Comentário NOIC OBF 2026: Prova Experimental

Nível único

Autor: João Vitor Geiss

Parte A: medidas de ângulos

Questão 1 (10 pontos)

Para efetuar essas e todas as demais medidas angulares da prova, alinha-se o centro do transferidor ao vértice e sua linha de base a um dos lados. Nos desenhos ópticos, mede-se o ângulo entre o raio e a normal tracejada. A resolução angular indicada no enunciado é de 1°, de modo que

$$\sigma_d = \frac{1^\circ}{2} = 0{,}5^\circ.$$

Tabela com os valores medidos:

Ângulo	Resultado da leitura dos desenhos
θ_1	$(40{,}0 \pm 0{,}5)^\circ$
θ_2	$(70{,}0 \pm 0{,}5)^\circ$
θ_3	$(50{,}0 \pm 0{,}5)^\circ$
θ_4	$(17{,}0 \pm 0{,}5)^\circ$
θ_5	$(30{,}0 \pm 0{,}5)^\circ$

Parte B: determinação do índice de refração

Questão 2 (10 pontos)

(a) Mantém-se o objeto em O, marca-se cada ponto P_ℓ na interface de saída e coloca-se G_ℓ na mesma linha de visada da imagem e de P_ℓ, nos conformes do procedimento experimental apresentado. Traçam-se OP_ℓ e $P_\ell G_\ell$, medindo ambos os ângulos em relação à normal. Nesta interface, o raio passa do acrílico para o ar portanto, $\theta_{r,\ell} > \theta_{i,\ell}$.

Tabela 1: Leituras angulares

ℓ	$\theta_{i,\ell}$ (graus)	$\theta_{r,\ell}$ (graus)
1	4,0	6,5
2	5,5	9,0
3	11,0	16,0
4	15,5	25,0
5	18,5	29,5
6	22,0	36,0
7	26,0	40,0
8	29,0	44,5
9	36,0	60,5
10	41,0	77,0

Todas as linhas têm $\sigma_{\theta_i} = \sigma_{\theta_r} = 1{,}0°$.

(b) A incerteza de leitura direta é $\sigma_d = 0{,}5°$. Além dela, há a largura dos furos e dos traços, a posição do centro do transferidor e a dificuldade de alinhar os alfinetes. Uma estimativa efetiva de 0,87° para essas contribuições adicionais fornece

$$\sigma \simeq \sqrt{(0{,}5°)^2 + (0{,}87°)^2} \simeq 1{,}0°.$$

$$\boxed{\sigma = 1{,}0°, \qquad \frac{\sigma}{\sigma_d} = 2, \qquad \sigma_{\text{rad}} = \frac{\pi}{180} = 0{,}018\,\text{rad}.}$$

Essa estimativa mostra que a incerteza não se deve apenas à limitação da resolução do transferidor, mas também à incerteza da posição angular dos alfinetes, por isso esperam-se variações no seu valor para a montagem experimental de cada estudante (à depender da distância da placa de acrílico à ponta da folha de papel, por exemplo).

Questão 3 (10 pontos)

Definimos $x_\ell = \operatorname{sen}\theta_{i,\ell}$ e $y_\ell = \operatorname{sen}\theta_{r,\ell}$, o enunciado fornece:

$$\boxed{\sigma_s = |\cos\theta|\,\sigma_{\text{rad}}.}$$

Conforme relembrado, fator de incerteza angular deve estar em radianos, os senos e suas incertezas são adimensionais.

