos abertos, procure uma posição de observação aproximadamente normal às interfaces A e P. Nessa posição, a parte inferior do alfinete parecerá estar mais próxima de você do que sua parte superior, observada diretamente.

Para estudar quantitativamente esse fenômeno, utilizaremos os mesmos procedimentos experimentais da **Parte B**, determinando as direções dos raios incidente e refratado para diferentes ângulos de observação. Portanto, os registros obtidos anteriormente também poderão ser utilizados.

Além dos ângulos, será necessário determinar a distância aparente L'_ℓ da imagem do alfinete à interface P, correspondente a cada observação. A distância real do alfinete à mesma interface é L, igual à distância entre as interfaces A e P.

Parte C.1 Dependência da Distância Aparente com o Ângulo

A distância aparente de um objeto observado através de uma interface plana depende do ângulo de observação. A partir da geometria apresentada na Figura 11, obtemos

$$\frac{L'_\ell}{L} = \frac{\tan\theta_{i,\ell}}{\tan\theta_{r,\ell}}. \tag{4}$$

Utilizando relações trigonométricas e a lei de Snell, essa expressão pode ser reescrita como

$$\frac{L'_\ell}{L} = n_{r,i}\frac{\cos\theta_{r,\ell}}{\sqrt{1-n_{r,i}^2\sin^2\theta_{r,\ell}}}, \tag{5}$$

onde $n_{r,i} = n_{\text{ar}}/n_{\text{ac}}$ é o índice de refração do ar em relação ao acrílico.

Para ângulos de observação suficientemente pequenos, podemos expandir essa expressão em potências de $\theta_{r,\ell}$. Mantendo os termos até segunda ordem, obtemos

$$\boxed{\frac{L'_\ell}{L} \approx n_{r,i} + \frac{n_{r,i}^3 - n_{r,i}}{2}\theta_{r,\ell}^2}, \tag{6}$$

onde $\theta_{r,\ell}$ deve ser expresso em radianos.

Portanto, para pequenos ângulos de observação, a distância aparente L'_ℓ apresenta uma dependência aproximadamente linear com $\theta_{r,\ell}^2$.

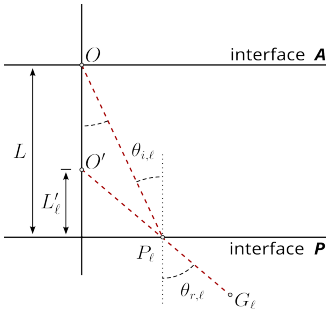


Figura 11: Determinação geométrica da distância aparente L'_ℓ. O ponto O', imagem aparente do objeto O, é obtido prolongando o raio refratado até sua interseção com a perpendicular às interfaces que passa por O. A distância real do objeto à interface P é L.

Nesta parte da prova, vamos investigar experimentalmente essa dependência e avaliar o domínio de validade da aproximação.

Questão 7 (10 pontos). Considere o arranjo e os procedimentos experimentais descritos na **Parte C**.
Utilize os caminhos ópticos obtidos na **Parte B** e, caso necessário, realize novas medidas seguindo os mesmos procedimentos experimentais. Depois:

- Determine o ponto O'_ℓ pelo prolongamento do segmento $\overline{P_\ell G_\ell}$ e meça a distância aparente L'_ℓ.
- Estime a incerteza $\sigma_{L'}$ associada à medida da distância aparente, considerando o procedimento experimental utilizado.
- Meça o ângulo de refração $\theta_{r,\ell}$ em relação à direção normal à interface.
- Converta $\theta_{r,\ell}$ em radianos e determine $\theta^2_{r,\ell}$.
- Obtenha uma expressão para a incerteza $\sigma_{rq,\ell}$ associada a $\theta^2_{r,\ell}$ e calcule seu valor para cada medida.

Organize os resultados na **Tabela 3**, seguindo o modelo abaixo. Expresse as distâncias em milímetros e os ângulos nas unidades indicadas.

ℓ (medida)	L'_ℓ (mm)	$\sigma_{L'}$ (mm)	$\theta_{r,\ell}$ (graus)	$\theta_{r,\ell}$ (rad)	$\theta^2_{r,\ell}$ (rad^2)	$\sigma_{rq,\ell}$ (rad^2)
1	...	...	...	...	...	...
2	...	...	...	...	...	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Explicite as fórmulas utilizadas e apresente os cálculos realizados para obter os valores das cinco últimas colunas de uma das linhas da tabela.

Questão 8 (10 pontos). A partir dos dados da **Tabela 3**, construa o **Gráfico 2** de L' em função de θ^2_r, incluindo as barras de incerteza nas duas variáveis.

Questão 9 (10 pontos). As Questões 9 e 10 são interdependentes. Leia o enunciado da Questão 10 antes de prosseguir.

(a) Faça o ajuste linear $L' = a\theta_r^2 + b$ utilizando os dados da **Tabela 3** que considerar adequados para o modelo de distância aparente apresentado na **Parte C**.

(b) Determine o coeficiente angular a e sua respectiva incerteza.

(c) Determine o coeficiente linear b e sua respectiva incerteza.

(d) No **Gráfico 2**, obtido na questão anterior, acrescente a reta correspondente ao ajuste linear. Identifique-a como reta do ajuste e indique no gráfico os valores obtidos para a e b.

(e) Assinale no **Gráfico 2** os pontos que tenha decidido excluir do ajuste, justificando sucintamente cada exclusão.

Atenção: Não exclua medidas das tabelas nem dos gráficos, a menos que identifique um erro em sua obtenção. Uma medida realizada corretamente deve ser mantida, mesmo que não seja utilizada no ajuste linear.

Questão 10 (10 pontos). A expressão $L'/L = n_{r,i}$, frequentemente utilizada para determinar a distância aparente, é válida na aproximação de observação normal.
Para ângulos de observação pequenos, a Equação 6, que chamaremos de **modelo de distância aparente**, inclui a primeira correção angular.
Como esse modelo é aproximado, espera-se que ele deixe de representar adequadamente os resultados experimentais para ângulos suficientemente grandes.
A escolha dos pontos utilizados no ajuste da Questão 9 deve considerar a qualidade das medidas e a compatibilidade dos dados com o modelo. Além disso, podemos confrontar os resultados obtidos com o índice de refração determinado na **Parte B**, utilizando a lei de Snell, que não depende da aproximação para pequenos ângulos.
Por esse motivo, as Questões 9 e 10 devem ser analisadas em conjunto.

(a) Meça diretamente a distância L entre as interfaces A e P, com sua respectiva incerteza.

(b) Reescreva o valor do parâmetro b, com sua respectiva incerteza, obtido no ajuste da Questão 9. Utilizando a Equação 6, determine o índice de refração do acrílico em relação ao ar, $n_{\mathrm{ac,ar}}$, com sua respectiva incerteza.

(c) Os valores de $n_{\mathrm{ac,ar}}$ obtidos nas **Partes B e C** são consistentes entre si? Justifique sua resposta considerando os valores encontrados e suas respectivas incertezas.

(d) Você desconsiderou pontos correspondentes a ângulos θ_r grandes no ajuste da Questão 9? Em caso afirmativo, identifique-os e estime o domínio de validade do modelo de distância aparente, expressando o limite angular em graus e radianos.

Caso não tenha excluído nenhum ponto, como interpreta esse resultado? Qual foi o maior ângulo θ_r medido? Por que não realizou medidas para ângulos maiores?

(e) Você desconsiderou pontos correspondentes a ângulos θ_r pequenos? Em caso afirmativo, identifique-os e justifique sua exclusão.