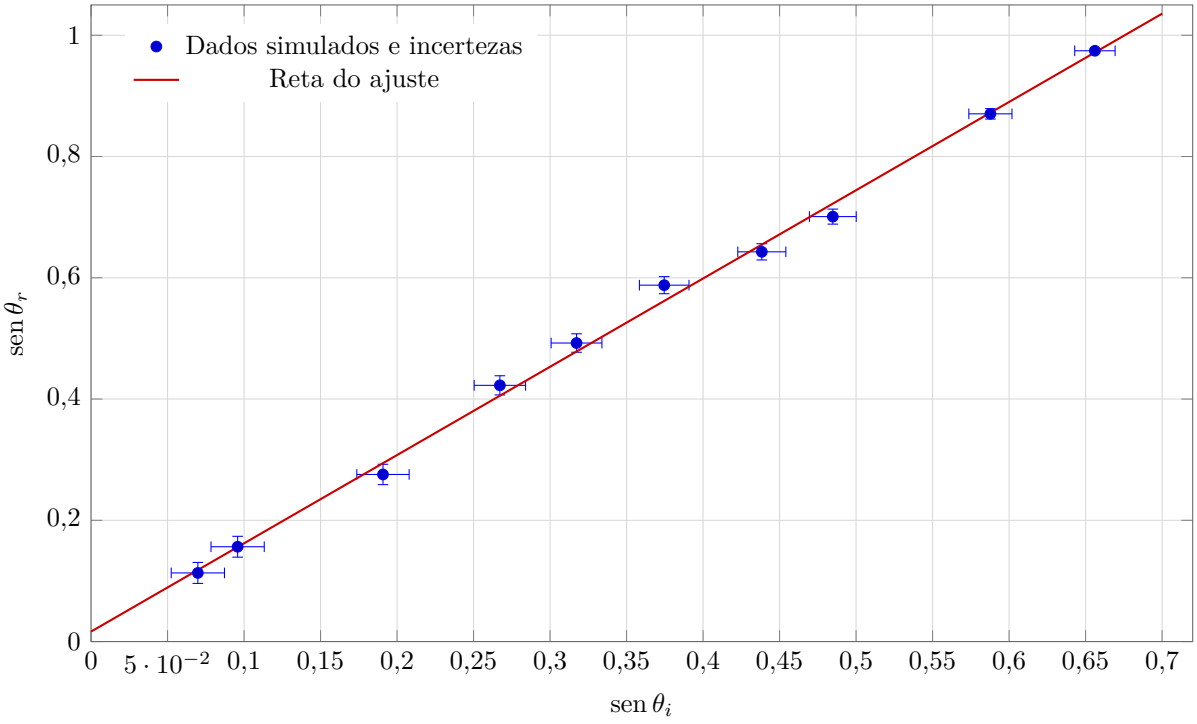
Tabela 2: Senos e incertezas propagadas.

ℓ	$\operatorname{sen}\theta_{i,\ell}$	$\sigma_{s,i,\ell}$	$\operatorname{sen}\theta_{r,\ell}$	$\sigma_{s,r,\ell}$
1	0,0698	0,0174	0,1132	0,0173
2	0,0958	0,0174	0,1564	0,0172
3	0,1908	0,0171	0,2756	0,0168
4	0,2672	0,0168	0,4226	0,0158
5	0,3173	0,0166	0,4924	0,0152
6	0,3746	0,0162	0,5878	0,0141
7	0,4384	0,0157	0,6428	0,0134
8	0,4848	0,0153	0,7009	0,0124
9	0,5878	0,0141	0,8704	0,0086
10	0,6561	0,0132	0,9744	0,0039

Questão 4 (10 pontos)

O Gráfico 1 apresenta $\operatorname{sen}\theta_r$ no eixo vertical e $\operatorname{sen}\theta_i$ no horizontal, incluindo as barras nas duas variáveis. A reta solicitada na Questão 5 foi acrescentada ao mesmo gráfico.

Gráfico 1: refração na interface acrílico-ár



É notável a distribuição aproximadamente retilínea, nos conformes da Lei de Snell para tal aparato.

Questão 5 (10 pontos)

(a) Operando o ajuste $y = a_B x + b_B$, não impondo $b_B = 0$, pois a comparação entre o intercepto medido e zero é parte da análise experimental.

(b) O cálculo fornece:

$$a_B = 1{,}4736, \qquad \sigma_{a_B} = 0{,}0339, \qquad \boxed{a_B = 1{,}474 \pm 0{,}034.}$$

(c) E ainda:

$$b_B = 0{,}0078, \qquad \sigma_{b_B} = 0{,}0173, \qquad \boxed{b_B = 0{,}008 \pm 0{,}017.}$$

(d) A equação da reta, já desenhada no Gráfico 1, é então:

$$\boxed{\operatorname{sen}\theta_r = 1{,}4736 \operatorname{sen}\theta_i + 0{,}0078.}$$

(e) Nenhum dos 10 pontos foi excluído. Pois não há indício isolado de erro grosseiro e todos eles se encaixam no modelo teórico (por ser exato, não uma aproximação), verifica-se ainda:

$$R^2 = 0{,}99707.$$

Todavia, R^2 é apresentado apenas como descrição da linearidade; a avaliação das incertezas deve usar as barras e os resíduos, não somente esse número.

Questão 6 (10 pontos)

(a) Na interface de saída, aplicando a Lei de Snell:

$$n_{\text{ac}} \operatorname{sen}\theta_i = n_{\text{ar}} \operatorname{sen}\theta_r \quad \Longrightarrow \quad \operatorname{sen}\theta_r = \frac{n_{\text{ac}}}{n_{\text{ar}}} \operatorname{sen}\theta_i.$$

Logo, é a inclinação (coeficiente angular), que fornece o índice solicitado:

$$\boxed{n_{\text{ac,ar}} = a_B = 1{,}474 \pm 0{,}034.}$$

(b) O resultado é $b_B = 0{,}008 \pm 0{,}017$. A lei de Snell prevê $b_B = 0$. Como

$$\frac{|b_B|}{\sigma_{b_B}} \simeq 0{,}45,$$

o intercepto é compatível com zero dentro de sua incerteza. Não há evidência de deslocamento sistemático. Se a discrepância fosse significativa, causas possíveis seriam erro na normal, deslocamento da placa, desalinhamento dos alfinetes e posicionamento incorreto do transferidor.

(c) Avaliação da incerteza angular. A reta atravessa a região de incerteza da maioria dos pontos. Assim, $\sigma = 1{,}0^\circ$ é uma escolha aceitável e conservadora; pois a dispersão desta realização é menor do que a escala de incerteza adotada.

Parte C: distância aparente

Questão 7 (10 pontos)

Prolonga-se $P_\ell G_\ell$ para dentro da placa até cruzar a normal por O. Mede-se a distância dessa interseção à interface P.

Adota-se $\sigma_{L'} = 0{,}5\,\text{mm}$ para as medidas feitas com a régua, desconsiderando incertezas nessa medida relacionadas à incertezas angulares que levaram às mesmas.

Definindo $t_\ell = \theta_{r,\ell}\pi/180$ e $X_\ell = t_\ell^2$:

$$\boxed{\sigma_{rq,\ell} = \left|\frac{\mathrm{d}t_\ell^2}{\mathrm{d}t_\ell}\right| \sigma_{\text{rad}} = 2|t_\ell|\sigma_{\text{rad}}.} \tag{1}$$

Tabela 3: Distâncias aparentes e grandezas derivadas.

ℓ	L'_ℓ (mm)	$\sigma_{L',\ell}$ (mm)	$\theta_{r,\ell}$ (graus)	t_ℓ (rad)	t_ℓ^2 (rad^2)	$\sigma_{rq,\ell}$ (rad^2)
1	39,0	7,44	6,5	0,1134	0,0129	0,0040
2	41,0	5,63	9,0	0,1571	0,0247	0,0055
3	38,5	3,11	16,0	0,2793	0,0780	0,0097
4	35,5	2,02	25,0	0,4363	0,1904	0,0152
5	36,5	1,80	29,5	0,5149	0,2651	0,0180
6	34,5	1,53	36,0	0,6283	0,3948	0,0219
7	33,5	1,43	40,0	0,6981	0,4874	0,0244
8	32,5	1,35	44,5	0,7767	0,6032	0,0271
9	25,0	1,15	60,5	1,0559	1,1150	0,0369
10	12,0	1,07	77,0	1,3439	1,8061	0,0469

Questão 8 (10 pontos)

O Gráfico 2 apresenta L' em função de θ_r^2, com barras horizontais e verticais. Todos os registros são mantidos.

Gráfico 2: distância aparente em função de parametrização do valor do ângulo

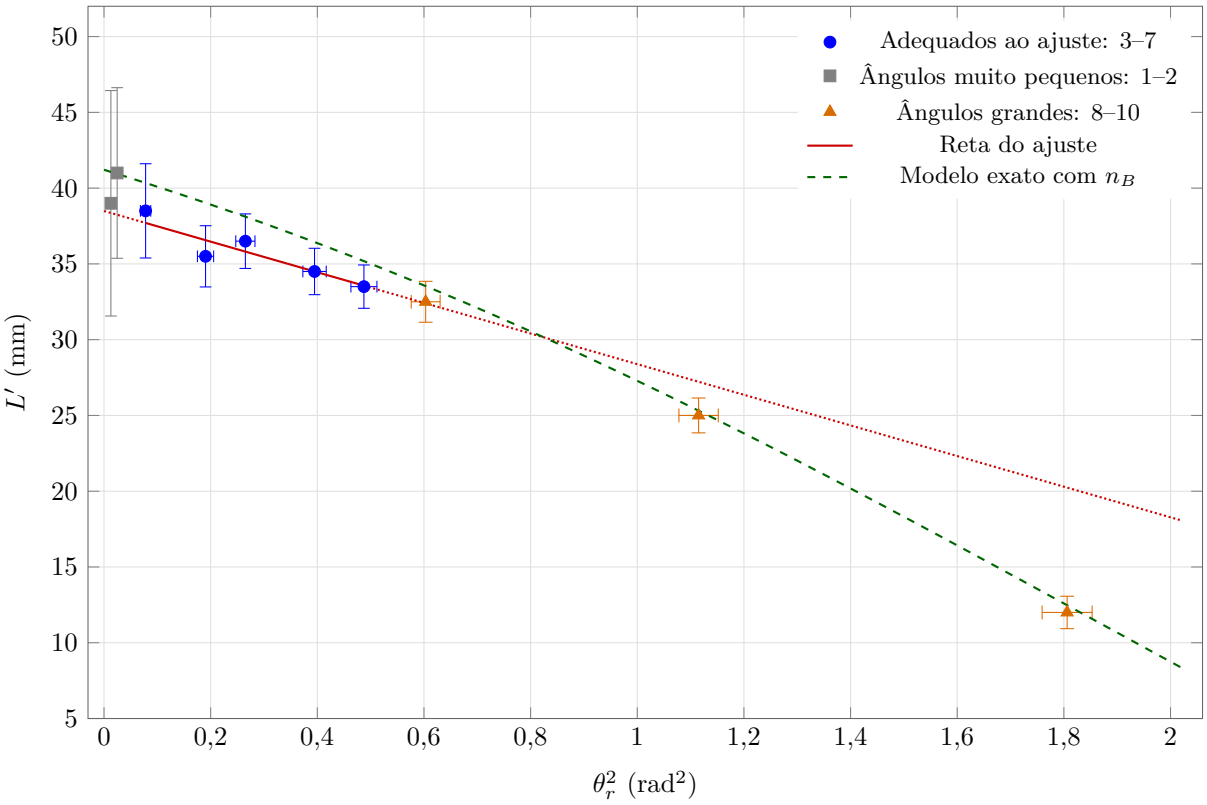


Figura 1: Distância aparente em função do quadrado do ângulo de refração, com os 10 pontos selecionados e suas barras de incerteza. A reta foi ajustada aos pontos 3–7; seus prolongamentos pontilhados representam extrapolações (a linha pontilhada não deveria ser apresentada na resolução da prova, foi aqui adicionada somente para fins didáticos).

A tendência global é decrescente. Nos ângulos grandes, a curvatura física torna insuficiente uma reta em θ_r^2.

Questão 9 (10 pontos)

(a) Foram utilizados os pontos

$$\ell = 3, 4, 5, 6, 7, 8, \qquad 16{,}0^\circ \leq \theta_r \leq 40{,}0^\circ.$$

A escolha combina dois critérios explícitos: uma incerteza relativa de L' inferior a aproximadamente 10% e um erro estimado do modelo inferior a aproximadamente metade de $\sigma_{L'}$. O segundo é avaliado comparando a compatibilidade ao ajuste linear. Os pontos não utilizados permanecem na tabela e no gráfico.

(b) Coeficiente angular:

$$a_C = -12{,}753\,\text{mm/rad}^2, \qquad \sigma_{a_C} = 4{,}888\,\text{mm/rad}^2,$$

$$\boxed{a_C = (-12{,}8 \pm 4{,}9)\,\text{mm/rad}^2.}$$

(c) Coeficiente linear:

$$b_C = 38{,}5\,\text{mm}, \qquad \sigma_{b_C} = 2{,}094\,\text{mm}, \qquad \boxed{b_C = (38{,}5 \pm 2{,}1)\,\text{mm}.}$$

(d) A reta indicada no Gráfico 2 é:

$$\boxed{L' = (38{,}5\,\text{mm}) - (12{,}8\,\text{mm/rad}^2)\,\theta_r^2.}$$

(e) Pontos não utilizados no ajuste e justificativa:

Pontos	Ângulos	Justificativa
1 e 2	6,5° e 9,0°	O prolongamento fica mal condicionado: as incertezas relativas de L' são aproximadamente 19% e 14%.
9 e 10	44,5° e 49,5°	Faixa de transição. A diferença entre o modelo exato e o quadrático já supera metade da incerteza vertical adotada.
11–16	55,5° a 79,5°	A correção de ordens superiores produz diferenças crescentes, maiores que as barras. Esses pontos são úteis para testar o limite da aproximação, mas não para ajustar seus coeficientes de pequenos ângulos.

Questão 10 (10 pontos)

(a) Medindo diretamente com a régua e mantendo a incerteza de leitura de uma régua milimetrada, temos

$$\boxed{L = (57{,}0 \pm 0{,}5)\,\text{mm}.}$$

Essa distância deve ser medida perpendicularmente às interfaces A e P, no plano da folha.

(b) O ajuste da Questão 9, realizado com os pontos 3–7, forneceu

$$b_C = (38{,}5 \pm 2{,}1)\,\text{mm}.$$

Pelo modelo de distância aparente,

$$L' \simeq L n_{r,i} + \frac{L}{2}\left(n_{r,i}^3 - n_{r,i}\right)\theta_r^2,$$

o coeficiente linear é

$$b_C = L n_{r,i}.$$

Como

$$n_{r,i} = \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{ac}}} = \frac{1}{n_{\text{ac,ar}}} \Rightarrow \boxed{n_{\text{ac,ar}} = \frac{L}{b_C}.}$$

Considerando independentes as incertezas da leitura de L e do intercepto ajustado, a propagação fornece

$$\boxed{\sigma_n = n\sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{b_C}}{b_C}\right)^2}.}$$

Assim,

$$\boxed{n_{\text{ac,ar}} = 1{,}481 \pm 0{,}083.}$$

(c) O ajuste atualizado da lei de Snell, utilizando os 10 pontos, forneceu

$$n_{\text{ac,ar}} = 1{,}456 \pm 0{,}043.$$

A comparação entre as duas determinações é apresentada abaixo. Os intervalos foram calculados antes do arredondamento final.

Método	Índice de refração	Intervalo de uma incerteza
Lei de Snell	$1{,}456 \pm 0{,}043$	[1,413; 1,499]
Distância aparente	$1{,}481 \pm 0{,}083$	[1,398; 1,564]

Os intervalos se sobrepõem amplamente. Além disso, a diferença entre os valores centrais é

$$|n_C - n_B| \simeq 0{,}025,$$

menor que a incerteza de cada determinação. Portanto, os resultados são consistentes entre si.

(d) Os pontos considerados "grandes"que foram desconsiderados no ajuste linear são:

$$\boxed{\ell = 8,\ 9,\ 10,}$$

correspondentes a

$$\theta_r = 44{,}5°, \quad 60{,}5°, \quad 77{,}0°.$$

Esses pontos permanecem na tabela e no gráfico, pois sua exclusão do ajuste está relacionada ao domínio do modelo aproximado, não à identificação de erros de coleta.

Assim, mantendo o critério conservador empregado na escolha dos pontos, adotamos

$$\boxed{|\theta_r| \lesssim 40^\circ \simeq 0{,}70\,\text{rad}.}$$

(e) Sim. Foram desconsiderados no ajuste os pontos

$$\boxed{\ell = 1 \text{ e } \ell = 2,}$$

correspondentes a 6,5° e 9,0°.

As respectivas incertezas das distâncias aparentes são 7,44 mm e 5,63 mm, representando incertezas relativas de aproximadamente

$$\frac{7{,}44}{39{,}0} \times 100\% \simeq 19{,}1\%, \qquad \frac{5{,}63}{41{,}0} \times 100\% \simeq 13{,}7\%.$$

Assim, esses pontos foram excluídos pela elevada incerteza da construção, e não por uma falha da aproximação de pequenos ângulos (perceba que se $\theta_r << 1$, a equação do modelo de distancia aparente retorna: $\frac{L'}{L} \approx n_{r,i}$, concernente ao modelo de raios aproximadamente perpendiculares, de modo que os pontos foram descartados não por invalidez física, mas por sua grande incerteza experimental)